

падающей ударной волны. Коэффициент нагрузки k определяется как отношение сопротивления нагрузки к полному сопротивлению электрической цепи.

Интересно, что выражение (2) отличается лишь множителем 0.5γ и 2 вместо $(\gamma+1)$ от аналогичной оценки, проведенной в [3] другим путем — из решения задачи о внезапном включении внешнего воздействия в потоке плазмы.

Ниже приводится сравнение расчетных t^* и X^* , полученных по формулам (1) и (2), с экспериментальными данными [4]. Следует отметить, что для оценки времени и места образования волны торможения необходимо знать лишь параметры падающей ударной волны, индукцию магнитного поля и коэффициент нагрузки. Электропроводность плазмы определялась по температуре плазменного потока с использованием результатов расчета [5].

На фиг. 1 и 2 воспроизведена экспериментальная зависимость [4] t^* и X^* и величины индукции магнитного поля при числе Маха первичной ударной волны $M_s=11\pm 0.5$, начальном давлении аргона $p_0=10$ мм рт. ст., длине электродной секции $L=8.5$ см. Параметр взаимодействия $N\leq 0.1$, магнитное число Рейнольдса $Re_m\leq 0.01$ и параметр Холла $\beta\leq 0.03$, соответствующие условиям эксперимента, лежат в области применимости оценок (1), (2). Как видно из графиков, в исследуемом диапазоне параметров наблюдается хорошее (в пределах 50%) совпадение расчетных оценок с экспериментальными данными. Сплошные кривые на фиг. 1, 2 соответствуют расчетным значениям X^* и t^* ($1-k=0.1$; $2-k=0.3$). Экспериментальным точкам 1, 2 соответствуют $k=0.1$ и 0.3. Следует отметить, что характер расчетной зависимости координаты X^* от индукции B согласуется с экспериментальной зависимостью, в то время как в расчетном и экспериментальном ходе кривых зависимости $t^*(B)$ имеется существенное различие, которое, видимо, можно объяснить большей по сравнению с X^* погрешностью определения времени образования вторичной ударной волны, так как в месте ее образования $dX^*/dt=u-a=0$.

Из изложенного выше следует, что простые соотношения (1), (2) позволяют без привлечения каких-либо дополнительных гипотез о характере течения в МГД канале определять место и время образования отраженной ударной волны, дают хорошее (в пределах 50%) согласие с экспериментом и могут быть рекомендованы для подобного рода оценок.

Поступила 15 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика высоких плотностей энергии. М., «Мир», 1974.
2. Синкевич О. А. Нестационарные магнитогидродинамические течения с ударными волнами в канале МГД генератора. В сб. «Магнитогидродинамический метод получения электроэнергии». М., «Энергия», 1972.
3. Исакова Н. П. Об образовании ударных волн при внезапном «включении» внешних воздействий. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
4. Зайцев С. Г., Михайлов А. К. К вопросу о возникновении ударного разрыва в потоке плазмы, проходящем через поперечное магнитное поле. Докл. АН СССР, 1976, т. 226, № 1.
5. Lin S.-C., Resler E. L., Kantrowitz A. Electrical conductivity of highly ionized argon produced by shock waves. J. Appl. Phys., 1955, vol. 26, No. 1.

УДК 533.695.7

О ВЛИЯНИИ ДВУМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА СО СТУПЕНЧАТЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОЛНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОПЛА ЛАВАЛЯ

А. Н. ЛАНИУК

(Москва)

Исследуется влияние двумерности течения газа со ступенчатым распределением полной энтальпии и энтропии на входе в сопло Лавала на его интегральные характеристики — расход и удельный импульс. Сравниваются результаты расчета интегральных характеристик неоднородных по полным параметрам течений газа в сопле Лавала заданной геометрии в приближении «слоистой гидравлики» [1, 2] и данные, полученные путем численного интегрирования двумерных уравнений газовой динамики с использованием разностной схемы С. К. Годунова. Проведены

двумерные расчеты для выяснения зависимости интегральных характеристик течений газа со ступенчатым распределением полных параметров от относительного расположения потоков газа с различными полными параметрами внутри сопла.

Рассчитываются стационарные, незакрученные течения идеального газа со ступенчатым распределением полных параметров в сопле Лавала заданной геометрии на режимах, когда течение в сопле не зависит от давления внешней среды.

