УДК 532.546+536.25

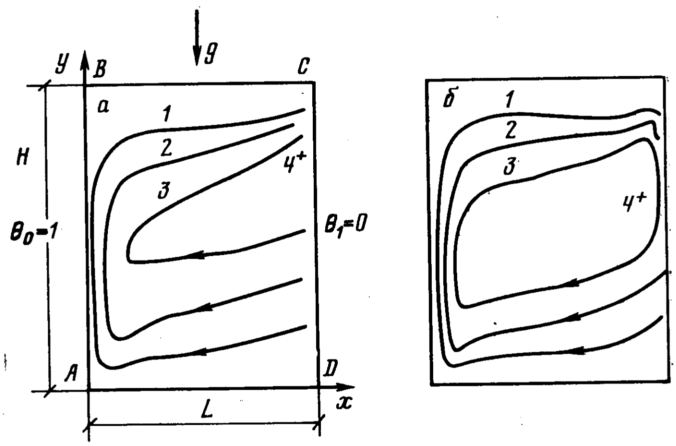
ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ПОРИСТОМ СЛОЕ С ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ

И. С. КЛЕЙН

(Москва)

Естественная конвекция в вертикальном пористом слое, подогреваемом сбоку, изучается численно для случая, когда имеется массообмен с окружающей средой. На проницаемой части границы задаются условия первого или третьего рода для давления, что соответствует свободной поверхности или тонкому проницаемому покрытию. Получены сведения о структуре и режимах стационарной конвекции в слое, зависимости средних и локальных характеристик теплопередачи от числа Рэлея. Результаты сопоставляются с данными работ [1-3].

1. Постановка задачи. Рассматривается естественная конвекция в плоском вертикальном слое пористого материала, подогреваемом сбоку. Поровое пространство



Фиг. 1

заполнено газом и сообщается с окружающей атмосферой через поверхность CD (фиг. 1, a), которая предполагается проницаемой. Остальные границы (DA, AB и BC) непроницаемы, BC и AD, кроме того, теплоизолированы. На поверхности CD задана постоянная температура θ_1, равная температуре атмосферы. На AB поддерживается постоянная температура $\theta_0>\theta_1$. Естественная конвекция в слое порождает газообмен с атмосферой через поверхность CD.

Используется модель двумерной стационарной конвекции в гомогенной изотропной пористой среде, основанная на приближении Буссинеска и линейном законе для фильтрации газа [1,2]. Уравнения для безразмерных величин в декартовой системе координат, изображенной на фиг. 1, a, имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1.1}$$

$$u=-\frac{\partial p}{\partial x},\qquad v=-\frac{\partial p}{\partial y}+\theta \tag{1.2}$$

$$u\frac{\partial \theta}{\partial x}+v\frac{\partial \theta}{\partial y}=\frac{1}{\mathrm{Ra}}\Delta\theta \tag{1.3}$$

Здесь $\theta=\theta(x, y)$ – температура; u, v – составляющие скорости фильтрации; p – отклонение давления от статического, отвечающего температуре θ_1; $\mathrm{Ra}=g\beta(\theta_0-\theta_1)LKc_0\lambda^{-1}\nu^{-1}$ – число Рэлея для пористой среды, причем λ – теплопроводность среды при отсутствии течения. Для перехода к безразмерным переменным использованы масштабы длины L (толщина слоя), температуры $\theta_0-\theta_1$, скорости $K\nu^{-1}g\beta(\theta_0-\theta_1)$, давления $\rho g\beta(\theta_0-\theta_1)L$, где K – проницаемость среды; c_0, ρ, ν, β –

соответственно объемная теплоемкость, плотность, кинематическая вязкость, коэффициент температурного расширения теплоносителя; g – ускорение силы тяжести.

Для расчетов (1.1), (1.2) преобразованы в уравнение

$$\Delta p = \frac{\partial\theta}{\partial y} \tag{1.4}$$

Граничные условия имеют вид

$$\theta=1 \quad (x=0), \qquad \theta=0 \quad (x=1), \qquad \frac{\partial\theta}{\partial y} = 0 \quad (y=0, h) \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (x=0), \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \theta \quad (y=0, h) \tag{1.6}$$

$$\eta \frac{\partial p}{\partial x} = -p \quad (x=1) \tag{1.7}$$

($h=H/L$, где H – высота слоя).

