

**ЭФФЕКТЫ НЕОДНОМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЯ
В НЕЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

В. М. ЕНТОВ, Ф. Д. ТУРЕЦКАЯ

(Москва)

Разработана методика численного решения двумерных нестационарных задач теории упругого режима при нелинейной фильтрации, рассмотрены нестационарные процессы в элементе пятиточечной сетки скважин и в окрестности скважины, находящейся во внешнем потоке. Проанализированы эффекты анизотропии распространения возмущений, связанные с нелинейностью задачи.

1. Основные соотношения. Запишем закон фильтрации в форме, разрешенной относительно скорости [1]

$$(1.1) \quad w = -\frac{kG}{\mu} \Psi \left(\frac{|\text{grad } p|}{G} \right) \frac{\text{grad } p}{|\text{grad } p|}$$

Здесь w — вектор скорости фильтрации, p — давление, k — проницаемость среды, μ — вязкость жидкости, G — характерное значение градиента давления (например, предельный градиент), Ψ — безразмерная функция, описывающая закон фильтрации.

Далее рассматривается кусочно-линейный закон фильтрации

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \Psi(z) &= \varepsilon z, & z < 1/(1-\varepsilon) \\ \Psi(z) &= z-1, & z > 1/(1-\varepsilon) \end{aligned}, \quad 0 \leq \varepsilon < 1$$

включающий в себя как частный случай (при $\varepsilon=0$) фильтрацию с предельным градиентом.

Нестационарные процессы при законе фильтрации (1.1) описываются уравнением вида [1, 2]

$$(1.3) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \kappa G \text{div} \Psi \left(\frac{|\text{grad } p|}{G} \right) \frac{\text{grad } p}{|\text{grad } p|}, \quad \kappa = \frac{kK}{m\mu}$$

где κ — коэффициент пьезопроводности, m — пористость, K — приведенный модуль объемного сжатия пластовой системы.

2. Нестационарное движение в прямоугольной области. В качестве типичной задачи теории разработки рассмотрим течение в прямоугольном элементе пятиточечной площадной системы расстановки скважин $ABCD$, на сторонах которого выполнены условия симметрии (непротекания), в точке A расположена эксплуатационная скважина (сток) с дебитом $-2q$, в точке C — нагнетательная скважина (источник) с дебитом $+2q$.

Течение в непосредственной окрестности скважин считается плоско-радиальным. Распределение давления вблизи скважины находится из соотношения

$$(2.1) \quad r \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{\mu}{k} \frac{Q}{2\pi} + Gr \text{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad (Q = \pm 2q)$$

Задача решается в безразмерных переменных, что формально эквивалентно замене в уравнении (1.3) κ и G на 1, причем пласт предполагается первоначально невозмущенным

$$(2.2) \quad p^* = \frac{p}{GL}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad t^* = \frac{\kappa t}{L^2}, \quad r^* = \frac{r}{L}$$

$$(2.3) \quad p^*(x^*, y^*)|_{t^*=0} = 0$$

$$(2.4) \quad r^* \frac{\partial p^*}{\partial r^*} = -\frac{Q}{\lambda L 2\pi} + r^* \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p^*}{\partial r^*} \right)$$

Здесь L — основание прямоугольника $ABCD$, $\lambda = Gk/\mu$ — характерное значение скорости, (2.4) следует из (2.1), далее звездочки при безразмерных переменных опускаются.

Фактически расчеты проведены для случая квадратной области, введена равномерная квадратная сетка с дополнительными «внешними» слоями, используемыми при аппроксимации граничных условий. Использована явная конечно-разностная дивергентная схема второго порядка точности по пространственным переменным [3]. Шаг по времени выбирался из условия устойчивости.

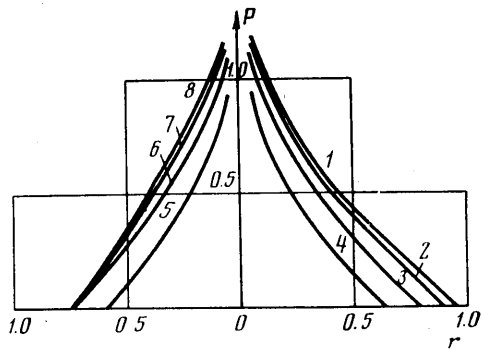
Точность расчетов контролировалась сравнением результатов, полученных из счета на различных сетках и с различной величиной области в окрестности скважин, где для определения давления использовалась разностная аппроксимация соотношения (2.4).

Рассмотрено несколько режимов работы: выход на стационарный режим сбалансированной закачки и отбора, режим истощения залежи (отбор без нагнетания), переходные процессы при остановке скважины. Результаты расчета режима работы залежи с поддержанием давления после установления сравнивались с решением стационарной задачи [4]; отличие составило менее 5% величины GL , рассмотрены случаи $\epsilon=0$ и 0.046.

