

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ВОЗДУХА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ  
ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Е. К. ХОЛЩЕВНИКОВА

(Москва)

Расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении газа с переменными физическими свойствами представляет собой сложную задачу, которая может быть решена только с помощью ЭВМ (см., например, [1, 2]).

В последнее время в технике интенсивно разрабатываются принципиально новые устройства, рабочим телом которых является газ, нагретый до высоких температур. Профили скорости и энтальпии на входе таких устройств могут быть неоднородными, не совпадающими с типичными профилями для развитого турбулентного течения; стенки канала могут состоять из сильно охлаждаемых металлических и слабо охлаждаемых керамических участков; используемые керамические материалы могут быть шероховатыми. Перечисленные особенности дополнительно усложняют расчет течения газа с переменными физическими свойствами.

В настоящей работе рассмотрены два случая: течение воздуха, нагретого до высоких температур, в канале с постоянной температурой стенки в условиях сильного охлаждения и течение в трубе, состоящей из сильно охлаждаемого металлического и слабо охлаждаемого керамического участков. Результаты получены численно с помощью неявной конечно-разностной схемы. Они удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

1. Система уравнений, модель турбулентности. Рассмотрим течение сжимаемого вязкого газа в круглой трубе в приближении пограничного слоя. Основные уравнения могут быть записаны в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho u r}{\partial x} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho (\varepsilon + \nu) r \frac{\partial u}{\partial r} \right]$$

$$(1.3) \quad \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho \left( \frac{\varepsilon}{Pr_t} + \frac{\nu}{Pr} \right) r \frac{\partial H}{\partial r} \right] + \\ + \frac{K}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \rho \left[ \left( 1 - \frac{1}{Pr_t} \right) \varepsilon + \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) \nu \right] r \frac{\partial u^2/2}{\partial r} \right\}$$

$$(1.4) \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

$$x = \frac{x^\circ}{R} \quad r = \frac{r^\circ}{R} \quad u = \frac{u^\circ}{u_1} \quad v = \frac{v^\circ}{u_1}, \quad H = \frac{H^\circ}{H_1}, \quad h = \frac{h^\circ}{h_1}$$

$$\rho = \frac{\rho^\circ}{\rho_1}, \quad p = \frac{p^\circ}{\rho_1 u_1^2}, \quad \nu = \frac{\nu^\circ}{u_1 R}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon^\circ}{u_1 R}, \quad K = \frac{u_1^{\circ 2}}{H_1^\circ}$$

Здесь градусом помечены размерные величины, индексом 1 — параметры на оси канала во входном сечении,  $R$  — радиус трубы,  $H$  — энтальпия торможения,  $h$  — статическая энтальпия,  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $\varepsilon$  — турбулентная вязкость. Остальные обозначения общепринятые.

Для замыкания уравнений, описывающих осредненное движение в турбулентных потоках, будем использовать дифференциальное уравнение для турбулентной вязкости в форме [3], а эмпирические коэффициенты  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  и  $\alpha$ , входящие в это

уравнение, будем определять по формулам работы [4]

$$(1.5) \quad \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \rho (\kappa \varepsilon + \nu) r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] +$$

$$+ \alpha \rho \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| - \frac{\gamma \rho \varepsilon (\beta \varepsilon + \nu)}{S^2} + \xi \varepsilon u \frac{\partial \rho}{\partial x}$$

$$\kappa = 2, \quad \gamma = 12, \quad \beta = 0.34, \quad \xi = 1$$

$$\alpha = \begin{cases} 0.28 [\varepsilon / (7\nu)]^{0.71}, & \varepsilon / (7\nu) \leq 1 \\ 0.28, & \varepsilon / (7\nu) > 1 \end{cases}$$

$$S^2 = S_0^2 + 0.4 S_0 k_s + 0.004 k_s^2, \quad S_0 = R - r$$

Здесь  $k_s$  — эквивалентный размер песочной шероховатости; для гладких стенок  $S = S_0$  — состояние от стенки до рассматриваемой точки.

