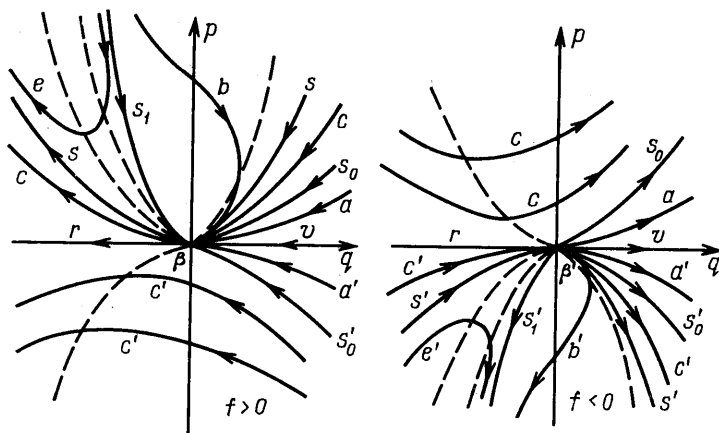


ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

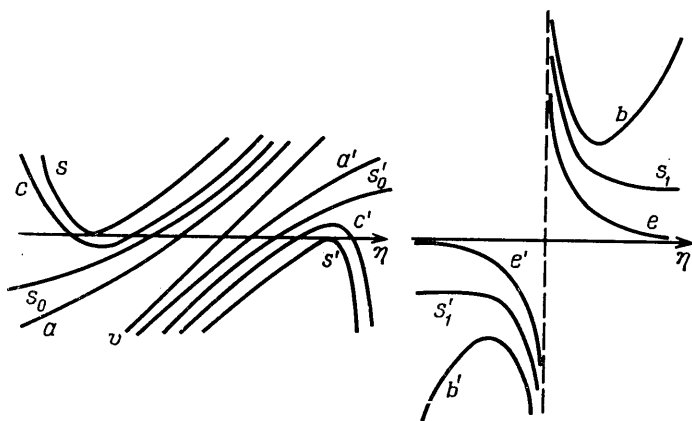
Г. В. ЖИЖИН, А. А. УФИМЦЕВ

(Ленинград)

Множество решений уравнений автомодельного пограничного слоя для псевдопластической жидкости исследуется на двулистной фазовой плоскости. Приведены результаты расчета коэффициента трения в зависимости от индекса течения.



Фиг. 1



Фиг. 2

Уравнение автомодельного пограничного слоя неньютоновской жидкости может быть сведено к уравнению первого порядка и двум квадратурам [1]

$$(1) \quad \frac{dp}{dq} = \frac{p[(2n-1)|p|^{1-n} - 3q]\text{sign } f}{(n+1)q^2 \text{sign } f - (2n-1)p}$$

$$(2) \quad f = \exp \int \frac{\text{sign } f(2n-1)q dq}{(2n-1)p - (n+1)q^2 \text{sign } f}$$

$$(3) \quad \eta = \int \frac{df}{q|f|^{(n+1)/(2n-1)}} \quad (p = f''|f|^{3/(1-2n)}, \quad q = f'|f|^{(n+1)/(1-2n)})$$

где p, q — инвариантные переменные, а $f(\eta)$ — функция тока.

Решения уравнения (1) могут быть представлены траекториями на двумерной фазовой плоскости (p, q) . Ограничимся значениями индекса течения $1/2 < n < 1$, отвечающими наиболее часто встречающимся жидкостям с псевдопластическими свойствами. Фазовая диаграмма течения изображена на фиг. 1. На каждом листе фазовой плоскости имеется одна (β и β') особая точка с нулевыми значениями координат. Эти точки являются положениями равновесия и имеют тип седло-узел. Оба листа фазовой плоскости соединены бесконечно удаленной проходной точкой δ типа седло-узел. Через эту точку (в ней $f=0$) траектории с одного листа фазовой плоскости переходят на другой, соединяя положения равновесия.

