

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ ДВУХФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОСЕСИММЕТРИЧЕСКИХ СОПЛАХ ЛАВАЛЯ

А. А. ГЛАЗУНОВ, А. Д. РЫЧКОВ

(Томск)

Особенности двухфазных течений в соплах Лавала в рамках модели двухжидкостной сплошной среды [1, 2] исследовались в основном в квазиодномерном приближении ([3] и библиография в ней). Двумерные расчеты таких течений проведены лишь в последнее время с помощью метода установления [4-7]. Однако систематические расчеты с целью выявления влияния второй фазы на такие основные характеристики сопла, как величины удельного импульса, его потери и коэффициент расхода, проводились лишь в квазиодномерном приближении [8, 9], а в двумерном только для сверхзвуковых частей сопел в предположении равномерного течения в его горловине [10, 3].

В данной работе проведено такое исследование в двумерном случае для сопла в целом, включая до-, транс- и сверхзвуковые области течения и дан сравнительный анализ величин потерь единичного импульса, полученных в квазиодномерном приближении [8].

1. Осесимметрическое двухфазное стационарное течение описывается следующей системой уравнений:

$$\nabla y \rho U = 0, \quad \nabla y \rho u U + \frac{\partial}{\partial x} y p = y C_R \rho_s (u_s - u)$$

$$\nabla y \rho v U + \frac{\partial}{\partial y} y p - p = y C_R \rho_s (v_s - v)$$

$$(1.1) \quad \nabla y \rho H_0 U = y \rho_s \{ C_\alpha (T_s - T) + C_R [u_s (u_s - u) + v_s (v_s - v)] \}$$

$$p = \rho (k - 1) / k [H_0 - (u^2 + v^2) / 2]$$

$$(1.2) \quad \nabla y \rho_s U_s = 0$$

$$\nabla y \rho_s u_s U_s = y \rho_s C_R (u - u_s), \quad \nabla y \rho_s v_s U_s = y \rho_s C_R (v - v_s)$$

$$\nabla y \rho_s T_s U_s = y \rho_s C_\alpha c_p / c (T - T_s)$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}$$

Здесь $U = ui + vj$ — вектор скорости; \mathbf{i} , \mathbf{j} — орты осей цилиндрической системы координат x , y ; ρ — плотность; p — давление; H_0 — энтальпия торможения; C_R , C_α — коэффициенты сопротивления и теплопередачи соответственно; T — температура; k — показатель адиабаты для газа («замороженный»); c_p/c — отношение удельных теплоемкостей газа и материала частиц.

Индекс s относится к параметрам частиц. Система (1.1), описывающая течение газа, имеет эллиптико-гиперболический тип в до-трансзвуковой части сопла Лавала и гиперболический в сверхзвуковой. Система (1.2) для частиц имеет « x -гиперболический» тип при $u_s > 0$, что обычно выполняется в соплах. Поэтому при расчете течений в соплах целесообразно сначала

рассчитать до- трансзвуковую область, например, с помощью метода установления, а затем, используя полученное решение, и сверхзвуковую область, где интегрируются стационарные уравнения (1.1), (1.2).

В данной работе для расчета до- трансзвуковой области течения также используется метод установления, но нестационарной заменяется только система (1.1), поскольку система (1.2) и в дозвуковой части сопла имеет гиперболический тип. Установление течения осуществляется с помощью следующей процедуры. Перед началом счета нового шага по времени при известных значениях параметров газа решается стационарная система (1.2). При этом по мере продвижения счета по переменной x , начиная от входа в сопло, в узлах разностной сетки газа вычисляются и запоминаются значения правых частей системы (1.1). Затем определяются параметры газа на новом временном слое при полученных правых частях, и процедура повторяется. Пересчет правых частей в (1.1) можно осуществлять и через несколько временных шагов, причем по мере приближения к установлению этот интервал можно увеличивать.

Такой прием позволяет сократить время счета и требуемый объем оперативной памяти ЭВМ и становится особенно эффективным при расчетах полидисперсных течений. В качестве начальных условий для (1.1) использовались результаты расчетов равновесных течений, что дополнительно сокращало время установления течения.