Кроме приведенных уравнений для газов следует добавить уравнение состояния и учесть зависимость вязкости от температуры. В связи с тем что в дальнейшем результаты расчетов будут сравниваться с экспериментальными данными для воздуха, который при высоких температурах не является совершенным газом, используем уравнение состояния, рекомендованное в [5]

$$(1.6) \quad p' = \rho' h'^{\omega}, \quad p' = \frac{p}{p_0}, \quad \rho' = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad h' = \frac{h}{h_0}$$

где  $p_0, \rho_0$  и  $h_0$  — значения параметров, соответствующих температуре  $T_0$ .

В диапазоне давлений 1–1,2 ата при температурах  $\approx 4000^\circ \text{K}$  уравнение состояния (1.6) позволяет определять параметры потока с погрешностью  $\approx 5\%$ , если положить  $\omega = 0.83$ . Определим исходные параметры при  $T_0 = 1000^\circ \text{K}$  и  $p_0 = 9.81 \cdot 10^4 \text{ Па}$  (1 ата):  $\rho_0 = 0.353 \text{ кг/м}^3$ ,  $h_0 = 1.047 \times 10^6 \text{ Дж/кг}$ . Заметим, что уравнение (1.6) в случае  $\omega = 1$  совпадает с обычным уравнением состояния для совершенного газа, записанным в безразмерном виде. При проведении расчетов будем полагать  $\omega = 1$  при  $h' \leq 1$  и  $\omega = 0.83$  при  $h' > 1$ .

Если давление изменяется незначительно, то динамическую вязкость  $\mu = \rho \nu$  можно считать функцией только температуры или статической энтальпии. По экспериментальным данным для воздуха (см. [6]) получен следующий аппроксимирующий полином для  $\mu = \mu(h)$ :

$$(1.7) \quad \mu' = 0.242 + 0.954 h' - 0.24 (h')^2 + 0.0425 (h')^3 - 0.00432 (h')^4 + 0.000185 (h')^5$$

$$\mu' = \mu / \mu_0, \quad \mu_0 = 42.5 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с} \quad (42.5 \cdot 10^{-6} \text{ нз})$$

Этот полином дает представление функции  $\mu(h)$  в интервале температур 300–4000° К с погрешностью  $\sim 2\%$ .

Зная статическую энтальпию, можно вычислить температуру потока. При  $h' \leq 1$  будем пользоваться аппроксимационной формулой работы [7]

$$(1.8) \quad T = 0.93351754 h + 66.388971 - [0.0072137889 h^2 - 10.124088 h + 4611.07977]^{1/2} \text{ К}$$

где  $h$  — размерная величина в кДж/кг.

Выражение для  $T$  при  $h' > 1$  можно получить из второго закона термодинамики и уравнения (1.6). Если не учитывать зависимость температуры от давления, то

$$(1.9) \quad T = T_0 (h')^{\omega}$$

Для решения системы уравнений (1.1)–(1.5) в начальном сечении канала должны быть заданы профили  $u(r)$ ,  $H(r)$  и  $\varepsilon(r)$ . В качестве граничных используются следующие условия:

$$(1.10) \quad \left. \begin{aligned} u = v = 0, \quad H_w = f(x) \\ \varepsilon_w = 0 \text{ при } k_s = 0 \\ (\partial \varepsilon / \partial r)_w = 0 \text{ при } k_s \neq 0 \end{aligned} \right\} r = R$$

$$v = 0, \quad \partial u / \partial r = \partial H / \partial r = \partial \varepsilon / \partial r = 0, \quad r = 0$$

Условие  $v = 0$  на оси канала служит для определения градиента давления в канале методом пристрелки.

Параметрами задачи являются размерные величины  $u_1, H_1, p_1, R$ , безразмерные величины  $k_s, \text{Pr}, \text{Pr}_t$  и энтальпийный фактор  $\theta = H_w / H_1 = f(x)$ . При проведении расчетов для чисел Прандтля будем использовать приближенные значения  $\text{Pr} = 0.7$ ,  $\text{Pr}_t = 0.87$ .

