

## ОБРАЗОВАНИЕ КОЛЬЦЕВОГО ВИХРЯ ПРИ ПОДЪЕМЕ НАГРЕТОЙ МАССЫ ВОЗДУХА В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

В. А. АНДРУЩЕНКО

(Москва)

Численно исследовано движение сильно нагретой массы воздуха в атмосфере Земли. Эффекты турбулентности моделируются заданием постоянных коэффициентов вязкости и теплопроводности. Показано, что при подъеме горячей массы, имеющей в начале сферическую форму, образуется вихревой тор. Для ряда вариантов, различающихся значениями чисел Рейнольдса и Прандтля, в значительном интервале времени получено распределение скоростей, плотности и температуры. Для некоторых вариантов установлено удовлетворительное соответствие интегральных характеристик (высота подъема, размеры возмущенной области) с данными, полученными по приближенному методу А. Т. Онуфриева [1].

Одним из первых задачу о движении кольцевого вихря в приближенной постановке решил А. Т. Онуфриев [1]. Он рассмотрел движение вихревого тора под действием силы тяжести и адиабатического расширения в предположении равенства всех физических величин по сечению, т. е. без учета внутренней структуры.

В [2] предложено уравнение для описания движения вихревого турбулентного кольца в однородной вязкой несжимаемой жидкости. В [3] развит приближенный аналитический метод решения задачи о подъеме невесомого пузыря в однородной несжимаемой среде. Показано, что под действием силы гравитации сферический в начальном моменте пузырь превращается в вихревое кольцо.

Задача об образовании кольцевого вихря при всплытии сильно нагретого сферического образования (так называемого термика) в экспоненциальной атмосфере численно исследована в работе [4]. Вязкость и теплопроводность явно не учитывались. Начальные данные близки к распределениям, принятым в [1]. Расчет доведен до 17 сек с начала подъема, когда уже образуется вихревой тор.

В настоящей работе рассматривалась задача о подъеме горячей массы воздуха в атмосфере Земли. Были проведены расчеты для нескольких значений чисел Рейнольдса и Прандтля до времен, на порядок больших, чем в [4]. Проведенное численное исследование показало, что во всех рассмотренных случаях сферический термик с течением времени свертывается в вихревое кольцо. Получены данные по внутренней структуре вихря: распределения компонент скорости, плотности и температуры. Определены также высоты подъема и размеры возмущенной области в зависимости от времени. Проведено сравнение этих характеристик с данными работы [4].

Приступим к математической постановке задачи. Пусть  $\rho$ ,  $p$ ,  $T$  — плотность, давление и температура;  $\rho_a$ ,  $p_a$ ,  $T_a$  — плотность, давление и температура в атмосфере;  $u$ ,  $v$  — проекции вектора скорости на оси координат  $r$ ,  $z$  соответственно;  $t$  — время;  $k$  — коэффициент теплопроводности;  $\mu$  — коэффициент вязкости;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $R$  — газовая постоянная;  $M$  — молекулярный вес;  $c_a$  и  $c_p$  — удельные теплоемкости.

Исходной является система нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа в цилиндрических координатах  $r$ ,  $z$ . Газ предполагается совершенным с уравнением состояния  $p = (R/M)\rho T$ .

Коэффициенты вязкости и теплопроводности считаются постоянными.

Задача решается в области  $D$  ( $0 \leq r \leq f(t)$ ,  $0 \leq z \leq \varphi(t)$ ) с подвижными правой и верхней границами.

Граничные условия следующие. На оси симметрии  $\partial v / \partial r = \partial \rho / \partial r = \partial T / \partial r = u = 0$ ; на всех остальных участках границы  $u = v = 0$ .

Плотность и температура на верхнем и правом участках границы равны значениям этих величин на соответствующей высоте в стандартной атмосфере [5]. На нижнем — плотность определяется из уравнения неразрывности, которое аппроксимируется по явной разностной схеме.

При  $t=0$  задаются следующие начальные условия. В полукруге  $D_0$  радиуса  $a_0$   $T = T_0$  ( $T_0$  — некоторая постоянная температура), плотность  $\rho_0$  выбирается таким образом, чтобы давление внутри  $D_0$  было равно давлению атмосферы на данной высоте.

В счетной области вне  $D_0$  принимаются атмосферные распределения  $T_a$  и  $\rho_a$  и для всей области  $D$  предполагается, что  $u = v = 0$ .