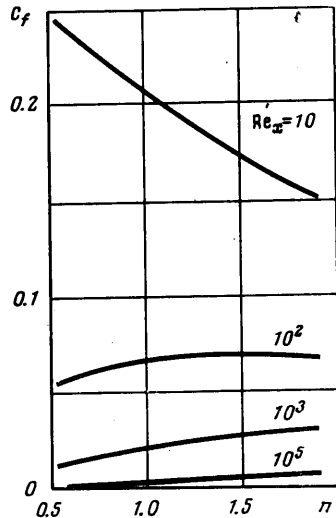
Системе траекторий на фазовой плоскости соответствует множество интегральных кривых $f(\eta)$ (см. фиг. 2). Кривая s описывает течение в пограничном слое с отсосом или без него, когда скорость на поверхности произвольна, а скорость набегающего потока конечна (сюда входит и решение Блазиуса). Кривая c описывает широкий класс краевых задач: $f(0)=\text{var}$, $f'(0)=\text{var}$, $f'(\infty)=\text{const}$, причем $f(0)$ и $f'(0)$ одновременно не обращаются в нуль. Решение s_0 соответствует слою смещения, когда один из потоков покоится, а решение a — смещению спутных потоков. Прямая v отвечает решению $f=c\eta+b$ при $c=1$, описывающему течение вдоль пластины с отсосом или вдувом, когда скорость на поверхности равна скорости набегающего потока. Кривая b описывает пограничный слой на пластине с отсосом и двигающейся поверхностью ($f>0$ всюду). Решение s_1 соответствует течению с отсосом при отрицательной скорости поверхности пластины и конечным значением поперечной скорости в основном потоке. Кривая e отвечает течению предыдущего типа с нулевой скоростью на бесконечности. Кривые, обозначенные штрихами, соответствуют отображению $(f, \eta) \rightarrow (-f, -\eta)$, $(p, q) \rightarrow (-p, q)$, относительно которого система уравнений (1)–(3) инвариантна.

Из анализа кривых s, c, s_0 следует существование двузначных решений при движении поверхности пластины против набегающего потока. Двузначность решений пограничного слоя ньютоновской жидкости на пластине с двигающейся поверхностью была установлена в [2, 3].

Численным интегрированием уравнения автомодельного пограничного слоя методом Рунге — Кутты рассчитывалось значение $f''(0)$ в зависимости от скорости поверхности пластины. В качестве индекса n выбирались его экспериментальные значения для раствора полиэтилена в бензине с различными концентрациями. Из расчета следует, что предельное значение скорости поверхности пластины, при которой еще существует решение (двузначное), слабо зависит от индекса n и уменьшается с его ростом. Местный коэффициент трения для задачи Блазиуса рассчитывался для различных значений числа Рейнольдса по формуле

$$C_f = 2[f''(0)]^n \text{Re}_x^{-1/(n+1)} (n^2+n)^{-n/(n+1)}$$

Результаты приведены на фиг. 3. При построении графиков использованы значения коэффициента трения, полученные авторами ранее для течения дилатантных жидкостей. Видно, что в зависимости от числа Re_x местный коэффициент трения может как возрастать, так и уменьшаться с ростом индекса n .



Фиг. 3

Поступила 4 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Жижин Г. В., Уфимцев А. А. О течениях в плоском ламинарном пограничном слое дилатантных жидкостей. Изв. АН СССР, МЖГ, 1977, № 6.
2. Черный Г. Г. Пограничный слой на движущейся поверхности. В кн. «Избранные проблемы прикладной механики». М., «Наука», 1974.
3. Casal P. Sur l'ensemble des solutions de l'equation de la couche limite. J. Mecanique, 1972, vol. 11, No. 3. (Рус. перев.: О совокупности решений уравнения пограничного слоя. Механика. Период. сб. перев. иностр. статей, 1974, № 4.)