

Если при начальном профиле засоления $\theta_0=1$ считать, что зоной кристаллизации является вся область фильтрации, т. е. искать решение уравнения (2.1) для θ_+ во всей области $\xi < \infty$, то точное решение данной задачи в такой постановке может быть найдено в виде

$$(2.16) \quad \theta = 1 + \frac{\varepsilon\delta}{2} \exp\left(-\frac{\xi}{\delta\varepsilon}\right) \operatorname{erfc} \frac{\xi-d\tau}{2\sqrt{\varepsilon\tau}} - \frac{\delta}{2} \exp(\delta\xi) \operatorname{erfc} \frac{\xi+d\tau}{2\sqrt{\varepsilon\tau}} - \left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \exp\left(-\frac{\xi}{\varepsilon} - \tau\right) \operatorname{erfc} \frac{\xi-\tau}{2\sqrt{\varepsilon\tau}}, \quad d = \sqrt{1+4\varepsilon}$$

При $\xi=0$ и $\tau \rightarrow \infty$ точное решение (2.16) и приближенное (2.14) дают $\theta_+(0, \infty) = 1 + 1/\varepsilon\delta = 1/\varepsilon\delta^2$, что указывает на эффективность используемых приближенных методов для решения задач рассмотренного типа.

Поступила 22 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Веригин Н. Н. Некоторые вопросы химической гидродинамики, представляющие интерес для мелиорации и гидротехники. Изв. АН СССР, ОТН, 1953, № 10.
2. Веригин Н. Н., Шержуков Б. С. Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах. В сб. «Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967)». М., «Наука», 1969.
3. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
4. Куранов Н. П., Муфтахов А. Ж., Щербаков А. З. Растворение и вымыв солей при фильтрации с малыми значениями параметра промывки. Изв. АН СССР, МЖТ, 1975, № 1.
5. Wooding R. A. Perturbation analysis of the conation for the transport of dissolved solids through porous media. Journal Hydrology, 16 (1972) (1–15) North-Holland Publ. Company.

УДК 533.6.011

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ БОЛЬШОГО ТЕЛА В ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. С. КУЦАЕВ

(Москва)

Решается задача об осесимметричном сверхзвуковом обтекании большого тела при его движении с постоянной скоростью в экспоненциальной атмосфере. Степень нестационарности набегающего потока характеризуется числом Струхалия. По численному решению для различных чисел Струхалия исследуется отличие обтекания от квазистационарного.

1. Постановка задачи. Задача о нестационарном движении в атмосфере большого тела возникла в связи с известной гипотезой Г. И. Петрова о природе Тунгусского явления 1908 г. Согласно этой гипотезе разрушения в районе катастрофы вызваны головной ударной волной от большого тела малой плотности при его существенно нестационарном торможении в атмосфере.

Как показано в [1], для полета в атмосфере число Струхалия, определенное как отношение характерного времени обтекания $t=R/V_0$ (R – размер тела, V_0 – скорость) к времени изменения скорости тела, имеет порядок отношения плотностей тела и набегающего потока. Поэтому на большой высоте скорость тела будет меняться мало и можно принять ее постоянной.

При движении в атмосфере большого тела можно также говорить о характерном времени изменения параметров в набегающем на тело потоке $T=H/V_0 \sin \alpha$, где H – высота однородной атмосферы, α – угол траектории с горизонтом. Если определить число Струхалия как отношение t к T , то получим

$$(1.1) \quad S=R \sin \alpha/H$$

Выражение (1.1) не содержит скорости тела и также определяет условия, при которых обтекание можно считать квазистационарным. Если размер тела сравним с высотой однородной атмосферы и угол входа достаточно велик, будет наблюдаться отличие от квазистационарного режима. Количественную оценку этого отличия можно получить лишь из решения задачи обтекания в нестационарной постановке, что и составляет цель настоящей работы. Задача решается численно с помощью метода Годунова для расчета двумерных нестационарных задач газовой динамики [2].

2. Уравнения и метод решения. Рассмотрим сверхзвуковое осесимметричное обтекание сферы потоком идеального совершенного газа с постоянной скоростью и

переменными давлением и плотностью. Запишем систему уравнений газовой динамики в дивергентной форме для нестационарного осесимметричного движения в цилиндрической системе координат x, y (y — радиус)

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho y) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u y) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v y) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u y) + \frac{\partial}{\partial x} [y(p + \rho u^2)] + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u v y) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho v y) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u v y) + \frac{\partial}{\partial y} [y(p + \rho v^2)] &= p \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho y \left(e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u y \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho v y \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] &= 0 \\ p &= (\gamma - 1) \rho e \end{aligned}$$

Пусть набегающий поток имеет постоянную температуру, а плотность — известная функция времени $\rho_\infty = f(t)$. Введем безразмерные переменные тем же способом, что и при однородном набегающем потоке

$$(2.2) \quad \begin{aligned} x &= \bar{x}R, \quad y = \bar{y}R, \quad t = \bar{t}R/V_0 \\ u &= \bar{u}V_0, \quad v = \bar{v}V_0, \quad \rho = \bar{\rho}\rho_\infty, \quad p = \bar{p}\rho_\infty V_0^2 \end{aligned}$$

Чертой сверху здесь обозначены безразмерные переменные, далее черта везде опускается.