Введем характерные масштабы:  $L = 3a_0$  для длины,  $\sqrt{Lg}$  для скорости,  $\sqrt{L/g}$  для времени,  $\rho_0$  для плотности,  $T_0$  для температуры. Перейдем к соответствующим безразмерным величинам. При этом получим определяющие безразмерные параметры:  $C_R = \rho_0 L \sqrt{Lg} / \mu$  — число Рейнольдса,  $Pr = \mu C_p / k$  — число Прандтля,  $C_M = \sqrt{Lg} / \gamma R T_0$  — число Маха,  $\gamma = C_p / C_v$ .

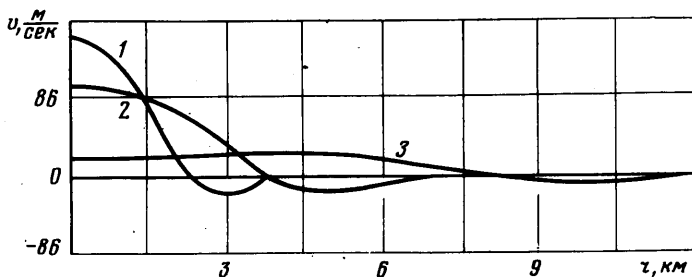
Перейдем к новой системе координат  $(\xi, \eta, t)$ , в которой правая и верхняя границы неподвижны.

В области  $D$  в новых переменных  $0 \leq \xi \leq 1$ ,  $0 \leq \eta \leq 2$  вводится сетка с шагами по пространству  $h = \Delta \xi$ ,  $l = \Delta \eta$  и шагом по времени  $\tau = \Delta t$ :  $\xi_i = (i-1)\Delta \xi$   $i=1, 2, \dots, M$ ;  $\eta_j = (j-1)\Delta \eta$   $j=1, 2, \dots, N$ ;  $t^n = n\Delta t$   $n=0, 1, 2, \dots$ .

Исходная система дифференциальных уравнений аппроксимируется разностной схемой, предложенной В. И. Полежаевым (см. [6, 7]), с порядком аппроксимации  $o(\tau + h^2 + l^2)$ .

Скорость границ счетной области  $f^0 = f^0(t)$ ,  $\varphi^0 = \varphi^0(t)$  выбирается таким образом, чтобы величины  $|\text{grad } u|$  и  $|\text{grad } v|$  были малы [8].

Для усиления стабилизирующих свойств схемы применялось трехточечное явное сглаживание по обоим направлениям. Пользуясь аналогией между сглаживанием и методом искусственной вязкости [8], определим числа Рейнольдса, соответствующие



Фиг. 1

параметрам сглаживания  $2 \cdot 10^{-3}$  и  $10^{-3}$ . Они равны 200 и 400, что допустимо, так как счет велся с  $C_R < 100$ .

Расчеты проводились на счетной сетке  $21 \times 41$  на ЭЦВМ БЭСМ-4М. Точность результатов контролировалась по выполнению балансов массы и энергии.

Перейдем к обсуждению результатов. Радиус нагретой массы в начальный момент  $t=0$  был принят равным 830 м. Перепад температур внутри горячей области и вне ее равен десяти, т. е. внутренняя температура термика равна  $3000^\circ \text{K}$ .

Размеры счетной области  $D$  при  $t=0$  выбираются следующими: поперечный  $f(0) = 3$  км, продольный  $\varphi(0) = 6$  км.

Ниже приводятся результаты для двух наборов чисел Рейнольдса и Прандтля: а)  $C_R = 10$ ,  $\text{Pr} = 10$  и б)  $C_R = 30$ ,  $\text{Pr} = 1$ . Для варианта а) счет проведен до момента времени  $t = 4$  мин 44 сек, для варианта б) — до 2 мин 50 сек.

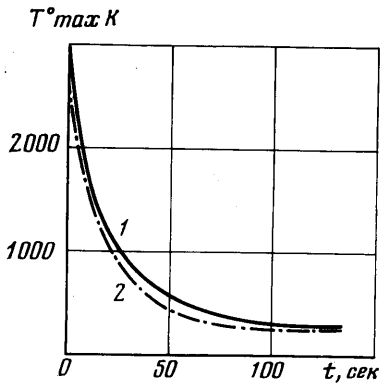
Примерно к 10–16 сек термик свертывается в вихревой тор с мощным вертикальным потоком внутри него. С течением времени скорость вертикального потока увеличивается, достигая к 30–34 сек максимальной величины, примерно одновременно для обоих вариантов; затем скорость монотонно убывает.