2. Для численного решения системы (1.1) использовалась явная разностная схема Мак-Кормака [11] второго порядка точности, являющаяся полностью консервативной. Область течения спрямлялась путем замены независимых переменных

$$\xi = y/Y(x), \quad \eta = y/Y_s(x)$$

где $Y(x)$ — контур сопла, $Y_s(x)$ — предельная линия частиц, положение которой определялось в процессе решения (1.2). В новых переменных (1.1), (1.2) также записывались в виде законов сохранения. На входе в сопло для газа задавались три граничных условия

$$H_0(x_0, y) = \text{const}, \quad S(x_0, y) = \text{const}$$

$$v(x_0, y)/u(x_0, y) = \xi \frac{d}{dx} Y(x) |_{x=x_0}$$

Здесь S — энтропия.

Параметры частиц здесь (кроме плотности) полагались равными соответствующим параметрам газа: $\rho_s(x_0, y) = z/(1-z)\rho(x_0, y)$, z — весовая доля частиц. На контуре сопла задавались условия непротекания $v(x, Y(x))/u(x, Y(x)) = dY(x)/dx$. В качестве правой границы рассчитываемой области выбиралась прямая $x=l$, такая, что на ней всегда выполнялось условие $u(l, y) > a(l, y)$, a — местная скорость звука. Тогда на ней условия не задаются. Установившиеся значения параметров течения на этой прямой использовались в качестве начальных условий для расчета сверхзвуковой части сопла. Для интегрирования системы (1.2), относящейся к типу «жестких», предлагается двухшаговая явно- неявная разностная схема, не имеющая ограничения на шаг интегрирования из-за величин C_R, C_a , определяющих «жесткость» системы.

Систему (1.2) удобно представить в векторном виде

$$(2.1) \quad \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{A} + \frac{\partial}{\partial \eta} \mathbf{B} + \mathbf{Q}(\mathbf{A} - \mathbf{F}) = 0$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 1 \\ u_s \\ v_s \\ T_s \end{pmatrix} \eta Y_s^2 m_s, \quad \mathbf{B} = \eta Y_s (v_s - \eta Y_{sx} u_s) \begin{pmatrix} \rho_s \\ m_s \\ n_s \\ \rho_s T_s \end{pmatrix} \\
 \mathbf{Q} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_R/u_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_R/u_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (C_\alpha/u_s)(c_p/c) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \eta Y_s^2 m_s \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \\ T \end{pmatrix} \\
 m_s &= \rho_s u_s, \quad n_s = \rho_s v_s, \quad Y_{sx} = \frac{d}{dx} Y_s(x),
 \end{aligned}$$

Производные $\partial \mathbf{B} / \partial \eta$ аппроксимируются явным образом нецентральными разностями, как в схеме [11], а свободные члены записываются на $(n+1)$ -м слое. Этап предиктора

$$(2.2) \quad (\hat{\mathbf{A}}_j^{n+1} - \mathbf{A}_j^n) / \Delta x + (\mathbf{B}_{j+1}^n - \mathbf{B}_j^n) / \Delta \eta + Q_j^n (\hat{\mathbf{A}}_j^{n+1} - \mathbf{F}_j^{n+1}) = 0$$

Этап корректора

$$\begin{aligned}
 &(\mathbf{A}_j^{n+1} - \mathbf{A}_j^n) / \Delta x + [(\hat{\mathbf{B}}_j^{n+1} - \hat{\mathbf{B}}_{j-1}^{n+1}) + (\mathbf{B}_{j+1}^n - \mathbf{B}_j^n) / (2\Delta \eta)] + \\
 &+ Q_j^{n+1/2} (\mathbf{A}_j^{n+1/2} - \mathbf{F}_j^{n+1/2}) = 0
 \end{aligned}$$

$$Q_j^{n+1/2} = (\hat{Q}_j^{n+1} + Q_j^n) / 2, \quad \mathbf{F}_j^{n+1/2} = (\mathbf{F}_j^{n+1} + \mathbf{F}_j^n) / 2$$

$$\mathbf{A}_j^{n+1/2} = \mathbf{A}_j^{n+1} - \Delta x / 2 (\partial \mathbf{A} / \partial x)^{n+1}$$

Производная $(\partial \mathbf{A} / \partial x)^{n+1}$ определяется из (2.1), причем все величины берутся из предиктора.

После подстановок и преобразований имеем

$$\begin{aligned}
 (2.3) \quad \mathbf{A}_j^{n+1} &= [\mathbf{A}_j^n + (E + \Delta x Q_j^n) \hat{\mathbf{A}}_j^{n+1} - (E + \Delta x Q_j^{n+1/2}) \times \\
 &\times (\hat{\mathbf{B}}_j^{n+1} - \hat{\mathbf{B}}_{j-1}^{n+1}) \Delta x / \Delta \eta + 2\Delta x (\Delta x / 2 \hat{Q}_j^{n+1} \mathbf{F}_j^{n+1} + \mathbf{F}_j^{n+1/2}) Q_j^{n+1/2} - \\
 &- \Delta x Q_j^n \mathbf{F}_j^{n+1}] [2(E + \Delta x Q_j^{n+1/2} + (\Delta x)^2 / 2 \hat{Q}_j^{n+1} Q_j^{n+1/2})]^{-1}
 \end{aligned}$$

где E — единичная матрица.