При подстановке (2.2) в уравнения (2.1) они примут вид

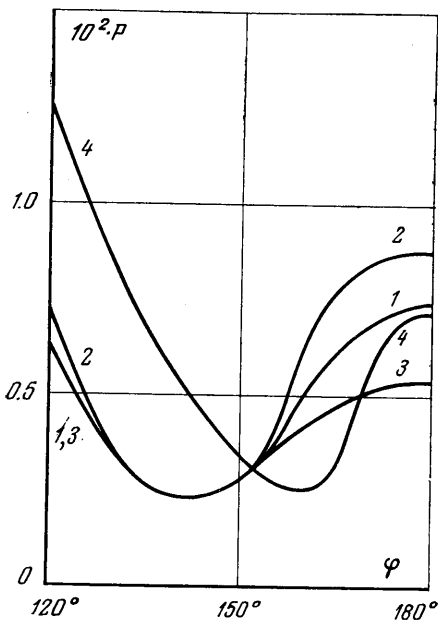
$$(2.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho y) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u y) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v y) &= -\rho y \frac{d \ln \rho_\infty}{dt} \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho u y) + \frac{\partial}{\partial x} [y(p + \rho u^2)] + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u v y) &= -\rho u y \frac{d \ln \rho_\infty}{dt} \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho v y) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u v y) + \frac{\partial}{\partial y} [y(p + \rho v^2)] &= p - \rho v y \frac{d \ln \rho_\infty}{dt} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho y \left(e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u y \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\rho v y \left(e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \right] &= -\rho y \left(e + \frac{u^2 + v^2}{2} \right) \frac{d \ln \rho_\infty}{dt} \\ p &= (\gamma - 1) \rho e \end{aligned}$$

Полученная система уравнений с граничными условиями непротекания на теле и условиями Ренкина — Гюгонно на ударной волне допускает решение, не зависящее от времени, для некоторых функций $\rho_\infty = f(t)$. В случае постоянного ρ_∞ (2.3) переходит в (2.1). Для движения в экспоненциальной атмосфере со скоростью V_0 будем иметь (в безразмерных переменных)

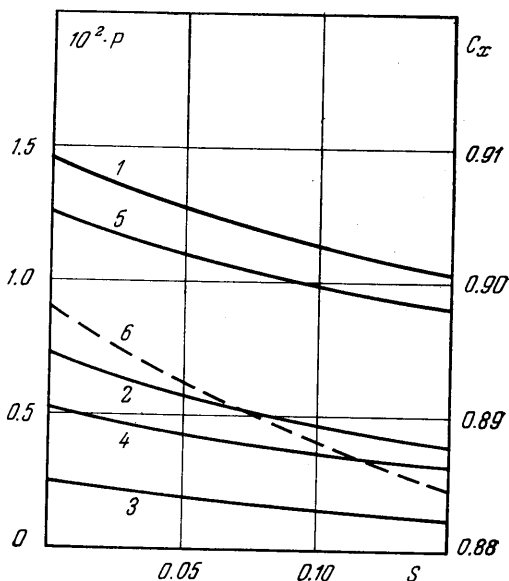
$$(2.4) \quad \frac{d \ln \rho_\infty}{dt} = \frac{R \sin \alpha}{H} = S$$

Система уравнений (2.3) содержит в правых частях члены типа источников. Соответствующая система для стационарного решения без производных по времени будет системой смешанного типа — эллиптического в дозвуковой области и гиперболического в сверхзвуковой. В данной работе методом установления решалась система (2.3).

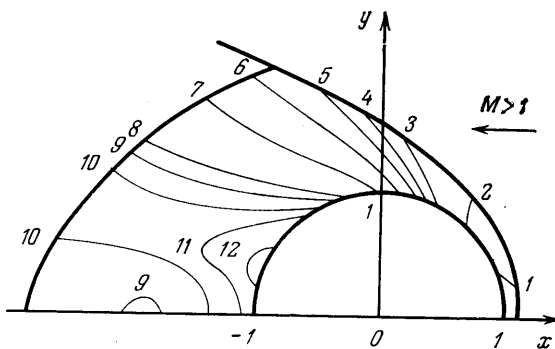
На теле ставилось условие непротекания, на ударной волне выполнялись соотношения Ренкина — Гюгонно, замыкающая граница области течения находилась целиком в сверхзвуковой части потока, поэтому условий на ней не требовалось.