Со временем движение приобретает все более очевидный циркуляционный характер. Происходит постепенное выравнивание максимальных значений составляющих скорости по направлениям вверх и вниз. Это хорошо видно из фиг. 1, где представлены профили  $v$  в зависимости от  $r$  в сечении по  $z$ , проходящем через центр вихревого тора, для времен 35 сек, 1 мин 49 сек и 4 мин 44 сек (кривые 1–3 соответственно).

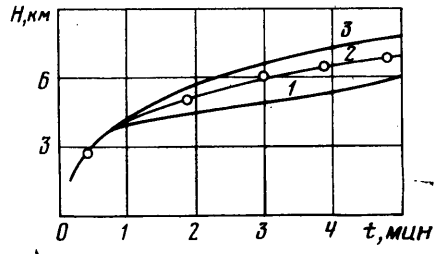
Приведем некоторые данные, характеризующие остывание термика. В начальный момент  $t=0$  имеется разрывное распределение температуры в виде ступеньки. Постепенно в результате теплопроводности и конвекции происходит выравнивание температур возмущенной области и окружающей среды. Примерно к 2 мин температура в термике практически не отличается от атмосферной. Как видно из фиг. 2, где кривая 1 соответствует значениям а) и кривая 2 — значениям б), охлаждение облака для обоих вариантов происходит приблизительно одинаково (различие в максимальных температурах менее 25%).

Отметим еще один интересный результат: к моменту времени  $t=30$ –40 сек начинается качественная перестройка профилей температуры. Максимум в профиле температуры по радиусу  $r$  для средних сечений по  $z$  сдвигается: он находится не на оси симметрии, как было вначале, а внутри счетной области; соответственно изменяется положение минимума плотности.

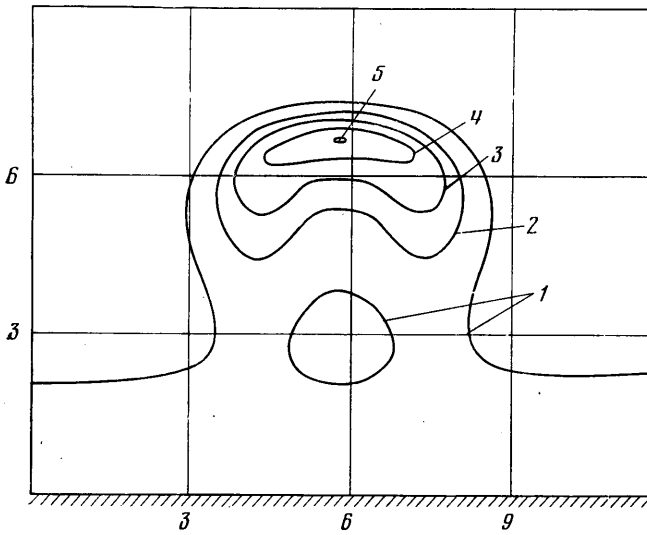
На фиг. 3, 4 изображены изотермы в плоскости  $(r, z)$  для моментов времени  $t=28$  и 45 сек. На фиг. 3 цифрой 1 соответствует температура  $273^\circ$ , 2 —  $365^\circ$ , 3 —  $500^\circ$ , 4 —  $780^\circ$ , 5 —  $920^\circ$ . На фиг. 4 цифрой 1 обозначена изотерма  $257^\circ$ , 2 —  $295^\circ$ , 3 —  $368^\circ$ , 4 —  $445^\circ$ , 5 —  $490^\circ$ . Изотермы, имеющие вначале сферическую форму, расширяются и всплыва-



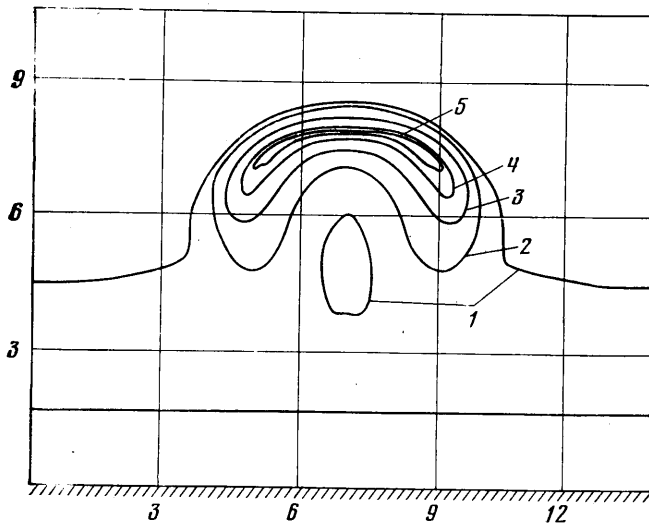
Фиг. 2



Фиг. 5



Фиг. 3



Фиг. 4

вают вверх, принимая в дальнейшем форму шляпки гриба. Эти фигуры позволяют также судить о перемещении максимума температур от оси симметрии к периферии.

