

## ДИНАМИКА УДАРА КАПЛИ ПО ТВЕРДОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. Л. ГОНОР, В. Я. ЯКОВЛЕВ

(Москва)

Развит численный метод расчета нестационарных движений сжимаемой жидкости применительно к задачам ударного типа. Используется однородная, полностью консервативная разностная схема первого порядка точности. Для выделения разрывов и «сглаживания» решения применяется метод введения искусственной вязкости, основанный на анализе временных свойств решения. Исследована устойчивость схемы и получены необходимые критерии устойчивости. Приводятся подробные результаты расчета ударного взаимодействия сферической капли с жесткой поверхностью. Показано, что максимальное давление, возникающее при ударе капли жидкости о твердую поверхность, в несколько раз превышает давление, вычисленное по одномерной теории, при этом скорость растекания капли вдоль поверхности на порядок превышает начальную скорость соударения.

1. Эрозия лопаток турбин при взаимодействии с влажным паром уже давно привлекает внимание к вопросам, связанным с ударным взаимодействием капель жидкости с твердой преградой. В последнее время подобная проблема возникла в авиационно-космической технике при полетах сверхзвуковых самолетов и ракет в дождевых условиях.

В настоящее время для оценки максимального давления на пятне контакта используется приближенное выражение, основанное на теории одномерного гидравлического удара. При этом вводятся поправочные коэффициенты, позволяющие учитывать те или иные экспериментальные данные. Общепринято давление представлять в виде [1, 2]

$$(1.1) \quad P = \alpha \rho_0 c u_0$$

Здесь  $\rho_0$  — плотность жидкости,  $c$  — скорость распространения ударной волны,  $u_0$  — скорость соударения жидкости с твердой стенкой,  $\alpha \leq 1$  — поправочный коэффициент.

Как будет видно из дальнейшего, формула (1.1) весьма далека от точного распределения давления в области контакта с твердой поверхностью.

Удар жидкости по стенке изучался экспериментально и теоретически в работах [3-7]. Экспериментальные результаты [3, 4] носят в основном качественный характер. Схема начального этапа процесса столкновения изучалась впервые в работе [5], в которой показано, что столкновения цилиндрической и сферической капель с жесткой поверхностью принципиально отличается одно от другого. Именно, при столкновении цилиндрической капли у центра контактной поверхности до момента прихода волны разрежения от свободной поверхности существуют одномерные условия соударения. В течение этого промежутка времени давление в центре контактной поверхности можно определить из соотношения (1.1) при  $\alpha = 1$ . В случае столкновения сферической капли волны разрежения до определенного момента вообще не существует, и авторы [5] приходят к выводу, что в начальный период давление на стенке по крайней мере не меньше давления «гидравлического удара». Математическое развитие эта идея получила

в работе [6], в которой на основе элементарной теории присоединенных косых скачков показано, что значение давления в косом скачке с учетом скорости расширения пятна контакта может превышать в несколько раз величину одномерного удара. Отметим также работу [7], в которой сделана попытка численного исследования столкновения капли с твердой стенкой. Задача решалась с помощью метода маркеров. Однако результаты, полученные этим методом, оказались противоречивыми и неверными (см. дополнение к [7]).

2. Предварительный анализ соударения с большой скоростью жидкостей типа воды показывает, что необходимо учитывать сжимаемость жидкости и можно пренебречь влиянием объемных сил, вязкостью и поверхностным натяжением по сравнению с давлением и силами инерции, т. е. использовать модель идеальной сжимаемой жидкости.

Систему уравнений движения, неразрывности, энергии и уравнение состояния жидкости запишем в виде

$$(2.1) \quad \rho \dot{u} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \rho \dot{v} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \rho + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) = 0$$

$$\rho \dot{E} + p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) = 0$$

$$(2.2) \quad p = a(\rho/\rho_0 - 1) + b(\rho/\rho_0 - 1)^2 + c\rho E$$

Здесь  $x, y$  — пространственные координаты ( $x$  — ось симметрии),  $u$  — скорость в направлении  $x$ ,  $v$  — скорость в направлении  $y$ ,  $p$  — гидростатическое давление,  $\rho$  — плотность,  $E$  — внутренняя энергия, приходящаяся на единицу массы. Точка означает производную по времени.