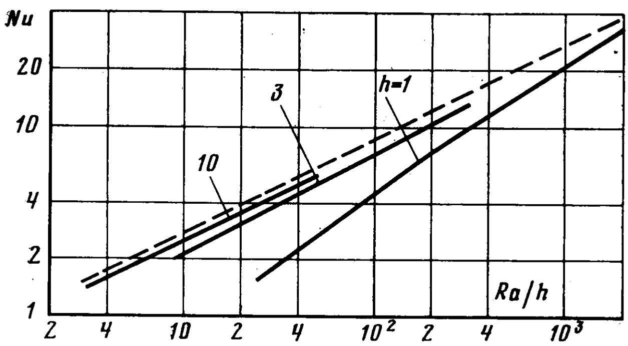
Соотношение (1.6) выражает равенство нулю нормальной компоненты скорости на непроницаемых участках границы. Условие (1.7) описывает газообмен с окружающей атмосферой через проницаемое покрытие на поверхности CD (фиг. 1, *a*), толщина l которого много меньше толщины слоя. При этом безразмерный параметр $\eta = KlK_0^{-1}L^{-1}$, где K_0 – проницаемость покрытия. При $\eta=0$ условие (1.7) переходит в $p=0$ ($x=1$) и отвечает свободной поверхности CD.

Стационарное решение системы (1.2)–(1.7) рассчитывается методом установления с помощью монотонной неявной разностной схемы расщепления типа А. А. Самарского [4]. Для решения уравнения (1.4) во внутреннем цикле используется итерационный процесс из 2^s шагов метода переменных направлений с оптимальным набором параметров по Вашпрессу [4, 5].

Расчеты выполнены в диапазоне $\mathrm{Ra}\leqslant 2000$, $0.5\leqslant H/L\leqslant 10$, $0\leqslant\eta\leqslant 100$. Основными искомыми величинами, представляющими интерес для приложений, являются локальное и среднее числа Нуссельта на стенке

$$\mathrm{Nu}_l(y) = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=0}, \qquad \mathrm{Nu} = -\frac{1}{h}\int_0^h \left(\frac{\partial\theta}{\partial x}\right)_{x=0} dy$$

2. Результаты расчетов для слоя со свободной поверхностью *CD*. На фиг. 1, *a* приведены изолинии функции тока стационарного течения при $H/L=1$, $\mathrm{Ra}=500$, $\eta=0$. В слое со свободной границей в диапазоне $\mathrm{Ra}\leqslant 2000$, $0.5\leqslant H/L\leqslant 10$ реализуется сквозное течение, внутри слоя отсутствуют замкнутые линии тока. Функция тока достигает минимального значения на свободной границе в точке разворота потока.



Фиг. 2

Вблизи подогреваемой стенки $x=0$ имеется восходящее течение. Более теплый газ из верхней части слоя под действием избыточного давления выносится в атмосферу через поверхность CD. Отток теплого газа восполняется поступлением холодного газа из атмосферы в нижнюю часть слоя.

Результаты расчетов средней теплоотдачи для вертикального слоя со свободной границей показаны сплошными линиями на фиг. 2, 3 (на фиг. 3 кривые *1–4* относятся последовательно к значениям Ra=50, 100, 200, 300). Распределение локального числа Нуссельта на стенке $x=0$ при $H/L=1$ показано на фиг. 4 сплошными кривыми *1–4* для значений Ra=25, 100, 500, 2000. Анализ теплоотдачи, полей температуры и скорости позволяет выделить три характерных режима по числу Рэлея. При слабой конвекции в диапазоне чисел Ra приблизительно до 50 вклад конвективной теплоотдачи мал или сопоставим с кондуктивной теплопроводностью. В режиме умеренной конвекции, в диапазоне чисел Рэлея приблизительно от 50 до 300, конвективный перенос становится преобладающим. Начинается формирование температурного и динамического пограничных слоев у стенки $x=0$, которые, однако, еще не слишком сильно выражены. Режим интенсивной конвекции при числах Рэлея свыше 300÷500 характеризуется образованием развитого пограничного слоя у стенки $x=0$. Для расчетов интенсивной конвекции использованы неравномерные сетки по переменной x, сгущающиеся вблизи стенки $x=0$.