Система уравнений (1.1)–(1.5) с граничными условиями (1.10) решалась численно с помощью неявной конечно-разностной схемы и с использованием итерационного процесса (см., например, [8]). Расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Время счета 100 калибров в случае гладких стенок составляет ~5 мин, а в случае шероховатых стенок ~20 мин. Шаг по  $x$  может быть переменным и выбирается из условий сохранения расхода (погрешность по расходу ~1%) и сходимости итераций. Шаг по  $r$  у стенки задается пропорционально величине  $\nu_1^0/u_1^0 R$ , а затем возрастает по закону геометрической прогрессии – этим обеспечивается попадание нескольких расчетных узлов в область ламинарного подслоя при любых числах Рейнольдса при общем числе точек в слое ~50–70.

**2. Течение в трубе с постоянной температурой стенки при сильном охлаждении потока.** В [9] приведены результаты экспериментального исследования трения и теплообмена для случая дозвукового турбулентного течения воздуха, нагретого до высоких температур, в основном участке круглой трубы при  $T_w=300^\circ\text{К}$ . Экспериментальные данные представлены в виде зависимостей

$$(2.1) \quad c_f \text{Re}_R^{0.25} = f_1(h_0/h_w), \quad \text{St} \text{Re}_R^{0.25} = f_2(h_0/h_w)$$

$$c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_0 u_0^2}, \quad \text{St} = \frac{q_w}{\rho_0 u_0 (h_0 - h_w)}, \quad \text{Re}_R = \frac{\rho_0 u_0 R}{\mu_0}$$

Здесь  $c_f$ ,  $\text{St}$ ,  $\text{Re}_R$  – коэффициент трения, число Стантона и число Рейнольдса, определенное по радиусу трубы, соответственно; индексом 0 отмечены параметры на оси трубы.

Представляло интерес провести расчет такого течения методом, описанным в п.1. При расчете энтальпийный фактор на входе принимался равным 0.05, что соответствовало температуре на оси канала ~4100°К. Профили скорости и статической энтальпии на входе задавались в виде степенных зависимостей

$$\frac{u}{u_0} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}, \quad \frac{h-h_w}{h_0-h_w} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

Сопоставление расчетов и экспериментальных данных приведено на фиг. 1 и 2. Точками 1 отмечены экспериментальные данные. Сплошные линии – расчет с использованием уравнения состояния (1.6) для реального газа. Кривые, проведенные штриховыми линиями, получены в результате расчета с использованием уравнения состояния для совершенного газа. Расхождение расчетных и экспериментальных данных составляет ~10–15%. Результаты расчета течения совершенного газа отличаются от расчетных данных для реального газа ~ на 17–20%. Как видим, критерияльные зависимости (2.1) при значениях  $f_1 \approx 0.05$ ,  $f_2 \approx 0.03$ , полученные из обработки экспериментальных данных в диапазоне  $3 < h_0/h_w < 20$  с достаточной точностью аппроксимируют и результаты расчетов.

Заметим, что сравнение результатов проводилось на основном участке трубы, поэтому выбор начальных профилей не имел значения. Однако интересно отметить, что степенные профили с показателем  $1/7$  не соответствуют профилям на основном участке трубы при сильном охлаждении; в этом случае профили скорости и температуры оказываются менее наполненными; показатель степени, определенный по профилям, построенным в логарифмическом масштабе, при  $x^0/R=200$  для скорости равен  $\sim 1/4.4$ , а для энтальпии  $\sim 1/4$ . Согласно экспериментальным данным работы<sup>1</sup> показатель степени равен  $\sim 1/5.2$ .

В [10] предложена следующая критериальная зависимость, описывающая с точностью  $\pm 7\%$  экспериментальные данные, полученные авторами этой работы также в условиях сильного охлаждения высокотемпературного потока