Постоянные  $a, b, c$  подбираются из условия наилучшей аппроксимации ударной адиабаты выражением (2.2) и равны соответственно:  $2.23 \cdot 10^9$ ,  $3.94 \cdot 10^9$  н/м<sup>2</sup>, 2.85. Выражение (2.2) справедливо в области положительных значений давления.

Известно, что в большинстве жидкостей в обычных условиях не могут существовать большие отрицательные давления, что обусловлено наличием в них зародышей кавитации. Под действием отрицательного давления в жидкости образуются кавитационные полости, что приводит к снижению абсолютной величины отрицательного давления.

Многие экспериментаторы измеряли предельные отрицательные давления в жидкостях, используя как статические, так и динамические методы. Наибольшие значения для предельного давления  $p_*$  для воды, равные 250–280 атм, получены в [8]. Поэтому соотношение для давления при растяжении жидкости возьмем в виде

$$(2.3) \quad p = a(\rho/\rho_0 - 1) \text{ при } p > -p_*, \quad p = -p_* \text{ при } p \leq -p_*$$

Система уравнений (2.1)–(2.3) дополняется начальными и граничными условиями. Предполагается, что в начальный момент времени внутренняя энергия, плотность и скорость определяются из соотношений

$$(2.4) \quad E = 0, \quad \rho = \rho_0, \quad u = u_0, \quad v = 0$$

На свободной поверхности капли задается давление, равное нулю, на твердой поверхности равна нулю нормальная компонента скорости.

Определяющими критериями соударения являются скорость удара  $u_0$ , диаметр капли  $D_0$  и механические характеристики жидкости  $\rho_0, a, b, c, p_*$ .

Все переменные преобразуются к безразмерному виду с помощью следующих характерных величин:  $D_0, \rho_0, u_0, D_0/u_0, \rho_0 u_0^2$ .

3. Численное интегрирование системы (2.1)–(2.3) проводится по явной, однородной, полностью консервативной [9] разностной схеме.

Разностная сетка, покрывающая каплю и движущаяся вместе с ней, задается последовательностью координат ее узлов  $(x, y)_{k, L}$   $k=0, 1, \dots, N$ ;  $L=0, 1, \dots, M$ . После соединения отрезками прямых соседних узлов сетки образуется два семейства ломаных, из которых одно получается путем соединения точек с фиксированным индексом  $k$ , а другое — с фиксированным индексом  $L$ . Они разрезают расчетную область на  $NM$  ячеек. Таким образом, геометрически ячейка представляет собой четырехугольник с прямолинейными границами и характеризуется своими гидродинамическими величинами  $\rho, p, E$ , а также геометрическими величинами — площадью  $s$  и объемом  $w$ . Каждому узлу соответствуют координаты  $x, y$  и скорости  $u, v$ .

Для расчетов разрывов, которые имеют место при возникновении ударных волн, применяется метод «сглаживания», что позволяет проводить расчеты без явного выделения разрывов на расчетной сетке. При этом в систему разностных уравнений, которая получается из системы (2.1) — (2.3) путем замены производных, входящих в уравнения системы, на их разностные аналоги первого порядка точности, определенные в каждой узловой точке, вводятся некоторые диссипативные члены.

