

поскольку сопротивление сферы определяется в основном давлением в передней части, коэффициент сопротивления C_x , представленный пунктирной кривой b , относительно слабо зависит от S .

Полученные результаты дают возможность количественно оценить влияние на течение переменности параметров набегающего потока. Локальные характеристики могут существенно зависеть от числа Струхала, но такая интегральная величина, как C_x , меняется мало.

Автор благодарен Г. И. Петрову за руководство работой и обсуждение результатов.

Поступила 8 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Г. И., Стулов В. П. Движение больших тел в атмосферах планет. Космические исследования, 1975, № 4.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
3. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
4. Бабаков А. В., Белоцерковский О. М., Северинов Л. И. Численное исследование течения вязкого теплопроводного газа у тупого тела конечных размеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.

УДК 533.6.011:533.697.4

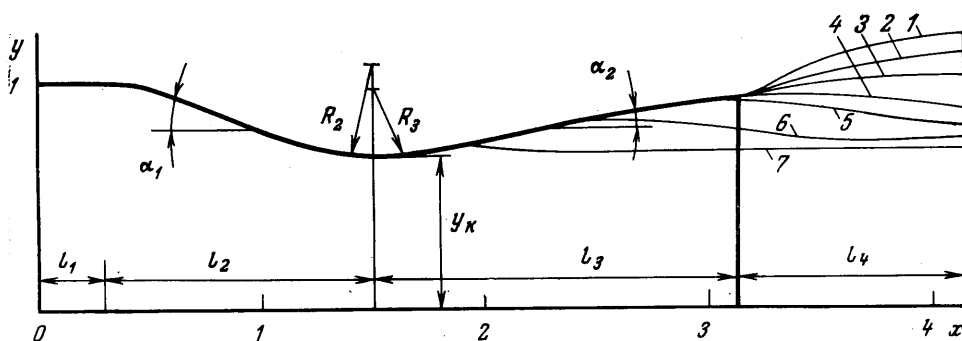
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЛАХ ЛАВАЛЯ, ВКЛЮЧАЯ РЕЖИМЫ ПЕРЕРАСШИРЕНИЯ С ОТРЫВОМ ПОТОКА

Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

С использованием метода установления [1] исследовано течение в осесимметричных соплах Лавалья, включая режимы течения с перерасширением и отрывом потока со стенки сопла.

Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах было получено в [2]. Аналогичные работы появились и за рубежом [3, 4]. Обзор таких работ дан в [5]. Однако указанные работы не позволяют получать результаты с достаточной точностью при наличии участков большой кривизны стенки сопла или точек излома.



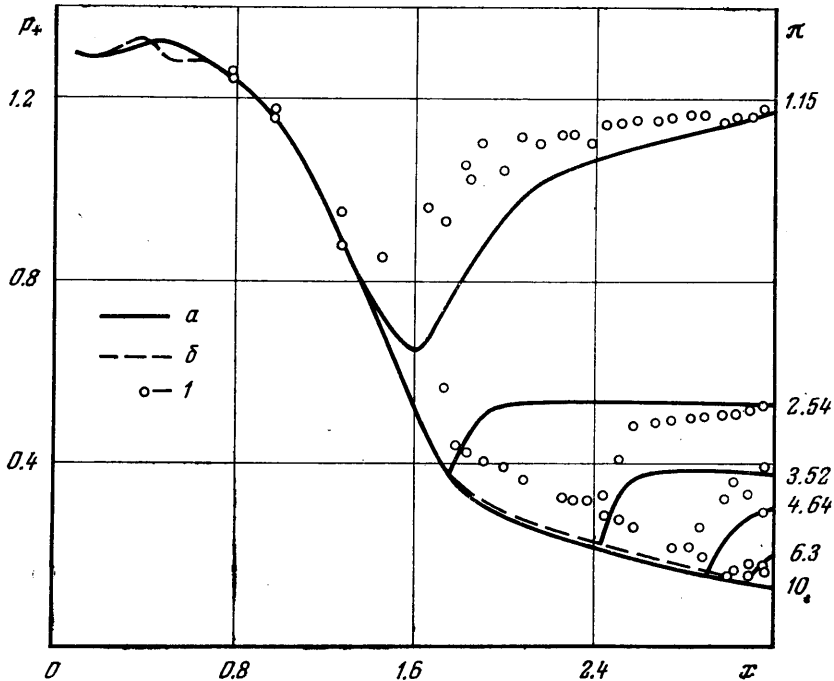
Фиг. 1

Исследование истечения на режиме перерасширения было проведено в работе [6] с использованием метода установления. Там же дается список литературы по этой проблеме. В этих работах не делалось попыток расчета истечения потока при наличии отрыва со стенок сопла.

