

МЕТОД РАСЧЕТА ПРОДОЛЬНЫХ, БОКОВЫХ И ПЕРЕКРЕСТНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

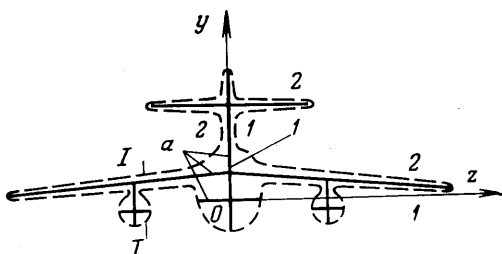
Ф. И. ГАНИЕВ

(Москва)

Учет многочисленных, подчас противоречивых требований при проектировании современных летательных аппаратов не возможен без проведения широких параметрических исследований. Поэтому необходимы эффективные и достаточно точные методы расчета на ЭВМ, позволяющие за короткое время провести большой объем исследований еще на стадии проектирования летательных аппаратов.

В статье излагается метод расчета продольных, боковых, перекрестных аэродинамических производных и индуктивного сопротивления с учетом толщины несущих элементов и подвесок летательного аппарата, движущегося с дозвуковой скоростью и совершающего гармонические колебания с малой частотой. Метод позволяет с достаточной точностью рассчитывать аэродинамические характеристики летательного аппарата любой сложной компоновки. Ограничением является возникновение критических явлений (срыв потока и зон сверхзвуковых течений).

1. Постановка задачи. Рассмотрим движение летательного аппарата сложной пространственной компоновки (фиг. 1) с постоянной дозвуковой скоростью U_0 в идеальной сжимаемой среде. Прямоугольную систему координат xuz свяжем с рассматриваемой моделью летательного аппарата. Начало системы координат расположим в произвольной точке (обычно в центре тяжести). Ось x направим вдоль оси корпуса назад, y — в плоскости симметрии вверх, ось z — вправо по размаху крыла. Пусть W и W^* — векторы возмущенной и переносной скоростей. Вектор абсолютной угловой скорости обозначим Ω , время t , среднюю аэродинамическую хорду b , круговую частоту ω^* . Введем безразмерные величины



Фиг. 1

$$(1.1) \quad \xi = \frac{x}{b}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad \zeta = \frac{z}{b}, \quad \omega_{x,y,z} = \frac{\Omega_{x,y,z} b}{U_0}, \quad \tau = \frac{U_0 t}{b}, \quad p^* = \frac{\omega^* b}{U_0}$$

Движение летательного аппарата и деформации его поверхности считаются известными и определяются безразмерными кинематическими параметрами ε_g . При этом

$$(1.2) \quad \varepsilon_1 = \alpha, \quad \varepsilon_2 = \beta, \quad \varepsilon_3 = \omega_x, \quad \varepsilon_4 = \omega_y, \quad \varepsilon_5 = \omega_z, \quad \varepsilon_6 = \delta_{\pm}, \quad \varepsilon_7 = \delta^*$$

$$\varepsilon_g = \frac{d\varepsilon_g}{d\tau}, \quad \varepsilon_g = A_g \cos p^* \tau, \quad \varepsilon_g^* = -p^* A_g \sin p^* \tau$$

где α и β — углы атаки и скольжения, $\delta_{\pm}$ — симметричное и антисимметричное отклонения рулей, δ^* — параметр, характеризующий толщину несущих элементов, A_g — амплитуда колебания, g — номер кинематического параметра. Предполагается, что кинематические параметры и деформации (1.2) малы ($\varepsilon_g \ll 1$) и несущие элементы летательного аппарата обтекаются плавно. Задача решается в линейной постановке при малых числах Струхала ($p^* \rightarrow 0$). Введем аэродинамические коэффициенты и нагрузку

$$(1.3) \quad c_y = \frac{Y}{qS}, \quad c_z = \frac{Z}{qS}, \quad m_{x,y,z} = \frac{M_{x,y,z}}{qSb}, \quad c_{x\pm} = \frac{X_{\pm}}{qS},$$

$$c_q = \frac{Q}{qS}, \quad \Delta p = \frac{p_1 - p_2}{q}$$

Здесь Y, Z — подъемная и боковая силы, $M_{x,y,z}$ — моменты относительно соответствующих осей, $X_{\pm}$ — индуктивное сопротивление (+) с учетом и (—) без учета подкасывающей силы Q, q — скоростной напор, S — характерная площадь, p_1, p_2 — давления на соответствующих сторонах несущей поверхности (фиг. 1).

Коэффициенты (1.3) представим в виде [1]

$$(1.4) \quad c_{y,z} = \sum_g (c_{y,z}^g \varepsilon_g + c_{y,z}^{g*} \varepsilon_g^*), \quad m_a = \sum_g (m_a^g \varepsilon_g + m_a^{g*} \varepsilon_g^*), \quad a = x, y, z$$

$$c_{x\pm} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} (c_{x\pm}^{\mu\nu} r + c_{x\pm}^{h\nu} h), \quad c_q = \sum_{\mu} \sum_{\nu} (c_q^{\mu\nu} r + c_q^{h\nu} h + c_q^{q\nu} q)$$

$$r = \varepsilon_{\mu} \varepsilon_{\nu}, \quad h = \varepsilon_{\mu} \varepsilon_{\nu}^*, \quad q = \varepsilon_{\mu}^* \varepsilon_{\nu}^*$$

Обтекание летательного аппарата строится с помощью источников и вихревой системы, которые располагаются на базовых поверхностях [1-4]. Базовая поверхность — часть плоскости, близкая к соответствующей части несущей поверхности и параллельная оси x . На фиг. 1 линиями a показаны контуры базовых плоскостей.