Следуя [9, 10], используется квадратичная искусственная вязкость со вторым коэффициентом вязкости  $\lambda$ , определяемым из соотношения

$$(3.1) \quad \lambda = 4\bar{\rho}s \text{ для } \dot{\rho} > 0, \lambda = 0 \text{ для } \dot{\rho} \leq 0$$

Введение таким образом определенной «псевдовязкости» позволяет выделять разрывы. Однако в застойных областях течения, которые имеют место при соударении капель жидкости с твердой преградой, с помощью одной только квадратичной искусственной вязкости невозможно получить решение поставленной задачи с достаточной точностью. В застойных областях при этом наблюдаются сильные осцилляции значений функции, получаемых из решения системы разностных уравнений, что в конечном счете приводит к полному искажению решения. Для устранения этих эффектов и перевода колебательной энергии во внутреннюю энергию среды используется линейная вязкость, которая вводится на основании анализа временных свойств получаемого решения.

Коэффициент линейной вязкости  $\mu$  определяется из соотношения

$$(3.2) \quad \mu = \kappa c_0 \rho \bar{v} s, \quad \left| \frac{\partial}{\partial t} (\dot{\rho}/\rho) \right| \Delta t > \beta |\dot{\rho}/\rho|$$

$$\mu = 0, \quad \left| \frac{\partial}{\partial t} (\dot{\rho}/\rho) \right| \Delta t \leq \beta |\dot{\rho}/\rho|$$

Здесь  $\kappa$  и  $\beta$  — константы,  $0.1 \leq \kappa \leq 3$ ,  $0 \leq \beta \leq 4$ ,  $\Delta t$  — шаг интегрирования,  $c_0$  — скорость звука.

Введение псевдовязкости приводит к необходимости решать полную систему уравнений движения вязкой сжимаемой жидкости с коэффициентами вязкости, определяемыми из (3.1) и (3.2). При этом система уравнений движения запишется в виде

$$\dot{\rho} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) = 0$$

$$\rho \dot{u} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\tau_{xy}}{y}$$

$$\rho \dot{v} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}}{y}$$

$$(3.3) \quad \rho \dot{E} + p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) = \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{\varphi\varphi} \frac{v}{y} + \tau_{xy} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$p = a(\rho/\rho_0 - 1) + b(\rho/\rho_0 - 1)^2 + c\rho E - \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right)$$

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\tau_{\varphi\varphi} = 2\mu \frac{v}{y}, \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

Здесь  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{\varphi\varphi}$ ,  $\tau_{yy}$  — компоненты тензора искусственных вязких напряжений.

На фиг. 1 показано схематическое изображение ячеек, на которые разбивается расчетная область. Величины, относящиеся к ячейкам, имеют те же самые индексы, что и левый нижний узел ячейки.

В начальный момент времени масса ячеек как произведение начальной плотности на объем тела, полученного вращением вокруг оси симметрии

$$M_{i,j} = \rho_0/3 [(y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1} +$$

$$+ y_{i,j+1}) s_{i,j}^1 + (y_{i,j} +$$

$$+ y_{i+1,j} + y_{i,j+1}) s_{i,j}^2]$$

$$s_{i,j}^1 = [x_{i+1,j}(y_{i+1,j+1} - y_{i,j+1}) +$$

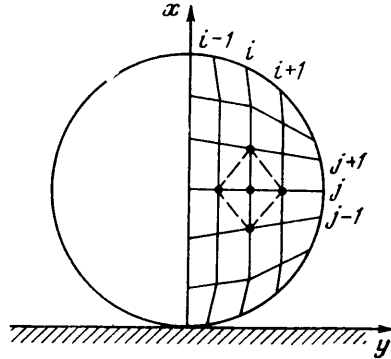
$$+ x_{i+1,j+1}(y_{i,j+1} - y_{i+1,j}) +$$

$$+ x_{i,j+1}(y_{i+1,j} - y_{i+1,j+1})]/2$$

$$s_{i,j}^2 = [x_{i+1,j}(y_{i,j+1} - y_{i,j}) +$$

$$+ x_{i,j+1}(y_{i,j} - y_{i+1,j}) +$$

$$+ x_{i,j}(y_{i+1,j} - y_{i,j+1})]/2$$



Фиг. 1

При использовании приведенных выражений уравнение сохранения

массы ячейки в момент времени  $t^n = \sum_{R=1}^n \Delta t^R$  записывается в виде

$$\rho_{i,j}^n = 3M_{i,j} / [(y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1}) s_{i,j}^1 + (y_{i,j} + y_{i+1,j} + y_{i,j+1}) s_{i,j}^2]^n$$

Индекс  $n$  означает, что все величины, находящиеся в скобках, относятся к  $n$ -му временному слою.