Анализ устойчивости схемы (2.2), (2.3), проведенный для линеаризованной системы, приводит к условию типа Куранта

$$\Delta x \leq \Delta \eta Y_s / (v_s / u_s - \eta Y_{sx})$$

Проведенные расчеты показали, что это ограничение на шаг интегрирования не приводит к заметному увеличению времени счета, так как из соображений точности расчетов $\Delta x \sim \Delta \eta Y_s$.

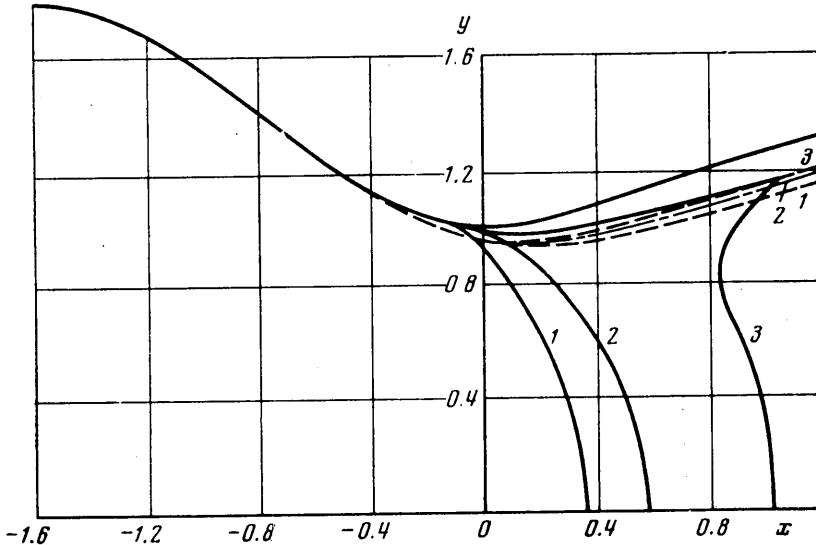
3. Расчеты двухфазных течений проводились, как и в работе [8], для конических сопел с радиусом выходного сечения r_a . Сужающаяся и расширяющаяся его части образованы отрезками прямых с углами наклона θ_1 и θ_2 к оси OX соответственно, сопряженных окружностью радиуса r_k в горловине сопла. Кроме того, дозвуковая часть сопла окружностью радиуса $r_1 = 0.5$ (здесь и далее все линейные размеры отнесены к радиусу критического сечения сопла r_*) сопрягалась с прямой $y = r_2$, параллельной оси x ,

что было сделано для организации параллельного входа в сопло. Коэффициенты C_R, C_α вычислялись по формулам

$$(3.1) \quad \begin{aligned} C_R &= (18\mu / (\rho_s^\circ d_s^2)) [1 + 0.26 \cdot 10^{-3} Re^{1.38} + 0.197 Re^{0.63}] \\ C_\alpha &= (6\mu / (\rho_s^\circ d_s^2 Pr)) [2 + 0.459 Pr^{0.33} Re^{0.55}] \\ Re &= |U - U_s| d_s \rho / \mu, \quad \mu = \mu_0 (T/T_0)^{0.71} \end{aligned}$$

Здесь Pr — число Прандтля, μ_0 — вязкость газа при температуре торможения T_0 , ρ_s° — плотность материала частиц, d_s — диаметр частиц.

После перехода в (1.1), (1.2), (3.1) к безразмерным величинам (скорости относились к критической замороженной скорости звука a_* , давлению