Стороны несущих элементов обозначим цифрами 1 и 2 (фиг. 1). Направление нормали (n_0) к базовому элементу от 1 в сторону 2 принимается за положительное. Введем функции толщины $f_{\delta v}^*$ и кривизны $f_{\delta v}$. Деформацию поверхности летательного аппарата представим в виде

$$(1.5) \quad \frac{(\Delta n_0)_{1,2}}{b} = \sum_{\nu} \delta_{\nu}(\tau) f_{\delta v}(\xi, \eta, \xi)$$

Здесь $(\Delta n_0)_{1,2}$ — расстояние от середины поверхности несущего элемента ($f_{\delta v}$) до базовой поверхности.

С учетом обозначений сторон несущей поверхности (1, 2 на фиг. 1) толщина характеризуется суммой деформаций поверхности летательного аппарата на разных сторонах от базовой плоскости

$$(1.6) \quad f_{\delta v}^* = f_{\delta v 2} + f_{\delta v 1},$$

а кривизна — полуразностью $f_{\delta v} = 1/2 (f_{\delta v 2} - f_{\delta v 1})$.

Поле скоростей, возмущенное летательным аппаратом, полагаем потенциальным. Вихревой след, сбегаящий с несущей поверхности, располагается в соответствующих базовых плоскостях, на которые сносятся и граничные условия. Общая задача сводится к ряду частных, решаемых независимо одна от другой, причем толщина моделируется источниками.

2. Переход от газа к несжимаемой жидкости. Рассмотрим обтекание летательного аппарата с учетом сжимаемости газа. В линейной постановке можно считать, что существует потенциал скоростей, возмущенных летательным аппаратом, причем

$$(2.1) \quad W_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad W_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad W_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad \Phi = U_0 b \varphi$$

Вне летательного аппарата и вихревой пелены безразмерный потенциал φ удовлетворяет уравнению (a_0 — скорость звука в невозмущенной среде)

$$(2.2) \quad K^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \zeta^2} + 2M^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \tau} - M^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} = 0, \quad M = \frac{U_0}{a_0}$$

$$K = \sqrt{1 - M^2}$$

На вихревой пелене перепад давления отсутствует

$$(2.3) \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_{|_1} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_2$$

На задних кромках базовых поверхностей выполняется условие Чаплыгина — Жуковского.

Вдали от летательного аппарата и вихревой пелены

$$(2.4) \quad \lim \nabla \varphi = 0, \quad x \rightarrow -\infty, \quad y \rightarrow \infty, \quad z \rightarrow \infty$$

Из условия непротекания на поверхности летательного аппарата имеем

$$(2.5) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n_0} = W_{n_0}^*$$

Представим φ и $W_{n_0}^*$ через аэродинамические производные

$$(2.6) \quad \varphi = \sum_g [\varphi^g(\xi, \eta, \zeta) \varepsilon_g(\tau) + \varphi^{g*}(\xi, \eta, \zeta) \varepsilon_g^*(\tau)]$$

$$\frac{W_{n_0}^*}{U_0} = \sum_g (\Pi_g^g \varepsilon_g + \Pi_g^{g*} \varepsilon_g^*)$$

Воспользуемся подстановкой, применяющейся в нестационарной аэродинамике [1, 3]

$$(2.7) \quad \varphi^g = \psi^g \cos \kappa \xi - \frac{p^*}{K^2} \psi^{g*} \sin \kappa \xi, \quad \varphi^{g*} = \frac{1}{p^*} \psi^g \sin \kappa \xi + \frac{1}{K^2} \psi^{g*} \cos \kappa \xi,$$

$$\kappa = \frac{p^* M^2}{K^2}$$

С учетом (2.6) получим уравнения, удовлетворяющие условиям (2.2) — (2.5). При $p^* \rightarrow 0$ на поверхности базового элемента будем иметь

$$(2.8) \quad \frac{\partial \psi^g}{\partial n} = \Pi_g^g, \quad \frac{\partial \psi^{g*}}{\partial n} = K^2 \Pi_g^{g*} - \xi M^2 \Pi_g^g$$

Введем переменные

$$(2.9) \quad \xi_M = \xi, \quad \eta_M = K\eta, \quad \zeta_M = K\zeta, \quad b_M = \frac{b}{K}, \quad S_M = \frac{S}{K}$$

Кинематические параметры (1.2) и (1.5) примут вид

$$(2.10) \quad \varepsilon_{gM} = \{\alpha_M, \beta_M, \omega_{x,y,zM}, \delta_{M\pm}, \delta_{M^*}\}, \quad \varepsilon_{gM}^* = \frac{d\varepsilon_{gM}}{d\tau_M}$$

$$\frac{(\Delta n_{0M})_{1,2}}{b_M} = \sum_v \delta_{vM}(\tau_M) f_{\delta vM}(\xi_M, \eta_M, \zeta_M)$$

Условия непротекания поверхности тела (2.5) и (2.8) запишутся в виде

$$(2.11) \quad \frac{\partial \psi_M^e}{\partial n_{0M}} = \frac{\Pi_{gM}^e}{K}, \quad \frac{\partial \psi_M^{e*}}{\partial n_{0M}} = K \Pi_{gM}^{e*} - \xi_M \frac{M^2}{K} \Pi_{gM}^e$$