Для определения компонент тензора искусственных вязких напряжений с использованием разностных теоремы Грина и теоремы о среднем [11] вычисляются скорости деформации ячейки, при этом в качестве контура интегрирования используется контур самой ячейки

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j}^n = [(u_{i+1,j} - u_{i,j+1})(y_{i+1,j+1} - y_{i,j}) -$$

$$- (y_{i+1,j} - y_{i,j+1})(u_{i+1,j+1} - u_{i,j})]^n / 2 (s)_{i,j}^n$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j}^n = -[(v_{i+1,j} - v_{i,j+1})(x_{i+1,j+1} - x_{i,j}) -$$

$$\begin{aligned}
& - (x_{i+1,j} - x_{i,j+1}) (v_{i+1,j+1} - v_{i,j}) ]^{n/2} (s)_{i,j}^n \\
& \left( \frac{v}{y} \right)_{i,j}^n = (s_{i,j}^1 v_{i,j}^1 + s_{i,j}^2 v_{i,j}^2)^n / (s_{i,j}^1 y_{i,j}^1 + s_{i,j}^2 y_{i,j}^2) \\
& \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j}^n = [ (v_{i+1,j} - v_{i,j+1}) (y_{i+1,j+1} - y_{i,j}) - \\
& - (y_{i+1,j} - y_{i,j+1}) (v_{i+1,j+1} - v_{i,j}) - (u_{i+1,j} - u_{i,j+1}) \times \\
& \times (x_{i+1,j+1} - x_{i,j}) + (x_{i+1,j} - x_{i,j+1}) (u_{i+1,j+1} - u_{i,j}) ]^{n/2} (s)_{i,j}^n \\
& (s)_{i,j}^n = (s_{i,j}^1 + s_{i,j}^2)^n, \quad (v_{i,j}^1)^n = (v_{i+1,j} + v_{i+1,j+1} + v_{i,j+1})^n / 3 \\
& (v_{i,j}^2)^n = (v_{i+1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j})^n / 3, \quad (y_{i,j}^1)^n = (y_{i+1,j} + y_{i+1,j+1} + y_{i,j+1})^n / 3 \\
& (y_{i,j}^2)^n = (y_{i+1,j} + y_{i,j+1} + y_{i,j})^n / 3
\end{aligned}$$

Выражения для компонент тензора искусственных вязких напряжений и давления представляются в виде

$$\begin{aligned}
(\tau_{xx})_{i,j}^n &= 2\mu_{i,j}^n \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j}^n, \quad (\tau_{yy})_{i,j}^n = 2\mu_{i,j}^n \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j}^n \\
(\tau_{\varphi\varphi})_{i,j}^n &= 2\mu_{i,j}^n \left( \frac{v}{y} \right)_{i,j}^n, \quad (\tau_{xy})_{i,j}^n = \mu_{i,j}^n \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j}^n \\
(p)_{i,j}^n &= c\rho_{i,j}^n E_{i,j}^n + a(\rho_{i,j}^n / \rho_0 - 1) + b(\rho_{i,j}^n / \rho_0 - 1)^2 - \\
& - \lambda_{i,j}^n \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{v}{y} \right)_{i,j}^n \right]
\end{aligned}$$

Для вычисления производных от напряжений, входящих в уравнения движения (3.3), в качестве контура интегрирования используется четырехугольник с вершинами в узлах  $(i+1, j)$ ,  $(i, j+1)$ ,  $(i-1, j)$ ,  $(i, j-1)$ .

