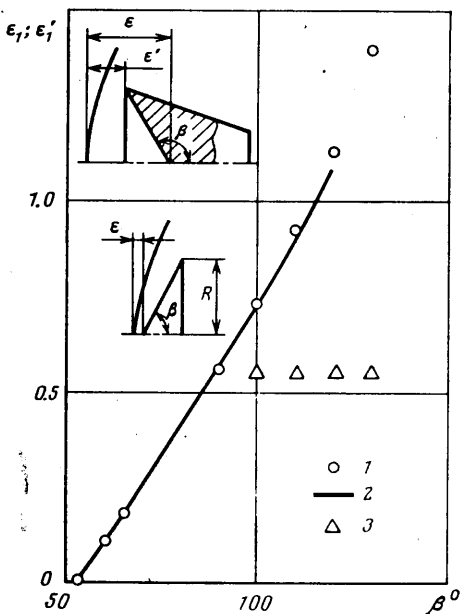


ских углах раствора дает завышение сопротивления и тем большее, чем больше угол раствора конуса.

Таким образом, из приведенного анализа следует, что метод интегральных соотношений [1] (кривая 4) уже в первом приближении в настоящее время является для закритических углов полураствора до $\beta=90^\circ$ наилучшим, а при $\beta>90^\circ$ — единственным методом расчетного определения сопротивления круговых конусов при нулевом угле атаки.

Результаты оптических исследований формы головной ударной волны для конусов с критическим ($\beta=53^\circ$) и закритическими ($\beta=60, 90, 120^\circ$) углами полураствора при $\alpha=0$ (теневые фотографии картины течения около этих конусов приведены на фиг. 2, а — г) представлены на фиг. 3 (кривая 1). Для сравнения на этой же фигуре приведены результаты расчетов (кривая 2), полученные с использованием метода интегральных соотношений в первом приближении (см. [1]). Измеренные вдоль оси симметрии величины отхода головных ударных волн от вершин конусов (фиг. 4, точки 1) $\varepsilon_1=\varepsilon/R$ и величины отхода, вычисленные методом интегральных соотношений в первом приближении [1] (кривая 2), хорошо согласуются между собой, что еще раз подтверждает надежность метода расчета, использованного в [1].

Интересно отметить, что для конусов с углами полураствора $90^\circ \leq \beta \leq 120^\circ$ отход волны от плоскости входа



Фиг. 4

($\varepsilon_1'=\varepsilon'/R$, экспериментальные значения соответствуют точкам 3) практически не зависят от угла β .

Пользуясь случаем, авторы выражают признательность Г. Е. Сидельникову за помощь, оказанную при обработке материалов эксперимента по его программе на ЭВМ.

Поступила 17 VI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Чушкин П. И. Отошедшая ударная волна перед клином или конусом. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 6.

УДК 533.697.4

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В СУЖАЮЩИХСЯ СОПЛАХ

Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

Определению характеристик сужающихся сопел посвящены работы [1–3]. В [1] на основе обработки экспериментальных данных и использования метода установления [4] предложен упрощенный метод расчета коэффициентов расхода для сверхкритических и докритических режимов истечения. Интересный метод, основанный на численном интегрировании уравнений осесимметричного течения в плоскости годографа для сужающихся сопел с прямолинейными стенками, предложен в [2]. До углов наклона стенки сопла $\alpha=80^\circ$ получено хорошее совпадение коэффициентов расхода и тяги, а также формы звуковой линии с экспериментальными данными. Метод установления был использован в работе [3] для получения характеристик

конических сопел при $\alpha=15-40^\circ$. Эти расчеты были проведены при наличии относительно большого числа расчетных ячеек в поле течения.

В данной работе численно исследуется течение идеального газа в сужающихся соплах произвольной формы с использованием разностной схемы Годунова первого порядка точности [4]. Для повышения точности расчета локальных и интегральных характеристик применяется метод выделения области течения с последующим измельчением расчетной сетки и линейная экстраполяция рассчитанных данных на нулевой размер ячейки. Метод позволяет получать результаты и при наличии сильного ограничения памяти ЭВМ (на ЭВМ типа М-222). Численные примеры показывают изменения основных характеристик сужающихся сопел при истечении струи в затопленное пространство с заданным давлением p_∞ .