Потенциал скорости, возмущенной преобразованным летательным аппаратом в несжимаемой среде, с линейной точностью выражается формулой

$$(2.12) \quad \Psi_{1M} = K b_M U_{0M} \sum_g (\psi_{1M}^e \varepsilon_{gM} + \psi_{1M}^{e*} \varepsilon_{gM}^*)$$

Полагая, что летательный аппарат движется в среде с нормальными составляющими скорости

$$(2.13) \quad V_n = U_{0M} M^2 \sum_g (\xi_M \Pi_{gM}^e + \Pi_{gM}^{e*}) \varepsilon_{gM}^*$$

потребуем, чтобы потенциал $[\psi_{1M}(\xi_M, \eta_M, \zeta_M)]$ удовлетворял тем же условиям (2.2)–(2.5). При этом условие (2.5) запишется в виде

$$(2.14) \quad \frac{1}{U_{0M}} \frac{\partial \Psi_{1M}}{\partial n_{0M}} = \sum_g [\Pi_{gM}^e \varepsilon_{gM} - M^2 (\xi_M \Pi_{gM}^e + \Pi_{gM}^{e*}) \varepsilon_{gM}^*]$$

В точках, связанных условием (2.9), $\psi_M(\xi_M, \eta_M/K, \zeta_M/K) = \psi_{1M}(\xi_M, \eta_M, \zeta_M)$ и удовлетворяет одним и тем же уравнениям. Воспользовавшись (2.7)–(2.14), из интеграла Коши – Лагранжа получим

$$(2.15) \quad \Delta p^e = \frac{\Delta p_M^e}{K}, \quad \Delta p^{e*} = \frac{\Delta p_M^{e*}}{K^3} - \frac{\xi_M M^2}{K^3} \Delta p_M^e$$

3. Поле скоростей подковообразного вихря. Циркуляция вихрей изменяется с течением времени, причем эти изменения сопровождаются сходом пелены свободных вихрей, уносимых потоком. Полагаем, что эта скорость равна скорости набегающего потока U_0 . Пусть циркуляция вихря i меняется по гармоническому закону $\Gamma_{+i}(\tau) = U_0 b \Gamma_i \cos p^* \tau$ (Γ_i – безразмерная циркуляция). Составляющие скорости в точке $j(x_j, y_j, z_j)$ от i -го подковообразного вихря с координатами x_i, y_i, z_i можно представить в виде

$$(3.1) \quad W_{aij} = \frac{U_0 \Gamma_i}{4\pi} w_{aij}, \quad w_{aij} = w_{aij}^{(1)} \cos p^* \tau - w_{aij}^{(2)} \sin p^* \tau, \quad a = x, y, z$$

На основании закона Био – Савара можно найти значения функций $w_{aij}^{(1)}, w_{aij}^{(2)}$, относительно i . Первый член (3.1) представим в следующем виде:

$$(3.2) \quad w_{aij} = u_{aij} - p^* \int_0^\infty u_{aij}^* \sin p^* \xi d\xi - \int_0^\infty F_{aij} \cos p^* \xi d\xi$$

Здесь u_{aij} — скорости, индуцируемые присоединенными вихрями, u_{aij}^* , F_{aij} — скорости, индуцируемые вихревой пеленой от присоединенного и свободных полубесконечных вихревых шнуров. Значение безразмерных скоростей, индуцируемых пеленой свободных вихрей в точке j , выражается через интегралы довольно сложного вида

$$(3.3) \quad w_{aij}^{(2)} = p^* \int_0^\infty u_{aij}^* \cos p^* \xi \, d\xi - \int_0^\infty F_{aij} \sin p^* \xi \, d\xi$$

Для определения поля скоростей при $p^* \rightarrow 0$ вычислим значения функций $w_{aij}^{(1)}$ и $\partial w_{aij}^{(2)} / \partial p^*$. Из (3.1) с учетом (3.2) и (3.3) при $p^* \rightarrow 0$ будем иметь

$$(3.4) \quad w_{aij}^{(1)} = u_{aij} + \int_0^\infty I_{aij} \, d\xi + \int_0^\infty N_{aij} \, d\xi, \quad \frac{\partial w_{aij}^{(2)}}{\partial p^*} = \int_0^\infty u_{aij}^* \, d\xi + \int_0^\infty N_{aij} \, d\xi$$

Здесь I_{aij} , N_{aij} — функции, определяющие скорости, индуцируемые свободными полубесконечными вихрями и вихревой пеленой при $p^* \rightarrow 0$. Вычислив интегралы, получим необходимые для дальнейших расчетов функции

$$(3.5) \quad w_{aij}^{(1)} = u_{aij} + v_{aij}, \quad \frac{\partial w_{aij}^{(2)}}{\partial p^*} = u_{aij}^{**} + N_{aij}^*$$

где v_{aij} — скорости, индуцируемые свободными вихревыми шнурами. Функции u_{aij} , v_{aij} , u_{aij}^{**} и N_{aij}^* зависят от аргументов $\xi_{ij} = (x_j - x_i)/b$, $\eta_{ij} = (y_j - y_i)/b$, $\zeta_{ij} = (z_j - z_i)/b$, χ_i , ψ_i , l_i , а подынтегральные функции u_{aij}^* , F_{aij} , I_{aij} , N_{aij} кроме того зависят еще от параметра $\xi_{ij} - \xi$. Здесь χ_i и ψ_i — углы наклона i -го подковообразного вихря соответственно к плоскостям yz и xz , l_i — размах вихря.