На фиг. 5 точками изображена высота подъема облака в зависимости от времени. Высота подъема термика определялась как расстояние вихревого тора до поверхности Земли в соответствующий момент времени, центр вихря — это точка с минимальной вертикальной и горизонтальной составляющими скоростей (скорость в ней была практически равна нулю).

В работе [1] приводится система обыкновенных дифференциальных уравнений, приближенно моделирующих движение вихревого тора. Эти уравнения были численно решены при начальных условиях, соответствующих указанным вариантам.

На фиг. 5 представлены для сравнения высоты подъема тора, рассчитанные по методу А. Т. Онуфриева, для следующих значений определяющих параметров в обозначениях работы [1]:  $\alpha=0.08$ ;  $\beta=0.1, 0.15, 0.2$  ( $\alpha$  — коэффициент вовлечения при турбулентном перемешивании,  $\beta$  — коэффициент, влияющий на циркуляцию). На фиг. 5 кривая 1 соответствует значению  $\beta=0.1$ , 2 — 0.15, 3 — 0.2. Совпадение для варианта а) при  $\beta=0.15$  во всем интервале времени хорошее.

Контроль по балансам массы и энергии показал, что максимальные интегральные ошибки относятся к ранней стадии и возникают из-за сильной перестройки решения в начальный период. По абсолютной величине они не превышают 3.5% для сеточной сетки  $21 \times 41$ .

Автор благодарит Л. А. Чудова за руководство работой.

Поступила 5 VII 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва. ПМТФ, 1967, № 2.
2. Луговцов А. А., Луговцов Б. А., Тарасов В. Ф. О движении турбулентного вихревого кольца. В сб. «Динамика сплошной среды», вып. 3. Новосибирск, 1969.
3. Овсянников Л. В. О всплывании пузыря. В сб. «Некоторые проблемы математики и механики», Л., «Наука», 1970.
4. Глаголева Ю. П., Жмайло В. А., Мальшаков В. Д., Нестеренко Л. В., Софронов И. Д., Стаценко В. П. Образование кольцевого вихря при всплывании легкого газа в тяжелом. В сб. «Числ. методы механики сплошной среды». Т. 5, № 1, Новосибирск, 1974.
5. Кондратьев К. Я. Метеорологические исследования с помощью ракет и спутников. Л., Гидрометеоздат, 1962.
6. Полежаев В. И. Численное решение системы одномерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
7. Полежаев В. И. Численное исследование естественной конвекции жидкостей и газов. В сб. «Некоторые применения метода сеток в газовой динамике», вып. 4. М., Изд. МГУ, 1971.
8. Кестенбойм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв. Методы расчета. Таблицы. М., «Наука», 1974.

УДК 533.6.011+536.24

#### ТЕПЛОБМЕН НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЕ В МЕСТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАДАЮЩЕГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ С ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

Ю. А. ВИНОГРАДОВ, И. К. ЕРМОЛАЕВ, А. И. ЛЕОНТЬЕВ, В. И. РОЖДЕСТВЕНСКИЙ

(Москва)

При взаимодействии скачка уплотнения с непроницаемой поверхностью наибольших значений тепловые потоки достигают в случае, когда происходит отрыв и последующее присоединение пограничного слоя, причем максимум теплового потока приходится на точку присоединения  $C$  (фиг. 1) [1-4].

Аналогичное явление отмечается и при взаимодействии скачка уплотнения с проницаемой поверхностью [5]. На фиг. 1 показаны экспериментальные значения чисел Стантона  $St$ , полученные в зоне взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем, для различных интенсивностей вдува, где  $1 - j = 0.002$ ,  $2 - 0.003$ ,  $3 - 0.004$ ,  $4 - 0.005$ ,  $5 - 0.006$ ,  $6 - 0.007$ ,  $7 - 0.008$ .

Ниже приводится анализ этих данных с использованием метода локального моделирования [6]. Сущность метода заключается в следующем. Экспериментально