Фиг. 1

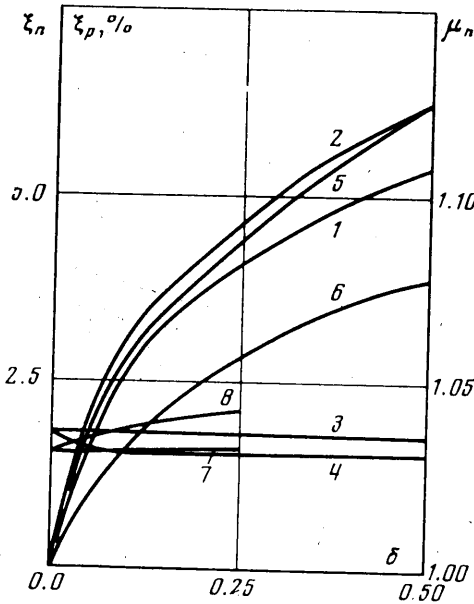
ние, плотность, температура — к соответствующим параметрам торможения) в (3.1) появляется комплекс $A = (18\mu_0 r_s^\circ) / (a_* \rho_s^\circ)$, значение которого при расчетах принималось $A = 0.4423 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2$. Далее выбиралось «базовое» сопло с параметрами $\theta_1 = -45^\circ, \theta_2 = 15^\circ, r_a = 3.658, r_1 = 0.5, r_2 = 2.0, r_k = 0.5, d_s = 5 \text{ мкм}, z = 0.4, k = 1.2$, для которого и проводились параметрические исследования.

Общая картина течения в таком сопле приведена на фиг. 1, где показаны положения звуковых и предельных линий при $z = 0.2, 0.4, 0.6$ (кривые 1—3). Видно, что с ростом z неравномерность течения значительно возрастает, особенно в зоне чистого газа между предельной линией и стенкой сопла, трансзвуковая область выносится далеко в расширяющуюся часть сопла. Поэтому представляет большой интерес расчет таких важных для практических целей величин, как потери на рассеяние (неоднородность), двухфазные потери и коэффициент расхода сопла, и сравнение их с результатами существующих квазиодномерных расчетов [8].

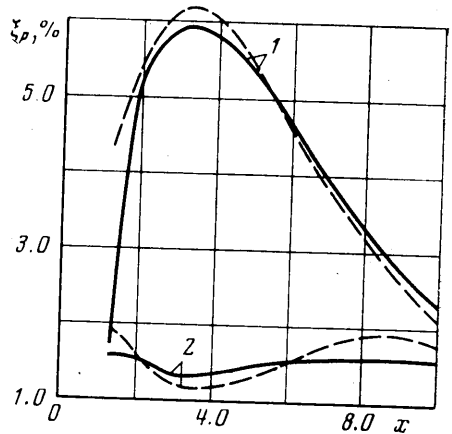
Эти величины для $z = 0.4$ представлены на фиг. 2 в зависимости от параметра $\delta = d_s^{1.5} / (2r_*)$ (мкм/мм), введенного в [8]. Кривая 1 соответствует величине двухфазных потерь, определенных как $\xi_n = (I_e - I_n) / I_e$, где I_e, I_n — единичные импульсы равновесных и неравновесных двухфазных осесимметричных течений. Кривая 2 получена по квазиодномерным расчетам [8]. Видно, что в двумерном случае величины потерь оказываются существенно меньшими. Кривые 3, 4 соответствуют потерям на рассеяние ξ_p для

равновесного [9] и неравновесного течений в коническом «базовом» сопле, а 7, 8 — в профилированном сопле, полученном для равновесного течения путем обрезания оптимального профиля [9], рассчитанного на число Маха $M_a=4$, при $x=10$.

Различный характер поведения потерь в неравновесном течении связан с тем, что вследствие скоростного запаздывания на срезе сопла векторы

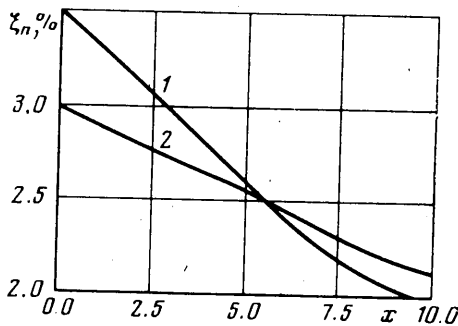


Фиг. 2



Фиг. 3

скоростей частиц имеют в коническом сопле меньший, а в профилированном — больший угол наклона к оси по сравнению с векторами скоростей газа. По длине сверхзвуковых частей сопел величины ξ_p представлены на фиг. 3, где пунктирные кривые относятся к равновесному и сплошные — к неравновесному течениям. При этом для конического сопла (кривые 1) имеет место колеблющийся характер изменения ξ_p , что связано с волновым процессом в газе, возникающим из-за разрыва второй производной контура сопла в месте сопряжения окружности с конусом. Наибольшее различие в величинах ξ_p для профилированного сопла (кривые 2) наблюдается вблизи горловины, где различие в углах наклона векторов скоростей газа и частиц наибольшее.