Тогда для вычисления скоростей в узле применяются соотношения

$$\begin{aligned}
(3.4) \quad u_{i,j}^{n+1} &= u_{i,j}^n + \Delta t^n \left[ \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right)_{i,j}^n - \right. \\
& - \left. \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i,j}^n \right] / (\rho_{i,j}^1)^n + \Delta t^n \left[ \left( \frac{\tau_{xy} s}{M} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{\tau_{xy} s}{M} \right)_{i,j-1}^n + \right. \\
& + \left. \left( \frac{\tau_{xy} s}{M} \right)_{i-1,j}^n + \left( \frac{\tau_{xy} s}{M} \right)_{i-1,j-1}^n \right] / 4 \\
v_{i,j}^{n+1} &= v_{i,j}^n + \Delta t^n \left[ \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right)_{i,j}^n - \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_{i,j}^n \right] / (\rho_{i,j}^1)^n + \\
& + \Delta t \left[ \left( \frac{(\tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}) s}{M} \right)_{i,j}^n + \left( \frac{(\tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}) s}{M} \right)_{i,j-1}^n + \right. \\
& + \left. \left( \frac{(\tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}) s}{M} \right)_{i-1,j}^n + \left( \frac{(\tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}) s}{M} \right)_{i-1,j-1}^n \right] / 4 \\
(\rho_{i,j}^1)^n &= (\rho_{i,j}^n s_{i,j}^n + \rho_{i-1,j}^n s_{i-1,j}^n + \rho_{i,j-1}^n s_{i,j-1}^n + \\
& + \rho_{i-1,j-1}^n s_{i-1,j-1}^n) / (s_{i,j}^n + s_{i,j-1}^n + s_{i-1,j}^n + s_{i-1,j-1}^n)
\end{aligned}$$

Новые значения координат узлов определяются из соотношений

$$(3.5) \quad x_{i,j}^{n+1} = x_{i,j}^n + \Delta t^n u_{i,j}^{n+1/2}, \quad y_{i,j}^{n+1} = y_{i,j}^n + \Delta t^n v_{i,j}^{n+1/2}$$

Внутренняя энергия вычисляется с использованием следующего выражения:

$$(3.6) \quad E_{i,j}^{n+1} = E_{i,j}^n + \Delta t^n \left\{ -p_{i,j}^n \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j}^{n+1/2} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j}^{n+1/2} + \left( \frac{v}{y} \right)_{i,j}^{n+1/2} \right] + (\tau_{xx})_{i,j}^n \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i,j}^{n+1/2} + (\tau_{yy})_{i,j}^n \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j}^{n+1/2} + (\tau_{\varphi\varphi})_{i,j}^n \left( \frac{v}{y} \right)_{i,j}^{n+1/2} + (\tau_{xy})_{i,j}^n \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j}^{n+1/2} \right\} / \rho_{i,j}^n$$

$$f_{i,j}^{n+1/2} = (f_{i,j}^n + f_{i,j}^{n+1}) / 2$$

Аппроксимация граничных условий осуществляется так же, как это делается в [12].

Можно показать [9], что построенная таким образом схема является однородной, полностью консервативной разностной схемой, т. е. полученная система разностных уравнений построена так, что при решении этой системы выполняются разностные законы сохранения массы, количества движения и энергии.

Для устойчивости счета необходимо, чтобы шаг интегрирования  $\Delta t^n$  для всех  $i$  и  $j$  удовлетворял следующим неравенствам:

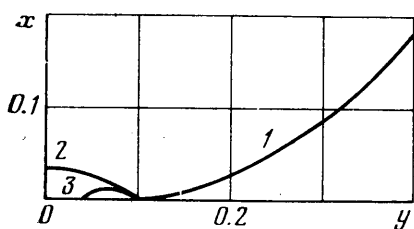
$$\Delta t^n \leq \frac{\rho_{i,j}^n \Delta l^2}{4(\lambda_{i,j}^n + 2\mu_{i,j}^n)}, \quad \Delta t^n \leq \Delta l \left( \frac{\rho_{i,j}^n}{a + 2b(\rho_{i,j}^n / \rho_0 - 1) + c p_{i,j}^n} \right)^{1/2}$$

Здесь  $\Delta l$  — характерный размер ячейки, который определяется как частное от деления площади ячейки  $s_{i,j}^n$  на длину наибольшей диагонали.