4. Уравнение для циркуляций. Общая задача аэродинамики разделяется на две группы. Первая — задачи, решаемые моделированием обтекания летательного аппарата с помощью вихрей. Вторая — задача определения аэродинамических нагрузок, вызванных учетом толщины несущих элементов, подвесок и т. д. Вихревая система летательного аппарата конструируется с помощью присоединенного вихря и двух соответствующих ему свободных полубесконечных вихревых шнуров. Система подковообразных вихрей располагается на базовых поверхностях. Через изломы передней и задней кромок несущих элементов (крыло, корпус и хвостовое оперение) проведем секущие плоскости, параллельные оси x . Полученные участки сечениями, параллельными оси x , разбиваются на полосы, которые в свою очередь по хорде разделяются на панели [1], где располагается подковообразный нестационарный вихрь. Сечения несущих элементов (крыло и горизонтальное оперение), расположенных на одной плоскости, совпадают. Этим достигается согласование места и числа сечений на этих участках и, следовательно совпадение свободных вихревых шнуров, направленных вдоль сечений этих участков.

Безразмерную интенсивность источников σ_i представим в следующем виде:

$$(4.1) \quad \sigma_i = \sum_v [\sigma_i^* \delta_v(\tau) + \sigma_i^* \delta_v^*(\tau)]$$

Обозначив через φ_2° и $\varphi_2^{\circ*}$ соответствующие аэродинамические производные потенциала возмущенных скоростей от источников φ_2 , получим выражение, аналогичное (2.6)

$$(4.2) \quad \varphi_2 = \sum_v [\varphi_2^\circ \delta_v(\tau) + \varphi_2^{\circ*} \delta_v^*(\tau)]$$

Функции (2.6) и (4.2) должны удовлетворять линеаризованному уравнению неразрывности (2.2) [1]. Из (2.5) и (4.2), (4.5) с линейной точностью получим граничное условие на базовой поверхности

$$(4.3) \quad \frac{W_v}{U_0} \cos \psi_j - \frac{W_z}{U_0} \sin \psi_j = (-\alpha - \xi_j \omega_x - \zeta_j \omega_x) \cos \psi_j - \\ - (\beta + \eta_j \omega_x + \xi_j \omega_v) \sin \psi_j + \sum_v \delta_v \frac{\partial f_{\delta v}}{\partial \xi} + \sum_v \delta_v f_{\delta v}$$

Отсутствие перепада давления на пелене свободных вихрей, условие (2.3), выполняется на основании теоремы Томсона о постоянстве циркуляции во времени в идеальной баротропной среде. Вдали от летательного аппарата возмущения затухают и потенциал скоростей, индуцируемых вихрями и источниками, удовлетворяет условиям (2.4). Для случая обтекания бесконечно тонких пластин гипотезу Чаплыгина — Жуковского можно трактовать как условие о конечности скоростей (2.1) на задних кромках [1]. Выполнение этого условия обеспечивается принятой схемой распределения дискретных вихрей. Строгое математическое обоснование метода дискретных вихрей изложено в [3]. Циркуляцию i -го вихря, моделирующего обтекание преобразованного летательного аппарата в несжимаемой среде, представим в виде [3]

$$(4.4) \quad \Gamma_{+iM} = U_{0M} b_M \sum_s [\Gamma_{iM}^e \varepsilon_{sM} + (\Gamma_{iM}^{(21)} + M^2 \Gamma_{iM}^{(22)} + K^2 \Gamma_{iM}^{(23)}) \varepsilon_{sM}^*]$$

Из (2.5), учитывая (3.1) при $p^* \rightarrow 0$ и (4.3), (2.1), (4.4), получим систему линейных алгебраических уравнений

$$(4.5) \quad \sum_i \Gamma_{iM}^e w_{nijM}^{(1)} = 4\pi \Pi_{jM}, \quad \sum_i \Gamma_{iM}^{(21)} w_{nijM}^{(1)} = - \sum_i \Gamma_{iM}^e \frac{\partial w_{nijM}^{(2)}}{\partial v^*} \\ \sum_i \Gamma_{iM}^{(22)} w_{nijM}^{(1)} = -4\pi \xi_j \Pi_{jM}, \quad \sum_i \Gamma_{iM}^{(23)} w_{nijM}^{(1)} = 4\pi \Pi_{jM}^* \\ 1 \leq i \leq m, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

Здесь правые части определяются в зависимости от решаемой задачи (2.10)

$$\Pi_{j1M}^\alpha = -\cos \psi_{jM}, \quad \Pi_{j2M}^\alpha = -\sin \psi_{jM}, \\ \Pi_{j3M}^\alpha = -\frac{1}{K} (\eta_{jM} \sin \psi_{jM} + \xi_{jM} \cos \psi_{jM})$$

$$\Pi_{j4M}^{\alpha v} = -\xi_{jM} \sin \psi_{jM}, \quad \Pi_{j5M}^{\alpha z} = -\xi_{jM} \cos \psi_{jM}$$

$$(4.6) \quad \Pi_{j\delta M}^{\delta} = \frac{\partial f_{\delta M j}}{\partial \xi}, \quad \Pi_{j\delta M}^{e*} = 0, \quad g=1, 2, \dots, 5$$

$$\Pi_{j\delta M}^{e*} = f_{\delta M j}, \quad \Pi_{j\gamma M}^{e*} = \Pi_{j\gamma}^{\delta*}$$