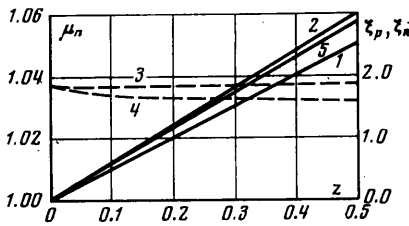


Фиг. 4

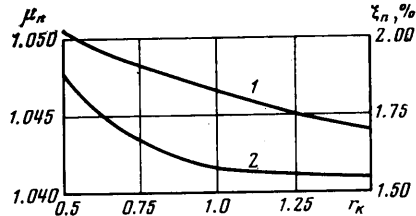
Значительный для практики интерес представляет поведение коэффициента расхода $\mu = G_{n2}/G_{e1}$ в случае двухфазного течения. Здесь индексы 1 и 2 относятся к расходам в двумерном и квазидвумерном случаях, n и e — к неравновесному и равновесному течениям. Удобно представить μ в виде произведения $\mu = \mu_n \mu_e$, где $\mu_n = G_{n2}/G_{e2}$ учитывает влияние второй фазы, $\mu_e = G_{e2}/G_{e1}$ — влияние двумерности.

На фиг. 1 кривые 5, 6 соответствуют величинам $\mu_{n2}=G_{n2}/G_{e2}$, $\mu_{n1}=G_{n1}/G_{e1}$. Кривая 5 располагается значительно выше, что связано с двумерностью течения в окрестности горловины сопла. О существенном влиянии двумерности свидетельствуют и кривые изменения величин двухфазных потерь по длине сопла на фиг. 4, где кривая 1 относится к двумерному случаю, кривая 2 — к квазиодномерному.

На фиг. 5 для базового сопла приведено поведение кривых, соответствующих обозначениям фиг. 2 для $d_s=5$ мм при различных весовых долях



Фиг. 5



Фиг. 6

частиц z . Эти зависимости, как и в квазиодномерном случае, практически линейны, однако угол наклона меньше. На фиг. 6 показано изменение величин ξ_n (кривая 1) и μ (кривая 2) от радиуса кривизны стенки сопла r_k . Видно, что наиболее сильное влияние r_k на величину μ_n имеет место при $r_k < 1$, что связано, как и увеличение величины потерь ξ_n , с ростом градиентов параметров газа в горловине сопла. Потери на рассеяние ξ_p при этом практически не изменяются. Расчеты, проведенные при углах входа в дозвуковую часть сопла $\theta_1 = -30, -60^\circ$, не показали существенного влияния θ_1 на величины μ_n, ξ_n, ξ_p .

Все расчеты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Разностная сетка в до-транзвуковой области имела размер 56×30 , в сверхзвуковой — 60 узлов в поперечном сечении сопла.

Поступила 1 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Клигель Дж., Никерсон Г. Течение смеси газа и твердых частиц в осесимметричном сопле. В кн. «Детонация и двухфазное течение». М., «Мир», 1966.
2. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухфазной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. ПММ, 1965, вып. 29, № 3.
3. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
4. Копченов В. И., Крайко А. Н. Решение в рамках двухжидкостной модели прямой задачи о двухфазном течении в сопле Лавала. Научн. тр. Ин-та мех., МГУ, 1974, № 32.
5. Копченов В. И. Решение прямой задачи о течении двухфазной смеси газа и инородных твердых или жидких частиц в сопле Лавала. ПМТФ, 1975, № 6.
6. Копченов В. И. Численное решение задачи о течении смеси газа и инородных частиц в сопле Лавала при большом относительном расходе частиц. В сб. «Вопр. газотермодинамики энергоустановок», вып. 2. Харьков, 1975.
7. Васенин И. М., Рычков А. Д. Численное решение задачи о течении смеси газа и частиц в осесимметричном сопле Лавала. Изв. АН СССР. МЖТ, 1973, № 5.
8. Тишин А. П., Хайрулдинов Р. И. Обобщенные зависимости для определения потерь удельного импульса при неравновесном двухфазном течении в сопле. Изв. вузов. Авиац. техн., 1972, № 1.
9. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П., Худяков В. А. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания, т. 1. М., 1971.
10. Верещака Л. П., Крайко А. Н., Стернин Л. Е. Метод характеристик для расчета сверхзвуковых течений газа с инородными частицами в плоских и осесимметричных соплах. Сообщ. по прикл. мат., вып. 1, М., ВЦ АН СССР, 1969.
11. Mac Cormack R. W. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering AIAA paper, 1969, No. 354.