$$(2.2) \quad \text{Nu}_f = 0.022 \text{Re}_f^{0.8} \text{Pr}_f^{0.43}$$

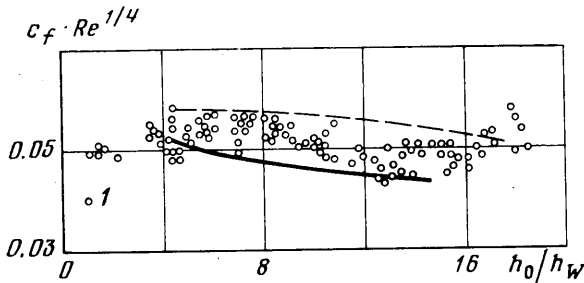
Здесь индекс  $f$  означает, что свойства берутся при среднемассовой энтальпии газа в данном сечении. Если в расчетах положить  $\text{Pr}_f=0.7$ , а параметры Нуссельта и Рейнольдса определить по формулам

$$\text{Nu}_f = \frac{q_w d \text{Pr}}{(h_f - h_w) \mu(h_f)}, \quad \text{Re}_f = \frac{\langle \rho u \rangle d}{\mu(h_f)}$$

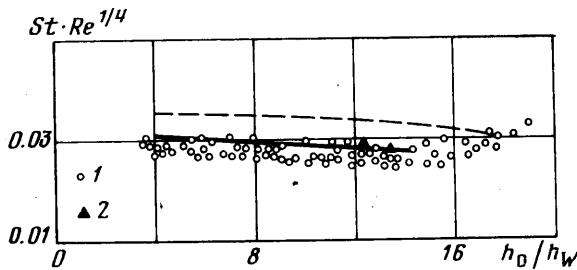
<sup>1</sup> Сепи В. А. Методика измерения газодинамических параметров при  $T \geq 2500^\circ\text{К}$  и экспериментальное исследование высокотемпературных течений в каналах. М., ЦИАМ, Канд. дис., 1975.

где  $q_w$  — тепловой поток в стенку,  $d$  — диаметр трубы, а  $\langle \rho u \rangle$  — средняя массовая скорость, то результаты расчетов можно описать зависимостью (2.2) с погрешностью  $\sim 10-20\%$ .

**3. Течение в канале с резко изменяющимися граничными условиями на стенке.** Рассмотрим течение воздуха в канале, являющемся продолжением электродугового подогревателя. Профили на входе в такой канал неоднородны по сечению; при этом максимум температуры и энтальпии смещен от оси к стенке канала. Известно, что резкое изменение температуры и шероховатости стенок оказывает существенное влияние на развитие течения (см. сноску к стр. 164). Остановимся на следующих трех случаях: 1)  $T_w=360^\circ\text{K}$ ,  $k_s=0$ ; 2)  $T_w=360^\circ\text{K}$  при  $x^\circ/R < 16$ ,  $T_w=2037^\circ\text{K}$  при  $x^\circ/R \geq 16$ ,  $k_s=0$ ; 3)  $T_w=360^\circ\text{K}$ ,  $k_s=0$  при  $x^\circ/R < 16$ ,  $T_w=2037^\circ\text{K}$ ,  $k_s=0.0335$  при



Фиг. 1



Фиг. 2

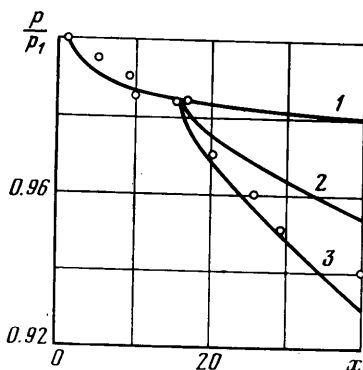
$x^\circ/R \geq 16$ . Температура потока на оси канала во входном сечении  $\sim 4000^\circ\text{K}$ . Для проведения расчета зададим следующие значения размерных параметров  $u_1 = 457 \text{ м/сек}$ ,  $H_1 = 4870 \text{ кдж/кг}$ ,  $p = 11.3 \cdot 10^4 \text{ Па}$ ,  $R = 0.02 \text{ м}$ ; при этом  $Re_1 \approx 2 \cdot 10^4$ ,  $M_1 \approx 0.42$  (здесь числа Рейнольдса и Маха определены по параметрам на входе на оси трубы). Таким образом, первый случай соответствует течению в гладкой сильно охлаждаемой (металлической) трубе; во втором случае при  $x^\circ/R = 16$  скачком изменяется температура стенки; в третьем случае при  $x^\circ/R = 16$  скачком изменяются температура и шероховатость стенки, что соответствует течению в керамическом участке трубы.