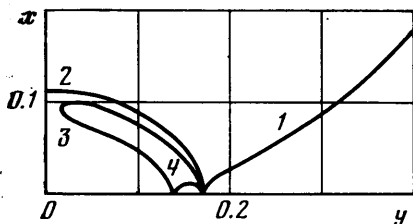
Вычисления проводятся в том порядке, в котором записаны соотношения (3.4) — (3.6).

4. Как показывают результаты численного расчета прямого соударения сферической капли с жесткой поверхностью, проведенного для числа Маха, равного 0,2, процесс соударения происходит следующим образом. В первый момент времени контакт состоит из одной точки. В дальнейшем по мере развития процесса соударения площадь контакта растет и образуется ударная волна, присоединенная к периметру поверхности контакта. В области сжатия, ограниченной фронтом скачка и поверхностью контакта, вплоть до момента  $t=0.0025$  давление остается равным 7 — значению давления, получаемому по одномерной теории. Зона контакта расширяется в радиальном направлении со скоростью, много большей скорости распространения ударной волны. Вследствие этого частицы жидкости на свободной поверхности не «получают» информацию о соударении, т. е. на эту часть жидкости не действуют никакие возмущения.

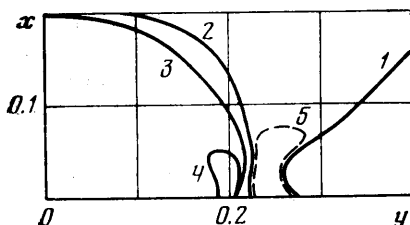
На фиг. 2 представлено распределение давления по капле в момент  $t=0.005$ ; кривым 1—3 соответствуют значения  $p=0, 1, 9.8$ . В этот момент времени скорость распространения ударной волны становится равной скорости расширения пятна контакта. Поле давления в области сжатия становится неоднородным. На оси симметрии происходит понижение давле-



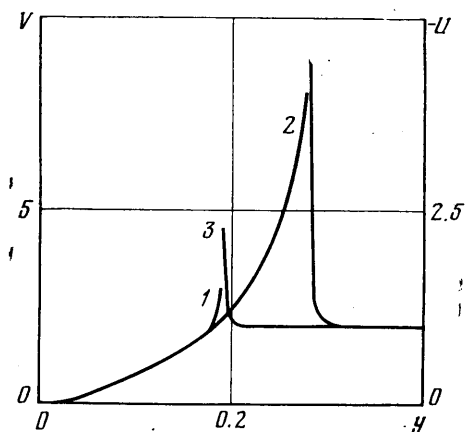
Фиг. 2



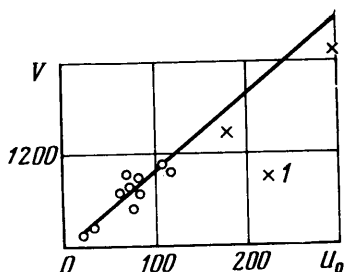
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 3



Фиг. 6

ния, в то время как в окрестности точки контакта свободной поверхности с преградой — повышение. Однако повышение давления не столь велико, как это предсказывают оценки [6], при этом скорость распространения ударной волны получается в расчете более низкой.

В результате процесс растекания (выход ударной волны на свободную поверхность и появление радиальной скорости у частиц жидкости, находящихся на свободной поверхности) начинается несколько позднее. Согласно данным работы [6] процесс растекания должен начаться при значении угла между свободной поверхностью капли и плоскостью преграды, равном  $6^\circ$ , в то время как по численным расчетам это значение равно  $12^\circ$ . Последняя величина находится в хорошем согласии с результатами работы [3], в которой указывается, что процесс растекания начинается при значениях угла, находящихся в диапазоне  $11-19^\circ$ .