В рамках модели слоистой гидравлики показано [1, 2], что поток газа в сопле Лавала с неоднородным распределением полного давления по ψ (ψ — функция тока) и заданным распределением энтальпии торможения $H(\psi)$ обладает большим удельным импульсом, чем поток с таким же распределением $H(\psi)$, но однородным распределением полного давления. Отметим, что от обычного гидравлического приближения модель слоистой гидравлики отличается тем, что все параметры течения, кроме статического давления, которое предполагается постоянным в каждом сечении сопла, зависят не только от продольной координаты, но и от ψ .

Значения расхода газа через сопло, полученные из двумерных расчетов и расчетов по модели слоистой гидравлики, сравнивались со значением расхода, полученным в предположении, что звуковая линия прямолинейна и находится в сечении минимальной площади сопла. Расход G при этом предположении вычислялся согласно [3] по формуле

$$(1) \quad \frac{1}{G} = \int_0^1 \frac{d\psi}{\rho_*(\psi) u_*(\psi)}$$

где $\rho_*(\psi)$, $u_*(\psi)$ — критические значения скорости и плотности.

Плотность, скорость и давление газа с неоднородными полными параметрами относятся соответственно к критическим значениям скорости, плотности и скоростному напору однородного потока, энтропийная функция $S = p/\rho^\gamma$ и энтальпия торможения которого равны средним по расходу значениям S_0 и H_0 . Расход и удельный импульс газа в сечении минимальной площади сопла для такого потока были приняты за единицы расхода и удельного импульса. Все численные расчеты проводились для совершенного газа с постоянными теплоемкостями для случая $\gamma = 1.4$.

Контур сопла, в котором рассчитывались течения газа со ступенчатыми распределениями полных параметров, был составлен из плавно сопрягающихся между собой отрезков прямых и дуг окружностей. Радиус сечения минимальной площади сопла был принят за единицу длины. Поджатие (по площади) дозвуковой части сопла 0.445, отношение площади выхода к площади минимального сечения сопла 1.61, радиус кривизны контура в сечении минимальной площади 0.25, полуугол сужения дозвуковой части сопла 30° , полуугол расширения сверхзвуковой части 15° .

Рассмотрим течения газа со ступенчатым распределением энтропийной функции S и энтальпии торможения H , когда разрывы S и H происходят при одном и том же значении ψ_d (двухслойное течение газа в сопле).

В этом случае распределения $H(\psi)$ и $S(\psi)$ имеют вид

$$\begin{aligned} H(\psi) &= H_1, & S(\psi) &= S_1 & (0 < \psi < \psi_d), \\ H(\psi) &= H_2, & S(\psi) &= S_2 & (\psi_d < \psi < 1) \end{aligned}$$

где H_1 , S_1 , H_2 , S_2 — значения энтальпии торможения и энтропийной функции в струях газа, текущих у оси сопла и у стенки соответственно. Отметим, что $\psi = 0$ на оси и $\psi = 1$ на стенке сопла.

В расчетах использовалась программа, разработанная в [4]. Согласно [5] шаг расчетной сетки для разностных уравнений был неравномерен по оси сопла и была проведена модернизация разностной схемы для ячеек, прилегающих к тангенциальному разрыву.

Расход газа через сопло при двумерном расчете течений определялся в сечении минимальной площади сопла, где плотность потока массы была близка к максимальной и неточности в определении статического давления и угла наклона вектора скорости слабо влияли на величину расхода. Полный импульс газа в расширяющейся части сопла вычислялся как сумма полного импульса в сечении минимальной площади (здесь плотность потока полного импульса близка к своему минимальному значению, которое достигается при числе Маха, равном единице, и нулевом значении угла наклона вектора скорости) и интеграла сил давления по стенке сопла. Во всех расчетах использовалась сетка 48×25 ячеек.

Были выполнены расчеты трех различных течений со ступенчатыми распределениями полных параметров в сопле заданной геометрии. Во всех расчетах $\psi_d = 0.5$.

Первый вариант рассчитанного течения характеризовался следующим распределением полных параметров: $H_1 = 1.125 H_0$, $H_2 = 0.876 H_0$, $S_1 = S_2 = S_0$ (здесь и далее

$H_0 = (\gamma + 1)/2(\gamma - 1)$, $S_0 = 1/\gamma$ — средние по расходу значения энтальпии торможения и энтропийной функции). При таком распределении S и H по ψ отношение полных давлений в потоках $p_{01}/p_{02} = 2.39$.