Для расчета во всех трех случаях во входном сечении задавались профили скорости и энтальпии торможения, измеренные в диссертации В. А. Сеппа на входе в охлаждаемый участок канала. Результаты расчетов представлены на фиг. 3 и 4.

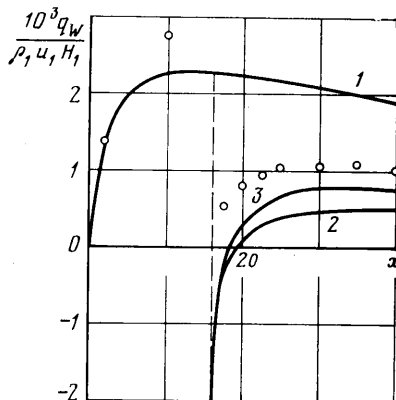
Изменение безразмерных величин давления и теплового потока до значения  $x=16$  для всех случаев одинаково; в дальнейшем кривые расслаиваются; цифры на кривых относятся к указанным вариантам. Из фигур видно, что при резком увеличении температуры стенки давление начинает падать интенсивнее, чем на сильно охлаждаемой по всей длине стенке трубы, а тепловой поток значительно уменьшается. Увеличение падения давления связано с ростом вязкости на горячей стенке и с соответствующим увеличением трения. Тепловой поток на стыке холодной и горячей стенок по расчету даже становится отрицательным потому, что температура стенки оказывается выше температуры газа возле стенки. В экспериментах такого явления не наблюдается, так как, по-видимому, имеется осевое перетекание тепла от более горячей стенки к более холодной. В расчетах обратные воздействия не могут быть учтены, так как счет проводится только в направлении движения. Если более горячий участок стенки шероховатый, то трение на нем возрастает еще боль-

ше и давление падает сильнее. За счет шероховатости тепловой поток увеличивается примерно на 50%.

Отмеченные на фигурах точки получены в диссертации В. А. Сеппа экспериментально. Различие расчетных и экспериментальных данных составляет ~30%. Если учесть, что опытные данные в таких условиях определяются с погрешностью ~10–20%, то согласование расчетных и экспериментальных данных можно считать удовлетворительным. Числа Стантона, определенные для первого варианта в несколь-



Фиг. 3



Фиг. 4

ких точках основного участка трубы, были нанесены на фиг. 2 (точки 2). Как видно критериальная зависимость (2.1) в данном случае выполняется.

В заключение автор благодарит А. Н. Секундова, И. П. Смирнову и А. Б. Лебедева за полезные советы по вопросам, связанным с разработкой программы расчета, и А. Б. Ватажина за постоянное внимание к работе.

Поступила 28 VI 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Петухов Б. С., Генин Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. М., Атомиздат, 1974.
2. Олоничев И. С. Численный расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении в трубе газа с переменными физическими свойствами. Инж.-физ. ж., 1973, т. 24, № 4.
3. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтомоделности. М., «Машиностроение», 1975.
4. Холщевникова Е. К. Исследование развитого течения несжимаемой проводящей жидкости в круглой трубе с помощью уравнения для турбулентной вязкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 5.
5. Белянин Н. М. Модель электрической дуги с продольным обдувом газом. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1966, № 10, вып. 3, стр. 13–21.
6. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963.
7. Бабарин В. И., Мирошник Л. Т. Метод аппроксимации и интерполяционные таблицы термодинамических функций воздуха ( $T=180\div 1400$  К). Тр. ЦИАМ, 1973, № 567.
8. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
9. Белянин Н. М. Экспериментальное исследование трения и теплообмена при течении газа в трубе. ПМТФ, 1964, № 4.
10. Амбразявичюс А. Б., Валаткявичюс П. Ю., Жукаускас А. А., Эва В. К., Юшкявичюс Р. А. Теплообмен при турбулентном течении высокотемпературного газа в трубе с охлаждаемыми стенками. В сб. «Теплообмен в высокотемпературном потоке газа». Вильнюс, «Минтис», 1972.