Распределение местной теплоотдачи на стенке $x=0$ в режимах умеренной и интенсивной конвекции, как видно из фиг. 4, отличается существенной неравномерностью. Имеется сильно выраженный максимум теплоотдачи вблизи угла, где поток газа набегает на стенку $x=0$. Теплоотдача снижается вниз по течению вдоль стенки. Аналогичный характер распределения теплопотока на нагретой стенке установлен в [1] для слоя с непроницаемой границей.

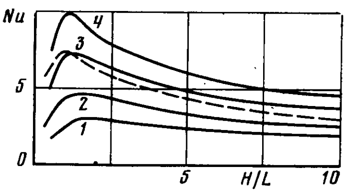
Зависимость среднего числа Нуссельта от удлинения слоя H/L, показанная на фиг. 3, характерна наличием максимума при значениях H/L в интервале 0.75÷1.5.

3. Сопоставление с данными работ [1–3]. На фиг. 2, 4 результаты расчетов локального и среднего чисел Нуссельта в слое со свободной границей сопоставляются с автомодельным решением уравнений пограничного слоя [2] для естественной конвекции в пористой среде вблизи вертикальной изотермической пластины (пунктир). Согласно этому решению

$$\mathrm{Nu}_l(y)=0.444(\mathrm{Ra}/y)^{1/2},\quad \mathrm{Nu}=0.888(\mathrm{Ra}/h)^{1/2} \tag{3.1}$$

(параметры Nu_l, Nu, Ra, y, h рассчитаны по масштабу длины L). Можно видеть, что в диапазонах $H/L\geqslant1$, $\mathrm{Ra}\geqslant500$ и $H/L\geqslant10$, $\mathrm{Ra}\geqslant100$ результаты расчетов полных уравнений близки к автомодельному решению (3.1).

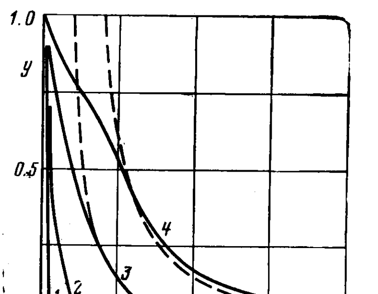
На фиг. 3 дано сопоставление средней теплоотдачи в слое с непроницаемой границей (пунктир, данные [1]) и в слое со свободной границей при Ra=300. Сопоставление показывает, что массообмен с окружающей средой при естественной конвекции в слое со свободной границей интенсифицирует теплоотдачу.



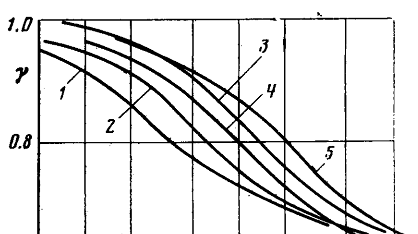
Фиг. 3

Отметим, что результаты расчетов средней теплоотдачи при естественной конвекции в слое со свободной границей (фиг. 2) хорошо согласуются с данными работы [3].

4. Результаты расчетов для слоя с проницаемым покрытием. В слое с проницаемым покрытием на боковой границе наряду со сквозными токами имеются замкнутые, как показано на фиг. 1, *б*, относящейся к $H/L=1$,



Фиг. 4



Фиг. 5

Ra=500, $\eta=1$. Точка минимума функции тока, которая при $\eta=0$ лежала на границе слоя $x=1$, при $\eta>0$ располагается внутри области и с увеличением параметра η смещается к центру слоя.