1. Для заданной формы сопла поле течения сверху ограничивается стенкой сопла и границей струи, снизу — осью симметрии. В начальном сечении сопла задаются полное давление p^* , полная энтальпия H , вертикальная составляющая скорости v_0 и показатель адиабаты k . Используется прямоугольная система координат x, y , причем ось x совпадает с осью симметрии. Расчет струи за срезом сопла ведется на заданной длине l_k . Относительное давление среды p_∞ , в которую происходит истечение, задается в виде $\pi = p^*/p_\infty$. Исходные уравнения для невязкого газа (неразрывности, количества движения, энергии и состояния) и соответствующие разностные уравнения приведены в [4].

При расчете истекающей струи используется подвижная в направлении оси y сетка. Для повышения точности расчета применяется неравномерная сетка в направлении осей x и y . Деление на ячейки вдоль радиусов проводится в соответствии с равновеликими кольцевыми площадями, поэтому по мере приближения к верхней стенке сопла высоты ячеек уменьшаются.

Параметры потока определяются в процессе установления по времени, расчет прекращается после достижения заданной точности $\epsilon=0.001$, представляющей собой максимальное относительное различие давлений, сравниваемых вдоль стенки сопла через 50 временных слоев. Поскольку погрешность определения расхода $\Delta m = 1 - m/m_0$, где m_0 — расход в начальном сечении, меняется вдоль сопла, то в качестве характерного сечения для определения расхода m рассматривается критическое сечение сопла, где погрешности достигают приблизительно минимального уровня. Коэффициент расхода сопла определяется в виде $\mu = m/m_T$, где m_T — теоретический расход через критическое сечение сопла при наличии равномерных параметров.

Для уменьшения погрешностей при определении расхода m [5] из результатов расчета методом установления использовались лишь распределение статического давления $p(y)$ и тангенса угла наклона вектора скорости $\operatorname{tg} \theta = v(y)/u(y)$. Плотность ρ и модуль скорости q затем определялись из уравнений сохранения энтропии и

полной энтальпии, а расход — по соотношению $m = \int_0^{y_k} \rho q \cos \theta 2y dy$. Коэффициент

тяги сопла находится в виде

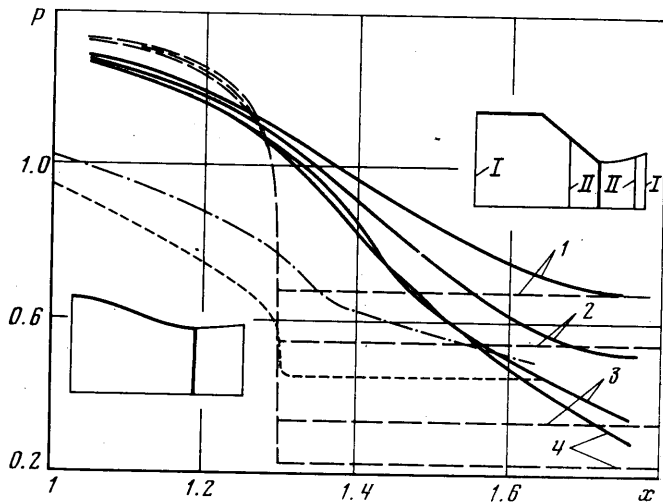
$$R = \frac{R_R}{R_i}, \quad R_R = \int_0^{y_k} (p + \rho u^2) 2y dy - \left(\frac{k+1}{2} \right)^{k/(k-1)} \frac{y_k^2}{k\pi}$$

$$R_i = \lambda_T m_T, \quad \lambda_T = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} (1 - \pi^{(1-k)/k})}$$

Здесь R_R — действительная тяга сопла, R_i — идеальная тяга.

2. Известно, что при относительно малом радиусе кривизны стенки или наличии точек излома в окрестности критического сечения точность расчета с помощью метода установления получается недостаточной для определения интегральных характеристик сопла. Для повышения точности необходимо использовать большое число расчетных ячеек, что при наличии ограничения памяти ЭВМ не всегда можно сделать. Так, для ЭВМ типа М-222 больше 300 расчетных ячеек использовать не удастся.