Определим интенсивность источников, моделирующих влияние толщины несущих элементов летательного аппарата. Представим Φ в следующем виде: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$. С учетом (4.3), (2.1) и (1.6) граничное условие будет иметь вид

$$(4.7) \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \eta} \cos \psi_j - \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \sin \psi_j = \sum_v \delta_v \frac{\partial f_{\delta v j}}{\partial \xi} + \sum_v \delta_v \dot{f}_{\delta v j}$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \eta} \right)_{1,2} \cos \psi_j - \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} \right)_{1,2} \sin \psi_j =$$

$$= \pm \frac{1}{2} \sum_v \delta_v \frac{\partial f_{\delta v j}^*}{\partial \xi} \pm \frac{1}{2} \sum_v \delta_v \dot{f}_{\delta v j}^*$$

Функция Φ_1 — с непрерывной нормальной производной на базовой поверхности, а Φ_2 — с разрывной. Поэтому граничные условия удовлетворяются на соответствующих сторонах базовой поверхности. Значение Φ_1 может быть найдено с помощью особенностей типа вихрей (4.7). Потенциал скоростей Φ_2 (4.2) находится с использованием источников. Определим безразмерные интенсивности источников σ_i , на разных сторонах базовой поверхности (1, 2 на фиг. 1)

$$(4.8) \quad \frac{W_{n2}}{U_0} = \frac{W_{n0}}{U_0} + \frac{\sigma_i}{2} \quad \frac{W_{n1}}{U_0} = \frac{W_{nc}}{U_0} - \frac{\sigma_i}{2}$$

Здесь W_{n0} , W_{n1} , W_{n2} — нормальные составляющие скорости в точке базовой поверхности и на соответствующих ее сторонах (1, 2). В рассматриваемой задаче они могут возникнуть только от источников, расположенных на других базовых поверхностях. Если базовые элементы лежат в одной плоскости, то $W_{n0} = 0$. Так как σ_i должна компенсировать разрывную часть граничного условия (4.7), то

$$(4.9) \quad \sigma_i = \sum_v \delta_v^* \frac{\partial f_{\delta v}^*}{\partial \xi} + \sum_v \delta_v^* \dot{f}_{\delta v}^*$$

Обозначив через Σ_1 площадь базовых элементов, найдем безразмерный потенциал скорости от источников в точке $j(\xi_j, \eta_j, \zeta_j)$ [1]

$$(4.10) \quad \Phi_2 = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_1} \sigma_i \frac{d\Sigma_i}{R^*}, \quad R^* = \sqrt{(\xi_j - \xi)^2 + K^2(\eta_j - \eta)^2 + K^2(\zeta_j - \zeta)^2}$$

Расчет аэродинамических нагрузок сводится к определению функции Φ_2 , удовлетворяющей уравнению (2.2) и граничным условиям (2.3) — (2.5). Из (3.1) с учетом (2.1), (2.5) и (4.9) получим систему уравнений (4.5), где правые части определяются из соотношений, полученных после

дифференцирования (4.10) и вычисления интеграла

$$(4.11) \quad \Pi_{j7}^{\delta*} = -\frac{1}{2\pi} \sum_i \sum_v \frac{\partial f_{\delta v i}^*}{\partial \xi} w_{nij}^*, \quad \Pi_{j7}^{\delta*} = \frac{1}{2\pi} \sum_i \sum_v f_{\delta v i}^* w_{nij}^*$$

Здесь w_{aij}^* — нормальная составляющая безразмерной скорости, индуцируемой источниками i в точке j .

5. Расчет аэродинамических коэффициентов. Решением системы (4.5) определяются циркуляции дискретных вихрей. По теореме Жуковского «в малом» [1] находятся нагрузки (2.15)

$$(5.1) \quad \Delta p_i^e = \frac{2\Gamma_{igM}^e}{\Delta \xi_{iM} K^{1+\theta}},$$

$$\Delta p_i^{e*} = \frac{\Delta p_{igM}^{(24)}}{K^{3+\theta}} + \frac{M^2}{K^{3+\theta}} (\Delta p_{igM}^{(22)} - \Gamma_{igM}^e \xi_{iM}) + \frac{\Delta p_{igM}^{(23)}}{K^{1+\theta}}$$

$$\Delta p_{igM}^{(2a)} = \frac{2\Gamma_{igM}^{(2a)}}{\Delta \xi_{iM}}, \quad (a=1, 2, 3), \quad \Delta \xi_{iM} = \frac{\Delta x_{iM}}{b_M}, \quad \theta=1 (g=3),$$

$$\theta=0 (g \neq 3)$$

Здесь Δx_{iM} — длина панели, на которой расположен вихрь i . В случае неустановившегося движения летательного аппарата аэродинамические производные индуктивного сопротивления без подсасывающей силы и сопротивления трения можно получить, проектируя на ось x действующие на него нормальные силы и используя выражения (1.3), (1.4) [1]

$$(5.2) \quad c_{x-r} = 2 \frac{b_M}{S_M K} \iint_{\Sigma_i} \Delta p_{iM}^e d\Sigma_i, \quad c_{x-h} = 2 \frac{b_M}{S_M K} \iint_{\Sigma_i} \Delta p_{iM}^{e*} d\Sigma_i,$$