В данной работе в случае большой кривизны стенки в окрестности критического сечения или точек излома для повышения точности расчета используется метод выделения области течения, предложенный в предыдущей работе автора [7]. При расчете режима перерасширения используется простая модель отрыва, основанная

на эмпирической зависимости интенсивности скачка, вызывающего отрыв пограничного слоя на стенке сопла, от местного числа M потока.

1. Для заданного сужающегося-расширяющегося сопла Лаваля поле течения сверху ограничивается стенкой сопла и границей струи, снизу — осью симметрии. На этих поверхностях в качестве граничных условий используются условия непротекания. В начальном сечении, находящемся перед сужающейся частью, задаются полное давление p^* , полная энтальпия H , вертикальная составляющая скорости v_0 и показатель адиабаты γ . При этом используется прямоугольная система координат x, y , ось x совпадает с осью симметрии, начало отсчета x — с начальным сечением сопла.



Фиг. 2

Расчет струи за срезом сопла ведется на заданной длине l_4 . Истечение струи происходит в затопленное пространство с давлением p_∞ . В расчетах используется относительная величина полного давления $\pi = p^*/p_\infty$. В случае дозвуковой струи на правом конце области течения давление в этом сечении предполагается постоянным и равным p_∞ . Построение расчетной подвижной сетки в поле течения и схема расчета течения идеального газа аналогичны [7].

Во всех примерах расчета, полученных на ЭВМ М-222, было принято $\gamma = 1.4$ и $v_0 = 0$.

Коэффициент расхода сопла μ определяется с помощью соотношений, приведенных в [7]. Коэффициент тяги сопла определяется отношением $R = R_0/R_i$, где действительная и идеальная тяги сопла равны соответственно

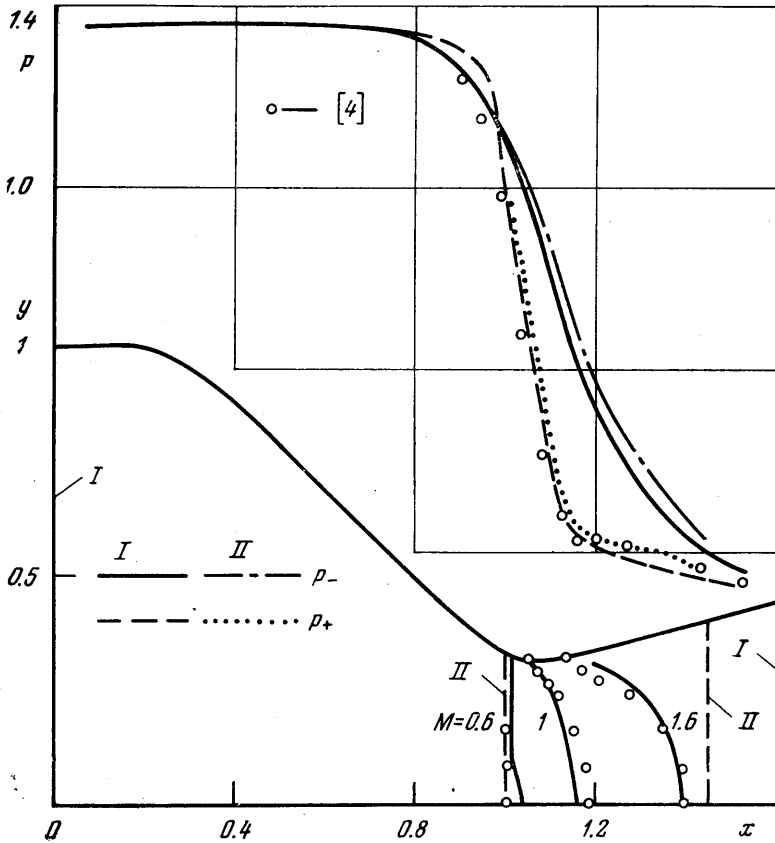
$$R_0 = \int_0^{y_k} (p + \rho u^2) 2y \, dy + \int_0^{y_b} p 2y \, dy - \frac{y_b^2}{\gamma \pi} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$R_i = \lambda_i y_k^2, \quad \lambda_i = \left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} (1 - \pi^{(1-\gamma)/\gamma}) \right]^{1/2}$$