В данной работе для повышения точности расчета при наличии участков большой кривизны стенки или точек излома используется метод выделения области течения. В начале проводится расчет течения во всей рассматриваемой области I. Затем выделяется область II, находящаяся между сечениями x_1 и x_2 и включающая в себя рассматриваемый участок большой кривизны или точку излома. В вертикальном направлении эта область простирается от оси симметрии до верхней стенки или границы струи. Проводится разбиение этой области II на расчетные ячейки. На основе предыдущего расчета в области I определяются граничные условия на левой



Фиг. 1

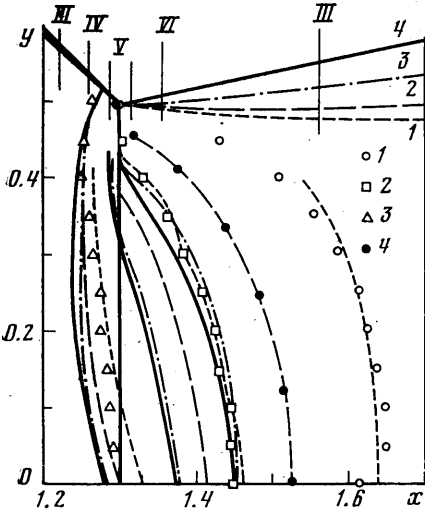
границе $v(x_1, y)$ и на правой границе $p(x_2, y)$, а также начальные параметры по всему полю течения в области II.

Затем проводится расчет течения в этой выделенной области II методом установления. Такой процесс выделения областей можно проводить несколько раз. При этом по мере выделения областей течения и измельчения сетки точность определения всех параметров будет возрастать. Разностные уравнения аппроксимируют исходные дифференциальные уравнения с первым порядком точности, и погрешность при достаточно малых h пропорциональна самой величине h . Отсюда можно предположить, что все локальные и интегральные параметры стационарного потока будут линейно изменяться с уменьшением h , т. е. с измельчением расчетной сетки. С целью проверки изложенного представления и исследования изменения основных характеристик были проведены расчеты течения в сужающихся соплах. Во всех примерах расчета было принято $k=1.4$ и $v_0=0$.

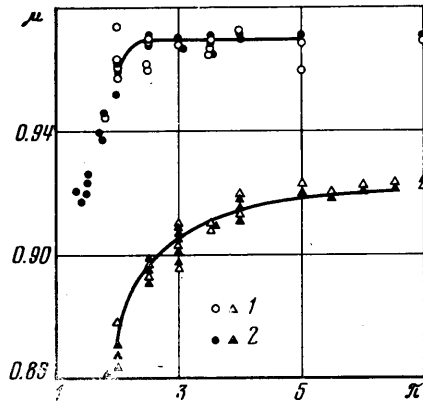
3. Было рассмотрено истечение из сужающегося конического сопла, состоящего из цилиндрического участка с радиусом $y_0=1$ и длиной $l_1=0.7$, из конического участка длиной $l_2=0.5$ и углом наклона $\alpha=40^\circ$. Радиус критического сечения равнялся $y_k=0.5$, этому сечению соответствовало $x_k=1.3$. Расчет истекающей из сопла струи на длине $l_4=0.5$ проведен для значений $\lambda=2, 2.5, 4, 6$. Для каждого λ вначале проводился расчет для всей области течения I, затем для выделенной области II и т. д. Для $\lambda=2$ было сделано двухступенчатое выделение, для $\lambda=2.5$ — четырехступенчатое, для $\lambda=4$ и 6 — пятиступенчатое. Число ячеек вдоль осей x и y в каждой области было равно соответственно: I — 26·11, II — 24·12, III — 14·20, IV — 14·20, V — 8·30. Границы выделяемых областей показаны вертикальными чертами на фиг. 1 и 2.

Полученные в результате расчета распределения давления вдоль стенки сопла и границы струи (штриховые линии), а также вдоль оси симметрии (сплошные линии) показаны на фиг. 1 для разных значений λ . Кривые 1–4 соответствуют значениям $\lambda=2, 2.5, 4$ и 6 . Горизонтальные участки кривых на фиг. 1 соответствуют давлению окружающей среды p_∞ . (Все величины давления отнесены к произведению критической плотности на квадрат критической скорости.) На фиг. 1 для сравнения приведены также полученные расчетом распределения давления вдоль стенки и границы струи (пунктирная линия) и вдоль оси симметрии (штрихпунктирная линия) при $\lambda=3$ для профилированного сужающегося сопла, имеющего $y_k=0.681$ и радиус кривизны стенки в области критического сечения 1.51. Форма сопла с участком границы истекающей струи, полученным в результате расчета, показана в нижнем левом углу Фиг. 1.