Во втором варианте расчета были выбраны следующие распределения полных параметров: $H_1 = 0.75 H_0$, $H_2 = 1.25 H_0$, $S_1 = 0.625 S_0$, $S_2 = 1.375 S_0$. В этом случае отношение полных давлений $p_{01}/p_{02} = 1.19$.

Третий вариант рассчитанного течения характеризовался следующими распределениями полных параметров: $H_1 = 1.25 H_0$, $H_2 = 0.75 H_0$, $S_1 = 1.375 S_0$, $S_2 = 0.625 S_0$, и отличался от второго варианта

расчета тем, что струя газа с параметрами $H = 1.25 H_0$, $S = 0.625 S_0$, которая во втором варианте располагалась у стенки сопла, находилась у оси, а у стенки сопла текла струя газа с параметрами $H = 0.75 H_0$, $S = 0.625 S_0$.

На фиг. 1 изображены линии $M = \text{const}$ (M — число Маха) для первого варианта течения. Положение тангенциального разрыва на фиг. 1 и на всех последующих фигурах выделено линией a . Кривые, отмеченные на фиг. 1 цифрами 1–12, соответствуют значениям $M = 0.24, 0.45, 0.66, 0.86, 1.07, 1.27, 1.48, 1.27, 1.48, 1.69, 1.90, 2.12$.

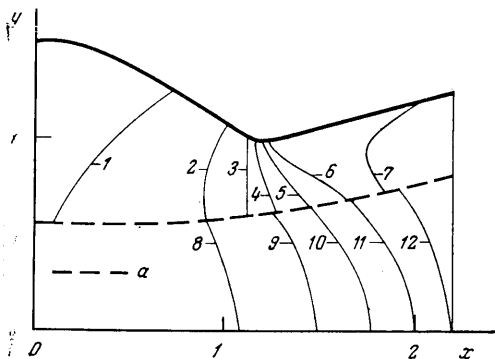
Для первого варианта течения двумерный расчет дает значение расхода 0.853, расчет по методу слоистой гидравлики — 0.848, а вычисление расхода по формуле (1) — 0.916. Заметное отличие

третьего значения расхода от двух первых происходит из-за значительного отхода звуковых линий обоих потоков от сечения минимальной площади сопла.

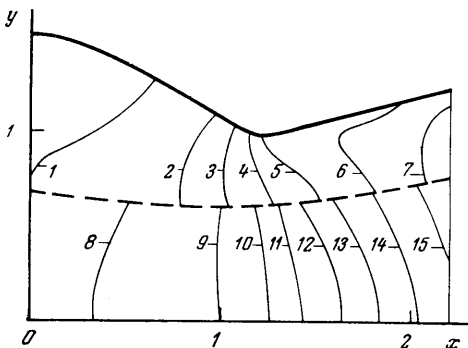
Из расчета первого варианта течения по методу слоистой гидравлики следует, что на срезе сопла удельный импульс потока с неоднородными распределениями полных параметров превышает удельный импульс однородного одномерного потока на 2.1%, в то время как из двумерных расчетов следует, что удельный импульс неоднородного двумерного потока превышает удельный импульс однородного двумерного потока на 4.5%. Отсюда можно сделать вывод, что в данном случае учет влияния двумерности потока усиливает влияние неоднородности потока по полным параметрам на удельный импульс газа. Отметим, что в первом варианте течения на выходе сопла удельный импульс струи газа, текущей у оси сопла, в 1.15 раза превышает удельный импульс струи, текущей у стенки сопла.

На фиг. 2 изображены линии $M = \text{const}$ для второго варианта течения. Кривые, отмеченные на фиг. 2 цифрами 1–15, отвечают $M = 0.23, 0.41, 0.58, 0.94, 1.29, 1.55, 1.73, 0.58, 0.76, 0.94, 1.11, 1.29, 1.46, 1.64, 1.82$.