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

Система (2.3) решалась методом сквозного счета, предложенным в [2]. Подробное описание и обоснование метода имеется в [3].

Не останавливаясь на деталях, отметим только, что в области за отшедшей ударной волной метод дает достаточно хорошее решение. Вблизи оси точность ухудшается, так как выбирается консервативный вариант схемы. В области за телом начинает сказываться влияние схемной вязкости, что требует сопоставления получающихся результатов с данными по обтеканию сферы вязким газом.

3. Результаты расчетов. Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Использовалась радиальная сетка, содержащая 30 ячеек вдоль границы тела и 5 ячеек в радиальном направлении.

На фиг. 1 показано распределение давления на поверхности сферы. Кривые 1-3 представляют собой результаты расчета обтекания сферы вязким газом для чисел Рейнольдса 1500, 3000, 10 000 соответственно, взятые из работы [4]. Распределение давления для однородного набегающего потока ($S=0$), полученное в данной работе, дается кривой 4. Качественное поведение кривых аналогично, и давление в донной области количественно согласуется с расчетами [4]. Форма области течения и линии равного давления для обтекания однородным потоком изображены на фиг. 2. Здесь номерам изобар 1-12 отвечают следующие значения $p \cdot 10^2$: 80, 40, 20, 16, 12, 8, 4, 2, 1.6, 1.2, 0.8, 0.4. На фиг. 3 изображена зависимость параметров течения от величины S . Кривые 1-4 соответствуют давлению на поверхности сферы в точках $\varphi=117, 141, 159, 177^\circ$, кривая 5 - среднему арифметическому давлений в точках задней полусферы. Видно, что давление на поверхности заметно зависит от числа S . Тем не менее,

поскольку сопротивление сферы определяется в основном давлением в передней части, коэффициент сопротивления C_x , представленный пунктирной кривой b , относительно слабо зависит от S .

Полученные результаты дают возможность количественно оценить влияние на течение переменности параметров набегающего потока. Локальные характеристики могут существенно зависеть от числа Струхала, но такая интегральная величина, как C_x , меняется мало.

Автор благодарен Г. И. Петрову за руководство работой и обсуждение результатов.

Поступила 8 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Г. И., Стулов В. П. Движение больших тел в атмосферах планет. Космические исследования, 1975, № 4.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
3. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
4. Бабаков А. В., Белоцерковский О. М., Северинов Л. И. Численное исследование течения вязкого теплопроводного газа у тупого тела конечных размеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 3.

УДК 533.6.011:533.697.4

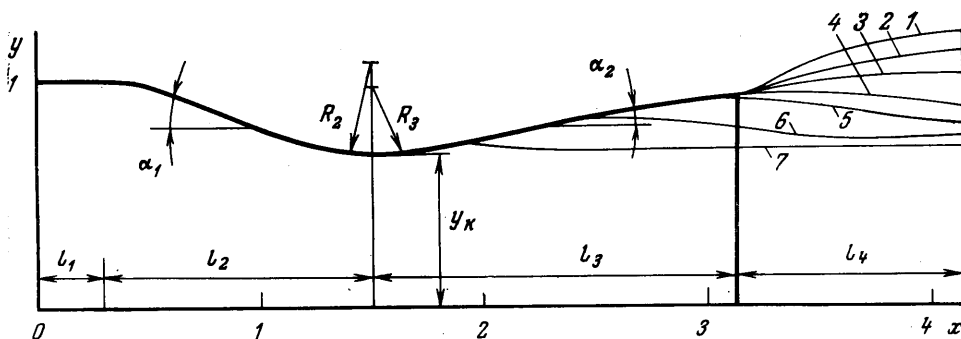
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЛАХ ЛАВАЛЯ, ВКЛЮЧАЯ РЕЖИМЫ ПЕРЕРАСШИРЕНИЯ С ОТРЫВОМ ПОТОКА

Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

С использованием метода установления [1] исследовано течение в осесимметричных соплах Лавалья, включая режимы течения с перерасширением и отрывом потока со стенки сопла.

Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах было получено в [2]. Аналогичные работы появились и за рубежом [3, 4]. Обзор таких работ дан в [5]. Однако указанные работы не позволяют получать результаты с достаточной точностью при наличии участков большой кривизны стенки сопла или точек излома.



Фиг. 1

Исследование истечения на режиме перерасширения было проведено в работе [6] с использованием метода установления. Там же дается список литературы по этой проблеме. В этих работах не делалось попыток расчета истечения потока при наличии отрыва со стенок сопла.

В данной работе в случае большой кривизны стенки в окрестности критического сечения или точек излома для повышения точности расчета используется метод выделения области течения, предложенный в предыдущей работе автора [7]. При расчете режима перерасширения используется простая модель отрыва, основанная