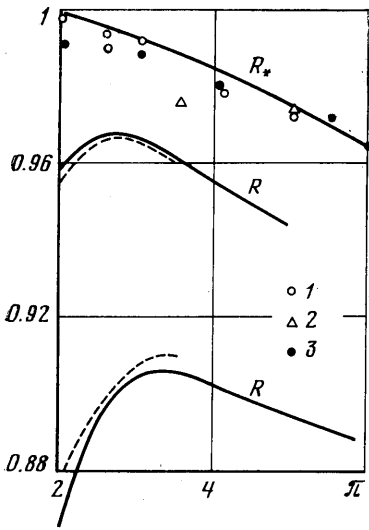
Расчитанные границы истекающих из рассмотренного выше конического сужающегося сопла струй показаны на фиг. 2. Кривые 1–4 соответствуют значениям $\lambda=2, 2.5, 4$ и 6 . На этой же фигуре приведены линии постоянных чисел M . Правые четыре кривые соответствуют значению $M=1$, при этом пунктирная кривая отвечает $\lambda=2$, штриховая — 2.5, штрихпунктирная — 4 и сплошная — 6. Последующие аналогичные четыре кривые соответствуют $M=0.8$ и левые четыре кривые — $M=0.6$. Видно, что по мере увеличения отношения давлений λ звуковая линия сдвигается ближе к срезу сопла. При этом, как будет показано ниже, возрастает коэффициент расхо-



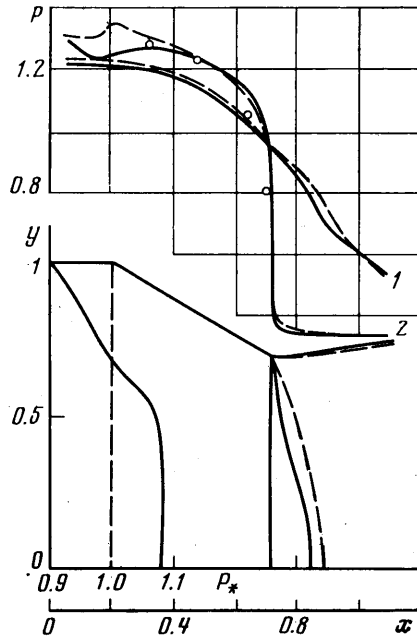
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

да μ . Экспериментальные точки [3] для $\pi=2, M=1, 0.8, 0.6$ (точки 1—3) и [6] для $\pi=2.5, M=1$ (точки 4) удовлетворительно согласуются с результатами расчета данной работы.

Рассчитанные значения коэффициента расхода μ были построены в зависимости от продольного размера ячейки в окрестности критического сечения конического сопла. Как и предполагалось, наблюдается практически линейное изменение коэффициента μ от величины h . Линейная экстраполяция полученных данных на нулевой размер ячейки $h=0$ дала $\mu=0.869, 0.899, 0.915$ и 0.92 для соответствующих величин $\pi=2, 2.5, 4$ и 6 . Таким же образом были построены рассчитанные значения коэффициента тяги сопла R . Их линейная экстраполяция на нулевой размер ячейки дала соответственно $R=0.864, 0.893, 0.905$ и 0.887 . Аналогичные расчеты были проведены

и для конического сужающегося сопла с $\alpha=15^\circ$. Полученные коэффициенты расхода μ для конических сопел с $\alpha=15^\circ$ (верхняя кривая) и 40° (нижняя кривая) приведены на фиг. 3. Они хорошо согласуются с экспериментальными данными (точки 1 из [3], точки 2 из [6]). Аналогично полученные значения коэффициента тяги R (нижние две сплошные линии на фиг. 4) удовлетворительно согласуются с рассчитанными данными [3] (пунктирные линии). Величины коэффициента удельной тяги $R_* = R/\mu$ для конических сопел с $\alpha=15^\circ$ и 40° (верхняя сплошная линия на фиг. 4) совпали между собой и находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [6] (точки 1 соответствуют $\alpha=15^\circ$, точки 2 — 25° , точки 3 — 40°).