Была рассмотрена возможность расчета течения в сопле при наличии отрыва потока со стенки на режиме перерасширения. В программу расчета была введена простая модель отрыва, основанная на предположении, что отрыв пограничного слоя возникает под воздействием скачка уплотнения при достижении интенсивности на скачке $M_2/M_1 \leq 0.782$ [8]. Здесь M_1 — число M на стенке сопла перед скачком уплотнения, M_2 — за скачком уплотнения. Считая, что в отрывной зоне давление постоянно и равно p_∞ , в процессе установления решения проводится проверка достижения ука-

занной интенсивности скачка и определяется точка отрыва потока на стенке сверхзвуковой части сопла.

2. Проведено численное исследование течения в сужающемся-расширяющемся сопле, имеющем размеры (фиг. 1): $l_1=0.3$, $l_2=1.21$, $l_3=1.63$, $l_4=1$, $R_2=1.506$, $R_3=1.506$, $\alpha_1=20^\circ$, $\alpha_2=10^\circ$, $y_k=0.681$ при значениях $\lambda=20, 15, 10, 6.3, 4.64, 3.52, 2.54, 1.15$. Все линейные размеры отнесены к радиусу входного сечения сопла. Форма сопла показана на фиг. 1. Здесь же приведены полученные расчетом границы истекающей струи, при этом цифры 1, 2 и т. д. соответствуют указанным выше значениям $\lambda=20, 15$ и т. д. до 2.54. Видно, что при $\lambda=6.3$ (кривая 4) истечение происходит на режиме перерасширения и при уменьшении λ возникает отрыв потока на стенке сопла.



Фиг. 3

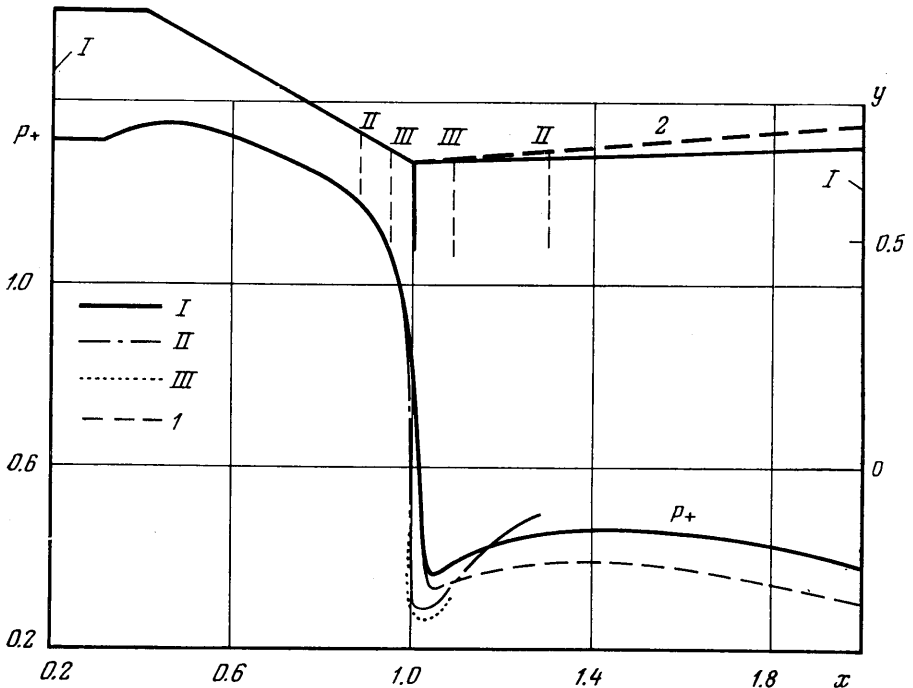
Расчитанные значения статического давления p_+ вдоль стенки сопла показаны на фиг. 2 линиями a . Видно, что скачок уплотнения, за которым возникает отрыв потока, по мере уменьшения λ двигается внутрь сопла. Интересно отметить, что при $\lambda=1.15$ у стенки в области критического сечения отрыв отсутствует, но имеется местная зона сверхзвуковых скоростей.