$$c_{x-d} = 2 \frac{b_M}{S_M K} \iint_{\Sigma_i} \Delta p_{iM}^e \frac{\partial f_{\delta v M}}{\partial \xi_M} d\Sigma_i,$$

$$c_{x-q} = 2 \frac{b_M}{S_M K} \iint_{\Sigma_i} \Delta p_{iM}^{e*} \frac{\partial f_{\delta v M}}{\partial \xi_M} d\Sigma_i,$$

$$r = \alpha \varepsilon_\mu, \quad h = \alpha \varepsilon_\mu, \quad d = \delta \varepsilon_\mu, \quad q = \delta \varepsilon_\mu.$$

Рассмотрев течение идеального газа вблизи передней кромки [1] с учетом (1.3), (1.4), можно найти аэродинамические производные подсасывающей силы сечений

$$(5.3) \quad c'_{r} = -\frac{\pi}{4} \frac{b_M}{b_{hM}} \frac{a_h^\mu a_h^\nu}{\cos \chi_{0hM}}, \quad c'_{h} = -\frac{\pi}{4} \frac{b_M}{b_{hM}} \frac{a_h^\mu a_h^\nu}{\cos \chi_{0hM}},$$

$$c'_{q} = -\frac{\pi}{4} \frac{b_M}{b_{hM}} \frac{a_h^\mu a_h^\nu}{\cos \chi_{0hM}}, \quad a_h^n = \frac{\Gamma_h^n}{2\sqrt{\xi_{j1M} - \xi_{hM}}}$$

$$\mu = \varepsilon_\mu, \quad \nu = \varepsilon_\nu, \quad \dot{\mu} = \dot{\varepsilon}_\mu, \quad \dot{\nu} = \dot{\varepsilon}_\nu,$$

$$r = \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu, \quad h = \varepsilon_\mu \dot{\varepsilon}_\nu, \quad q = \varepsilon_\mu \dot{\varepsilon}_\nu, \quad n = \varepsilon_\mu, \varepsilon_\nu, \dot{\varepsilon}_\mu, \dot{\varepsilon}_\nu.$$

Здесь ξ_{km} — координаты вихрей в сечении k , ξ_{ijm} — координата первой от носка контрольной точки j ; χ_{0km} — угол стреловидности передней кромки в сечении $z_k = \text{const}$. Считая значения a_k^n между сечениями k , $k+1$ постоянными, для летательного аппарата получим

$$(5.4) \quad c_{q^r} = \sum_k c_{q^r}^k, \quad c_{q^h} = \sum_k c_{q^h}^k, \quad c_{q^a} = \sum_k c_{q^a}^k$$

Подсасывающая сила направлена вперед по касательной к несущей поверхности в передней кромке. Учитывая малость углов атаки и деформации, для коэффициента индуктивного сопротивления с учетом подсасывающих сил с линейной точностью можно записать $c_{x+} = c_{x-} - c_q$. Для определения коэффициента индуктивного сопротивления и подсасывающей силы в наиболее важном случае ($\varepsilon_g = \alpha, \delta$) установившегося движения из (1.4) имеем

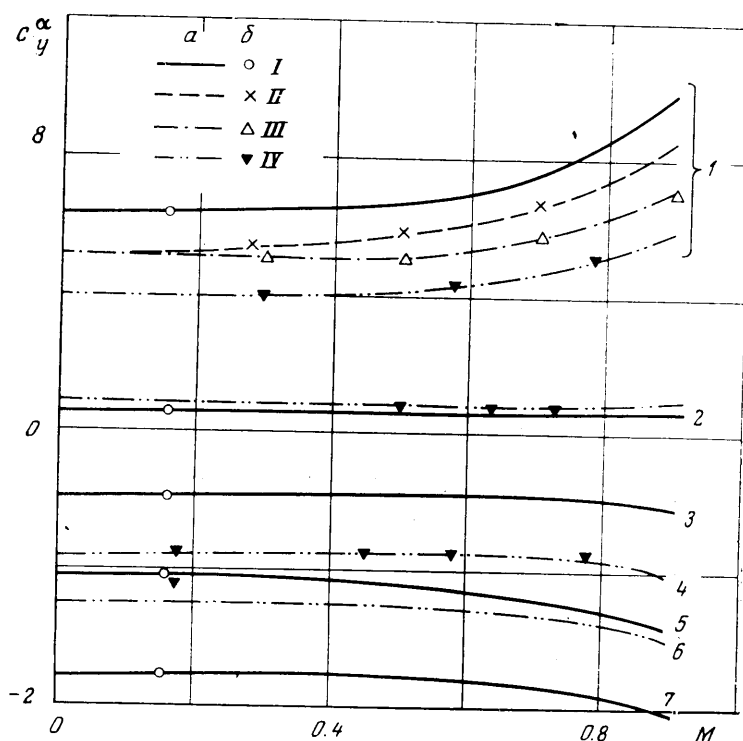
$$(5.5) \quad \begin{aligned} c_{x\pm} &= c_{x\pm}^{\alpha\alpha} \alpha^2 + \alpha \sum_{\mu} c_{x\pm}^r \delta_{\mu} + \sum_{\mu} \sum_{\nu} c_{x\pm}^n n_{\nu} \\ c_q &= c_q^{\alpha\alpha} \alpha^2 + \alpha \sum_{\mu} c_q^r \delta_{\mu} + \sum_{\mu} \sum_{\nu} c_q^n n_{\nu}, \quad r = \alpha \delta_{\mu}, \quad n = \delta_{\mu} \delta_{\nu} \end{aligned}$$