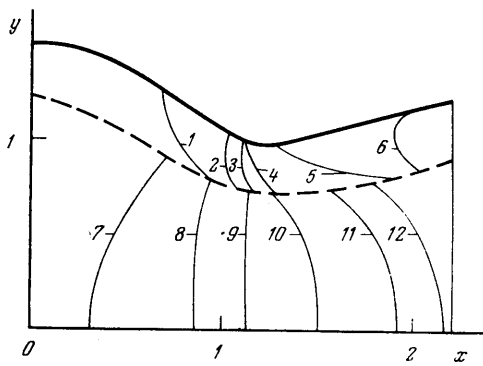
Для второго варианта двумерный расчет дает значение расхода, равное 1.07, расчет по методу слоистой гидравлики — 1.067, а вычисление расхода по формуле (1) — 1.078. Как следует из анализа фиг. 2, звуковые линии обоих потоков в данном случае находятся вблизи сечения минимальной площади, и поэтому все три способа определения расхода газа через сопло дают близкие результаты.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Из расчета второго варианта течения по методу слоистой гидравлики следует, что на срезе сопла удельный импульс потока с неоднородными распределениями полных параметров меньше удельного импульса однородного одномерного потока на 1%, тогда как двумерный расчет дает значение удельного импульса газа на 2% меньше, чем значение удельного импульса однородного двумерного потока.

На фиг. 3 изображены линии $M = \text{const}$ третьего варианта течения. Кривые, отмеченные на фиг. 3 цифрами 1-12, отвечают значениям $M = 0.45, 0.64, 0.83, 1.03, 1.61, 1.80, 0.25, 0.45, 0.64, 0.83, 1.03, 1.41, 1.61$.

В результате двумерного расчета третьего варианта получено значение расхода газа через сопло, равное 1.02. Из сравнения результатов двумерных расчетов второго и третьего вариантов следует, что расход газа через сопло во втором варианте на 5% больше, чем в третьем. Этот результат объясняется тем, что во втором рассчитанном варианте течения в сечении минимальной площади сопла плотность потока массы в струе газа, текущей у оси, в 1.5 раза больше, чем плотность потока массы в струе, текущей у стенки, в то время как в третьем варианте реализуется обратная ситуация. Из вышеизложенного можно сделать вывод, что с точки зрения необходимости пропускания наибольшего расхода газа через сопло данной геометрии при заданных Φ_2, S_1, S_2, H_1 и H_2 второй вариант предпочтительнее третьего.

Однако из сравнения результатов двумерных расчетов следует, что на срезе сопла в случае третьего варианта значение удельного импульса всего потока газа на 6.5% больше, чем во втором варианте. Это связано с тем, что в третьем варианте удельный импульс газа в сечении среза сопла в струе, текущей у оси, больше, чем в струе газа, текущей у стенки, тогда как во втором варианте струя газа с большим удельным импульсом течет у стенки сопла. Следовательно, с точки зрения получения большого удельного импульса третий вариант предпочтительнее второго.

Автор благодарит А. Н. Крайко и Р. К. Тагирова за полезные советы и помощь.

Поступила 20 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Зимонт В. Л. О величине импульса сопла при неравномерных газодинамических параметрах потока. Изв. вузов, Авиац. техн., 1970, № 2.
2. Крайко А. Н., Ланюк А. Н. О влиянии неравномерностей полей полной энтальпии и энтропии на интегральные характеристики сопла Лавала. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.
3. Теленин Г. Ф., Липницкий Ю. М., Еремин В. В. Расчет вихревых течений в соплах. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1975, № 41.
4. Курочкина Н. Я., Тагиров Р. К. К расчету сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа, истекающей в спутный трансзвуковой поток. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 4.
5. Тагиров Р. К. Усовершенствование метода расчета трансзвукового обтекания тел вращения. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 6.

УДК 534.2

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ

Г. Е. ДУМНОВ, Г. Ф. ТЕЛЕНИН

(Москва)

В связи с возникновением колебаний в резонаторах, помещенных в движущийся поток, рассматривается задача о колебаниях газа в замкнутой полости, возбуждаемых синусоидально-колеблющимся поршнем. Из решения задачи во втором приближении для малых амплитуд колебаний найден подогрев газа в области частот вблизи частоты линейного резонанса за счет появления ударных волн и показано, что система асимптотически выходит из этой области частот. Приведено численное решение задачи, подтверждающее эти соотношения, из которого получен подогрев для больших амплитуд колебаний поршня. Рассчитанные величины колебаний давления на закрытом конце полости сравнивались по форме и амплитуде с экспериментальными данными.

Краевая задача о колебаниях газа в закрытой полости допускает классическую постановку ($v=0$ на закрытом конце и $v=l\omega \cos(\omega t)$ на движущемся поршне, где