Если в качестве начальных данных в поле течения берутся параметры одномерного течения, тогда для расчета течения в области 1 требуется 4–5 час времени на ЭВМ М-222. Для каждого последующего расчета в выделенной области требуется ~2 час.

С целью установления возможности расчета при большем угле наклона стенки был проведен расчет течения в сопле с $\alpha=60^\circ$ и $u_k=0.705$, $x_k=1.07$ (сетка 26.41) при $\pi=3.95$ (без выделения области течения). Полученные распределения давления вдоль стенки удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [7]. Поскольку в данной работе расчетная сетка строится с помощью вертикальных линий, параллельных оси y , по-видимому, рассчитывать течения в соплах с $\alpha>60^\circ$ при таком способе построения сетки нецелесообразно.

4. Было проведено исследование влияния неравномерности поля полных давлений во входном сечении сужающегося сопла с $\alpha=30^\circ$ и $u_k=0.705$, $x_k=0.72$. Было рассчитано два варианта течения, оба без выделения областей. В первом варианте поле полных давлений было равномерное и $\pi=p^*/p_\infty=4$. Во втором варианте поле полных давлений было неравномерное, причем $\pi=p_c^*/p_\infty=4$, где p_c^* — среднее по импульсу полное давление [7]. Изменение полного давления по радиусу во входном сечении было принято в соответствии с экспериментальным профилем работы [7]. Этот профиль показан сплошной линией $p^*=p^*(y)/p_c^*$ в нижней части фиг. 5. Штриховая линия отвечает равномерному полному давлению во входном сечении сопла $p^*=1$. Полученные в результате расчета распределения давления вдоль стенки и границы струи (кривые 2) и вдоль оси симметрии (кривые 1), а также линии $M=1$ и границы струй (нижняя часть фиг. 5) приведены штриховой линией для первого варианта и сплошной линией — для второго. Кривые 2 удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [7] (светлые точки). Из фиг. 5 видно, что хотя распределения давлений для двух вариантов близки, положения звуковых линий заметно различаются. С этим связан и рост коэффициента расхода в случае неравномерного профиля полного давления на величину

$$\Delta\mu = \mu(p^*)/\mu(p^*=1) - 1 = 0.04$$

В работе [7] получено экспериментальное значение $\Delta\mu=0.03$. В общем наблюдается соответствие, различие в величинах $\Delta\mu$ на 0.01 можно объяснить неточной аппроксимацией профиля полных давлений p^* по сравнению с экспериментальным профилем, а также приближенностью расчета, поскольку уточнений расчета в выделенной области течения для данного сопла не было сделано.

Автор благодарит А. Н. Крайко за полезные обсуждения.

Поступила 11 V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов В. Д., Ягудин С. В. Коэффициент расхода осесимметричных сужающихся сопел с произвольным контуром. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 1.
2. Fenain M., Dutouquet L., Solignac J.-L. Calcul des performances d'une tuyere propulsive convergente Comparison avec l'experience. Recherche Aerospaciale, 1974, No. 5.
3. Wehofer S., Moger W. C. Transonic flow in conical convergent and convergent — divergent nozzles with nonuniform inlet conditions AIAA paper, 1970, No. 635.
4. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
5. Богод А. Б., Грановский А. В., Иванов М. Я. Численное исследование некоторых особенностей трансзвуковых течений в плоских турбинных решетках. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 2.
6. Thornock B. L., Brown E. F. An experimental study of compressible flow through convergent — conical nozzles, including a comparison with theoretical results. Paper ASME, 1971, No. WA/FE-3. (Рус. перев.: Экспериментальное исследование течения сжимаемой среды в коническом сужающемся сопле и сравнение опытных данных с теоретическими. Авиационное. Экспресс-информ. ВИНТИ, 1973, № 1.)
7. Денисов И. Н., Фишбеин Б. Д., Цыбизов Ю. И. Исследование влияния неравномерного поля полного давления на характеристики сужающегося сопла. Тр. Куйбышев. авиац. ин-та, 1974, вып. 58.