Применив теорему о количестве движения [1], определим величины, входящие в (5.5)

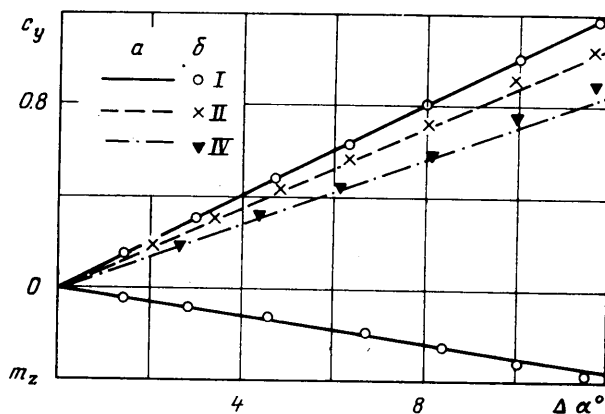
$$(5.6) \quad \begin{aligned} c_{x+}^r &= \frac{b_M^2}{2\pi S_M K} \sum_j \int_0^{l_j} \Gamma_{igM}^e(l_j) \times \\ &\times \left[\int_0^{l_1} \frac{d\Gamma_{igM}^e}{dl_1} \frac{(\eta_{jM} - \eta_M) \sin \psi_j - (\xi_{jM} - \xi_M) \cos \psi_j}{(\eta_{jM} - \eta_M)^2 + (\xi_{jM} - \xi_M)^2} dl_1 \right] dl_j \\ r &= \varepsilon_{\mu} \varepsilon_{\nu}, \quad l_1 = \frac{1}{b_M} \sqrt{(\eta_{1M} - \eta_M)^2 + (\xi_{1M} - \xi_M)^2}, \\ l_j &= \frac{1}{b_M} \sqrt{(\eta_{jM} - \eta_M)^2 + (\xi_{jM} - \xi_M)^2} \end{aligned}$$

Здесь η_M, ξ_M — координаты вихревых шнуров, η_{iM}, ξ_{iM} — координаты точек, в которых определяются скорости, индуцируемые вихрями. При известных нагрузках (5.1) можно найти все другие аэродинамические производные сил и моментов

$$(5.7) \quad \begin{aligned} c_y^0 &= 2 \frac{b}{S} \sum_i \Delta p_i^0 \Delta \xi_i l_i \cos \psi_i, \quad c_z^0 = 2 \frac{b}{S} \sum_i \Delta p_i^0 \Delta \xi_i l_i \sin \psi_i \\ m_x^0 &= -2 \frac{b}{S} \sum_i \Delta p_i^0 \Delta \xi_i l_i (\eta_i \sin \psi_i + \xi_i \cos \psi_i) \\ m_y^0 &= -2 \frac{b}{S} \sum_i \Delta p_i^0 \Delta \xi_i l_i \xi_i \sin \psi_i, \\ m_z^0 &= -2 \frac{b}{S} \sum_i \Delta p_i^0 \Delta \xi_i l_i \xi_i \cos \psi_i \quad \theta = \varepsilon_g, \varepsilon_g^* \end{aligned}$$