Только начиная с  $t=0.0075$  ударная волна отходит от точки контакта и взаимодействует со свободной поверхностью капли. От свободной поверхности в глубь капли распространяются волны разряжения, в которых частицы жидкости ускоряются как в осевом, так и в радиальном направлениях. Это иллюстрируется на фиг. 3, на которой представлены зависимости радиальной и осевой скорости частиц жидкости, лежащих на поверхности контакта и на свободной поверхности, от радиальной координаты: 1, 2 — зависимость радиальной скорости ( $1-t=0.01$ ,  $2-t=0.02$ ); 3, 4 — зависимость осевой скорости ( $3-t=0.01$ ,  $4-t=0.02$ ).

В результате взаимодействия ударной волны со свободной поверхностью осевая скорость частиц жидкости, находящихся на свободной поверхности, увеличивается и, как следствие, увеличивается давление вблизи границы контактной поверхности.

На фиг. 4 представлено распределение изобар в капле жидкости при  $t=0.02$ ; кривым 1-4 соответствуют значения  $p=0, 1, 4, 12$ . Повышение давления до  $p=15$  продолжается до момента  $t=0.03$ , начиная с которого область сжатия отстает от периферийной области контактной поверхности. Жидкость с большой скоростью устремляется вдоль поверхности столкновения. При этом радиальная скорость в 8 раз превышает начальную скорость столкновения. У свободной поверхности образуется зона, в которой достигаются предельные отрицательные напряжения, в результате чего сплошность жидкости может быть нарушена. Эта ситуация отражена на фиг. 5 (пунктир), где представлено распределение изобар в капле в момент  $t=0.04$ ; кривым 1-4 соответствуют значения  $p=0, 1, 4, -0,3$ .

Полученные результаты согласуются с результатами, опубликованными в работе [3]. Соответствующие данные измерения максимальных скоростей разлета капли в зависимости от скорости удара в диапазоне 20-120 м/сек показаны на фиг. 6. Расчетные точки 1 близки к прямой, аппроксимирующей экспериментальные результаты.

В заключение авторы благодарят Г. Г. Черного за постоянное внимание и ценные обсуждения результатов работы и Л. Ф. Шайхатарову, принимавшую участие в проведении расчетов.

Поступила 29 VI 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Перельман Р. Г. О расчете давлений при соударении капли с плоскостью. Изв. вузов, Машиностроение, 1968, № 7.
2. Engel O. G. Waterdrop collisions with solid surfaces. J. Res. Nat. Bur. Standards, 1955, vol. 54, No. 5.
3. Brunton J. H., Camus J. J. The flow of a liquid drop during impact. Proc. Third. Intern. Conference on Rain Erosion and Associated Phenomena. Elvatham Hall, August 1970. Roy. Aircraft Establishment, England, 1970.
4. Jolliffe K. H. The application of dislocation etching techniques to the study of liquid impacts; Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, 1966, vol. 260, No. 1110.
5. Bowden F. P., Field J. E. The brittle fracture of solids by liquid impact by solid impact and by shock. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1964, vol. 282.
6. Neumann F. J. High-speed impact between a liquid drop and a solid surface. J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, No. 13.
7. Хуанг, Хэммит, Янг. Гидродинамические явления при высокоскоростном соударении капли жидкости с жесткой плоскостью. Тр. Америк. об-ва инж.-механ. Теорет. основы инж. расчетов, 1973, т. 95, № 2.
8. Briggs L. J. Limiting negative pressure of water. J. Appl. Phys., 1950, vol. 21, No. 7.
9. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные схемы газовой динамики. М., «Наука», 1975.
10. Рихтмайер Р., Морган К. Разностные методы решения краевых задач. М., «Мир», 1972.
11. Нох В. Ф. СЭЛ - совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач. В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике». М., «Мир», 1967.
12. Уилкинс М. Л. Расчет упруго-пластических течений. В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике». М., «Мир», 1967.