Замкнутыми токами теплый газ выносится в нижние области слоя, что способствует их прогреву и ведет к снижению теплоотдачи от нагретой стенки. С ростом η

при высоких числах Рэлея формируются тепловой и динамический пограничные слои на стенке $x=1$, а температурное расслоение в центральном вертикальном сечении приближается к однородному с постоянным градиентом по высоте, характерному для слоя с непроницаемой границей [1].

Влияние проницаемости границы на среднюю теплоотдачу в обобщенной форме иллюстрирует фиг. 5, на которой дана обработка результатов расчетов в координатах $\gamma=\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_0-\sigma$, где $\sigma=\eta(\mathrm{Ra}/h)^{1/2}$, а Nu_0 – среднее число Нуссельта для слоя со свободной границей. Кривые *1–5* отвечают значениям $h=1$, Ra=100; $h=1$, Ra=200; $h=1$, Ra=500; $h=3$, Ra=100; $h=10$, Ra=100. При $\sigma\leqslant1$ теплоотдача близка к рассчитанной для слоя со свободной границей. Отношение $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_0$ монотонно убывает с ростом σ и при $\sigma\geqslant10^2$ приближается к асимптотическому значению, близкому к 0.63, причем среднее число Нуссельта Nu стремится к предельному значению, соответствующему слою с непроницаемой границей.

Автор благодарен В. И. Полежаеву за руководство работой.

Поступила 16 IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Власюк М. П., Полежаев В. И.* Естественная конвекция и перенос тепла в проницаемых пористых материалах. М., Препринт № 77 ин-та прикл. матем. АН СССР, 1975.
2. *Авдуевский В. С., Калашник В. Н., Копяткевич Р. М.* Исследование теплоотдачи при естественной конвекции в газонаполненных пористых средах при больших давлениях. Сб. «Тепломассообмен-5», т. 1. ч. 2. Минск, 1976.
3. *Jannot M., Naudin P., Viannay S.* Convection mixte en milieu poreux. Intern. J. Heat Mass Transfer, 1973, vol. 16, No. 2.
4. *Самарский А. А.* Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
5. *Федоренко Р. П.* Итерационные методы решения разностных эллиптических уравнений. Усп. матем. н., 1973, т. 28, № 2.

УДК 532.593

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЯХ, ВОЗНИКАЮЩИХ В НЕПРЕРЫВНО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПОГРУЖЕННОГО ТЕЛА [1]

И. В. СТУРОВА, В. А. СУХАРЕВ

(Новосибирск)

В линейной постановке исследована плоская стационарная задача о волновых движениях, возникающих при обтекании погруженных источника и стока равной мощности равномерным потоком тяжелой невязкой несжимаемой жидкости с произвольным непрерывным (устойчивым) изменением плотности по глубине. В [1] выполнен анализ структуры волнового движения в потоке при произвольном изменении плотности.

Рассмотрим плоскую стационарную задачу о волновых движениях, вызываемых наличием источника и стока равной мощности m, помещенных на глубине h от невозмущенной свободной поверхности $y=0$ горизонтального слоя жидкости $-\infty<x<\infty$, $-H\leqslant y\leqslant0$. Отрезок прямой, соединяющий особенности, имеет длину $2a$ и параллелен оси x, совпадающей с направлением вектора скорости жидкости далеко вверх по потоку.

Считается, что в первом приближении обтекание такой комбинации источника и стока при достаточно большом погружении и относительно слабой стратификации эквивалентно (аналогично случаю безграничной однородной жидкости) обтеканию овала Ренкина. Максимальная полуширина тела R, его удлинение d и скорость основного потока U однозначно определяют величины $a_*=a/R$ и $m_*=m/UR$, удовлетворяющие уравнению (см., например, [2]) $a_*^2+a_*/\mathrm{arctg}\, a_*=d^2$, $m_*=\pi/\mathrm{arctg}\, a_*$.

В невозмущенном состоянии плотность жидкости является известной функцией $\rho_0(y)$, зависящей только от глубины.

---

[1] Работа доложена на первом советско-американском симпозиуме по внутренним волнам в океане (3–8 декабря 1976 г., Новосибирск).