На этой же фигуре для сравнения точками 1 приведены экспериментальные данные, полученные ранее автором. В целом наблюдается соответствие. Различие в распределении давления в сверхзвуковой части сопла объясняется влиянием влажности воздуха в эксперименте. Экспериментальная установка работала за счет отсоса воздуха с помощью компрессоров, причем воздух поступал в сопло из окружающей среды без осушения. Известно, что в этом случае возникает скачок конденсации в начале сверхзвуковой части и происходит соответствующее повышение давления. Проведенное сравнение и выявляет наличие в эксперименте такого повышения давления. Таким образом, не только эксперимент может использоваться для проверки теории, но и теоретические результаты могут использоваться для проверки экспериментальных данных.

Следует отметить, что значения давления, при которых происходит отрыв потока, достаточно хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными зна-

чениями. Это говорит о том, что использованная модель отрыва потока на режиме перерасширения может использоваться для приближенных расчетов, когда зоны отрыва не очень велики. Рассмотренное сопло имеет достаточно плавные обводы, поэтому рассчитанный коэффициент расхода $\mu=0.997$ удовлетворительно совпал с экспериментальным значением $\mu=0.993$.

Показанные выше теоретические результаты были получены без учета влияния пограничного слоя на стенке сопла. Для оценки этого влияния был проведен расчет турбулентного пограничного слоя, нарастающего вдоль стенки сопла, с использованием интегрального метода [9]. При этом были приняты следующие начальные данные: толщина вытеснения в начальном сечении $\delta_0^*=0.0077$, число Рейнольдса



Фиг. 4

$Re=10^6$ (в качестве характерного размера принята длина сопла), температурный фактор $T_w=1$, число Прандтля $Pr=0.7$ и $\pi=10$. Следует отметить, что в начале сужающейся части сопла возникает местная зона отрыва, поскольку имеется положительный градиент давления. В данной работе граница этой отрывной зоны, как и в случае задачи внешнего обтекания [10], приближенно аппроксимировалась кубической параболой. Ординаты сопла были уменьшены затем на толщину вытеснения, и был повторен расчет течения методом установления. Из-за вытесняющего влияния пограничного слоя происходит некоторое повышение статического давления в сверхзвуковой части сопла (линия б на фиг. 2), а коэффициент расхода уменьшается до 0.993. Последний совпадает с экспериментальным значением.

Рассмотренное сопло имело достаточно плавные обводы в окрестности критического сечения, поэтому интегральные характеристики удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями без каких-либо уточняющих расчетов. Если сопло имеет относительно малый радиус кривизны вблизи критического сечения, получение правильных интегральных характеристик, в особенности при наличии сильного ограничения памяти ЭВМ, становится невозможным.

Для подтверждения был проведен расчет течения в сопле Лаваля, имеющего следующие размеры: $l_1=0.2$, $l_2=0.898$, $l_3=0.5$, $R_2=R_3=0.2$, $y_h=0.32$, $\alpha_1=45^\circ$, $\alpha_2=15^\circ$, $\pi=11$, расчетная сетка 30×9 . Полученные распределения давления вдоль оси симметрии (p_-) и вдоль стенки (p_+) показаны на фиг. 3. Здесь же приведены экспериментальные данные из работы [4]. В результате расчета было найдено $\mu=0.91$, в то время как экспериментальное значение составляет $\mu=0.985$. Наблюдается сильное различие из-за наличия участка большой кривизны стенки сопла.