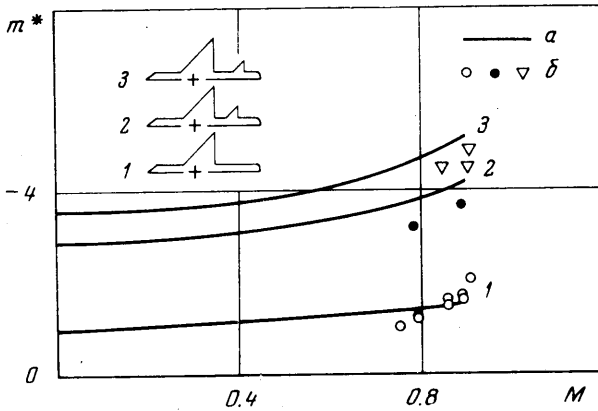


Фиг. 2

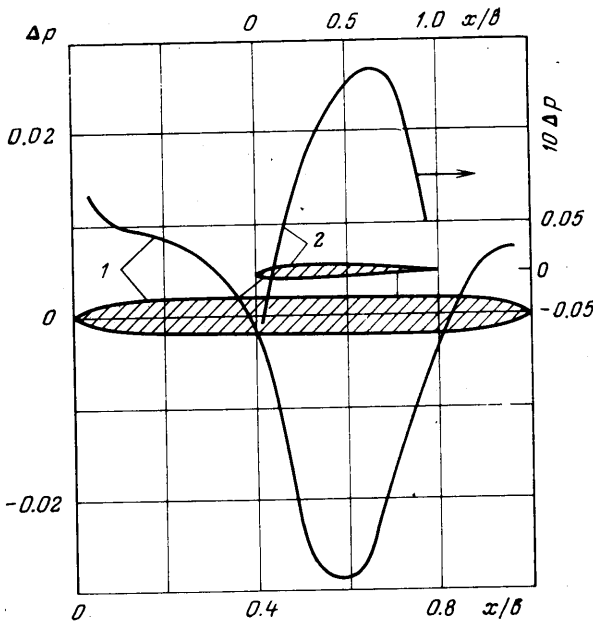


Фиг. 3

6. Примеры расчета. Расчет на ЭВМ по изложенному методу большого числа летательных аппаратов различных компоновок показал его высокую эффективность. Использование имеющихся различных методов контроля (точные решения, следствия теоремы обратимости, сопоставление с экспериментальными данными) подтверждают достоверность получаемых результатов. Точность расчета зависит от числа дискретных вихрей, моделирующих обтекание летательного аппарата. Увеличением числа вихрей можно добиться повышения точности результатов. Расчеты показывают, что для получения приемлемой точности результатов в зависимости от компоновки летательного аппарата необходимо 150–300 дискретных вихрей. В зависимости от способов схематизации, взаимного расположения вихрей на участках и других вариаций в методике для летательных аппаратов различных компоновок результаты расчетов колеблются в пределах 2–3%.



Фиг. 4



Фиг. 5

Хорошее согласование теоретических и экспериментальных данных в пределах линейной зависимости аэродинамических сил и моментов от кинематических параметров ε_g наблюдается до возникновения критических явлений (срыв потока, скачки уплотнения). Обычно участок линейной зависимости аэродинамических сил и моментов от кинематических параметров движения для большинства современных самолетов достаточно велик и находится в зоне основных эксплуатационных режимов полета.

На фиг. 2 и 3 показаны зависимости аэродинамических производных сил и моментов от числа M и α самолетов Ан-12, Ил-18, Як-40, Ту-134, обозначенные соответственно цифрами I–IV. Моментные характеристики определены относительно центра тяжести, находящегося на $1/4$ от носка средней аэродинамической хорды $x_T = 0.25 b$). На фиг. 2 приведены теоретические и экспериментальные данные продольных ($1 - c_y^a$, $7 - m_z^a$), боковых ($2 - c_y^b$, $4 - m_y^b$, $5 - m_y^{\delta H}$, δ_H — угол отклонения руля направления) и перекрестных ($3 - m_x^{ay}$, $6 - m_x^{ay} + m_x^{b^*}$) производных этих самолетов (a — расчет, b — эксперимент [6–11]). Величины $c_y(\Delta\alpha)$ и $m_z(\Delta\alpha)$ самолетов Ан-12, Як-40, Ту-134 ($M=0$) показаны на фиг. 3 ($\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$, α_0 — угол атаки при

$c_y=0$). Сравнение результатов расчета (а) и экспериментальных данных (б), заимствованных из работ [6, 8, 9], показывает удовлетворительное их согласование до $\Delta\alpha=8, 12^\circ$.

В работе [12] приведена зависимость коэффициента продольного демпфирования ($m^*=m_z^{\omega z}+m_z^{\alpha}$) от числа M относительно середины корневой хорды крыла для трех компоновок модели при $p^*=0.06-0.13$. Первая компоновка — корпус и крыло, вторая — корпус, крыло и горизонтальное оперение, а третья получена из второй перестановкой оперения назад. Крыло и горизонтальное оперение треугольные, с углом стреловидности 45° . На фиг. 4 показаны результаты расчета (а) относительно середины корневой хорды и данные из работы [12] (точками б).

В качестве примера на фиг. 5 показано изменение нагрузки в сечении I—I ($M=0$) (фиг. 1) из-за влияния толщины несущих элементов и подвески. На графике также изображена форма пилона, профиля крыла и подвески в указанном сечении. Приведенные результаты получены при моделировании обтекания указанных летательных аппаратов 230 дискретными вихрями, расположенными на базовых поверхностях.

Автор благодарит Н. Н. Тюнина за любезно предоставленные экспериментальные данные $m_x^{\omega v}+m_x^{\beta}$.

Поступила 14 VII 1976.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К. Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях. М., «Наука», 1975.
2. Белоцерковский С. М. Математическая модель летательного аппарата для исследования нестационарных аэродинамических характеристик. ПММ, 1975, т. 39, вып. 5.
3. Колесников Г. А. Метод расчета нестационарных аэродинамических характеристик несущей поверхности, движущейся с большой дозвуковой скоростью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6.
2. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М., «Наука», 1971.
5. Лифанов И. К., Полонский Я. Е. Обоснование численного метода «дискретных вихрей» решения сингулярных интегральных уравнений. ПММ, 1975, т. 39, вып. 4.
6. Варуза И. М., Бычков В. Д., Смоленский Е. Л. Практическая аэродинамика самолета АН-12. М., «Транспорт», 1971.
7. Бехтур П. Т., Бехтур В. П. Практическая аэродинамика самолета ИЛ-18, М., «Транспорт», 1972.
8. Богославский Л. Е. Практическая аэродинамика самолета ЯК-40. М., «Транспорт», 1970.
9. Лигум Т. И., Юровский С. И. Аэродинамика самолета ТУ-134. М., «Транспорт», 1969.
10. Лигум Т. И. Аэродинамика и динамика полета турбореактивных самолетов. М., «Транспорт», 1972.
11. Бороденко В. А., Коломиец Л. В. Самолет ТУ-134. М., «Транспорт», 1972.
12. Rose R. Wing flow measurements of the damping in pitch derivative of a 45° delta wing — body combination and with a tailplane in two positions. Aeronaut. Res. Council, Current Papers, 1958, No. 402.