Для получения правильных результатов следует или брать достаточно мелкую сетку, как это сделано в [4], или воспользоваться методом выделения области тече-

ния, содержащей участок максимальной кривизны стенки, с последующим измельчением расчетной сетки [7]. Выделяемая область II показана в нижней части фиг. 3 вертикальными линиями. Была взята сетка 16×17 и проведен расчет течения для этой области. Полученные распределения давления вдоль оси симметрии (p_-) и вдоль стенки (p_+) показаны на фиг. 3. В результате расчета найдены также коэффициент расхода $\mu=0.982$ и коэффициент тяги $R=0.958$. Видно, что при расчете с выделением области течения локальные и интегральные характеристики сопла удовлетворительно согласуются с экспериментом. В нижней части фиг. 3 показаны линии, соответствующие числам $M=0.6, 1$ и 1.6 . Они также удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [4].

С помощью предложенного метода [7] можно исследовать также течение в сопле, состоящем из конической сужающейся части и конической расширяющейся части и имеющем точку излома в критическом сечении. Были исследованы два сопла, имеющие $\alpha_1=30^\circ$, $y_A=0.658$, $l_1=0.4$, $l_2=0.592$, $l_3=1.1$, $\pi=5$ и отличающиеся значением угла наклона стенки сверхзвуковой части. Одно сопло имело $\alpha_2=2^\circ$ (фиг. 4), второе — $\alpha_2=4^\circ$. В верхней части фиг. 4 показаны контуры сопла (кривая 2), в нижней части — полученные в результате расчета распределения давления вдоль стенки. При этом для случая $\alpha_2=2^\circ$ расчеты были проведены для областей I, II, III с сетками 19×15 , 16×18 , 12×23 соответственно. При расчете в области II было найдено $\mu=0.932$, в области III — $\mu=0.938$. Линейная экстраполяция [7] по этим двум значениям на нулевой размер ячейки ($h=0$) определяет окончательную величину $\mu=0.943$. Это значение приблизительно согласуется с максимальным значением коэффициента расхода для конического сужающегося сопла с $\alpha_1=30^\circ$ [11]. Для случая $\alpha_2=4^\circ$ расчет был проведен только для области I с сеткой 19×15 (кривая 1 на фиг. 4).

Поступила 26 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. Н. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
2. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
3. Лаваль П. Нестационарный метод расчета трансзвуковых течений в соплах. В сб. «Численные методы в механике жидкостей». М., «Мир», 1973.
4. Cline M. C. Computation of steady nozzle flow by a time-dependent method. AIAA Journal, 1974, vol. 12, No. 4.
5. Brown E. F., Hamilton G. L. Survey of methods for exhaust-nozzle flow analysis. AIAA paper, 1975, No. 60.
6. Иванов М. Я., Ланюк А. Н. К расчету сверхзвуковой перерасширенной струи идеального газа при наличии в потоке диска Маха. Уч. зап. ЦАГИ, 1973, т. 4, № 4.
7. Тагиров Р. К. Теоретическое исследование течения идеального газа в сужающихся соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1978, № 2.
8. Le Fur V. Etude des tuyères convergentes-divergentes de sortie avec écoulement externe supersonique. Techn. et sci Aéronaut., 1958, № 4.
9. Авдучевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 4.
10. Тагиров Р. К. Трансзвуковое обтекание тела вращения при истечении реактивной струи из его кормовой части. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 2.
11. Fenain M., Dutouquet L., Solignac J. L. Calcul des performances d'une tuyère propulsive convergente. Comparaison avec l'expérience. Recherche Aéronautique, 1974, № 5.

УДК 533.6.011:538.4

ОБ ИНТЕГРАЛЕ БЕРНУЛЛИ И СОХРАНЕНИИ ЦИРКУЛЯЦИИ СКОРОСТИ В ПОЛЯРИЗУЮЩЕЙСЯ ИЛИ НАМАГНИЧИВАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

В. В. ГОРСКИЙ

(Горький)

Рассмотрим непрерывное движение электрически поляризующейся сжимаемой жидкости при отсутствии свободных зарядов, вязкости, тепло- и электропроводности в приближении электрогидродинамики [1]. Будем считать, что электрическая индукция \mathbf{D} и напряженность электрического поля \mathbf{E} связаны соотношением $\mathbf{D}=\varepsilon(\rho, T, E)\mathbf{E}$, где ε , ρ , T — соответственно электрическая проницаемость, плотность и температура жидкости. Важно отметить, что ввиду существования глубокой аналогии все рас-