С целью выяснения влияния размера области вырождения ($|\operatorname{grad} p| < G$) при $\epsilon=0$ на скорость установления были рассмотрены течения с различной величиной относительной интенсивности $Q/\lambda L$. Как и следовало ожидать, с уменьшением величины $Q/\lambda L$ скорость установления уменьшается.

На фиг. 1 приведена зависимость давления от расстояния от источника (точка C) в фиксированные моменты времени ($t=0.2$ — кривые 4, 5; $t=0.4$ — кривые 3, 6; $t=0.6$ — кривые 2, 7; $t=1.8$ — кривые 1, 8) для лучей CD — граница исследуемой области (кривые 1–4) и CA — главная линия тока (кривые 5–8). В точках луча CD выход на стационарный режим осуществляется медленнее, здесь находится область, где $|\operatorname{grad} p| < G$.

Сравнение результатов расчета вариантов с $\epsilon=0$ и 0.046 показывает, что в основной части области течения результаты, соответствующие этим двум законам фильтрации, весьма близки, что подтверждает правомерность часто используемой замены реального закона фильтрации законом фильтрации с предельным градиентом. С другой стороны, при численном



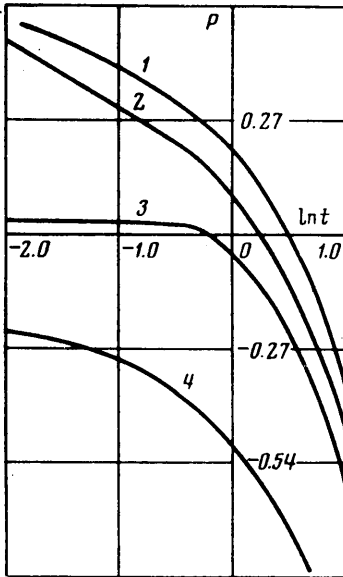
Фиг. 1

решении закон фильтрации с предельным градиентом может быть заменен кусочно-линейным (с малым ε), являющимся фактически его регуляризацией (ср. [5]).

После выхода на стационарный режим одна из скважин (в точке C) была остановлена, счет проводился до выхода на квазистационарный режим, при котором распределение давления имеет вид

$$p(x, y, t) = p(x, y) + ct$$

На фиг. 2 приведены кривые зависимости давления от логарифма времени в точках, находящихся на фиксированном расстоянии от источника C на лучах CD (кривая 1 — $r=0.35$, кривая 3 — $r=0.85$) и CA (кривая 2 — $r=0.35$, кривая 4 — $r=0.85$) в случае $\varepsilon=0$. Отчетливо видна конечность скорости распространения возмущений в случае закона фильтрации с предельным градиентом.



Фиг. 2

Из фиг. 1, 2 видно, что при нелинейном законе фильтрации возмущения распространяются с различной скоростью по различным направлениям, скорость распространения максимальна в направлении главной линии тока и минимальна в направлении к критической точке потока, где при стационарном течении располагаются застойные зоны.

3. Возмущение однородного потока одиночной скважиной. Рассмотрим поток, параллельный оси x , с постоянной скоростью $w_0 = \{w_0, 0\}$ и допустим, что в момент $t=0$ в начале координат начинает действовать источник заданного дебита $+2q$. В окрестности источника поток будем считать по-прежнему плоскорадиальным. Начальное распределение давления в пласте имеет вид

$$(3.1) \quad p(x, y) |_{t=0} = -(G + \mu w_0/k)x$$

Перейдем к безразмерным переменным, взяв в качестве характерной длины $L=q/\lambda$. Условие (2.1) и начальное условие (3.1) переходят при этом в

$$(3.2) \quad r \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{1}{2\pi} + r \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)$$

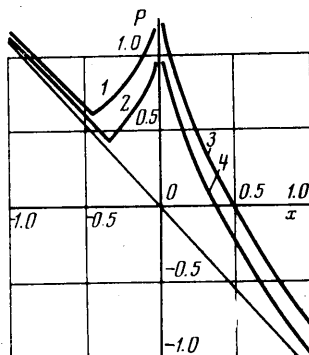
$$(3.3) \quad p = -(w_0 + 1)x$$

Здесь x — безразмерная координата, w_0 — безразмерная скорость набегающего потока.

Так как течение симметрично относительно оси x , решение ищется в верхней полуплоскости с использованием в качестве условий на «бесконечности» соотношения (3.3). При численном решении задачи использована неравномерная пространственная сетка. Внешняя граница расчетной области подвижна и в процессе счета расширяется.

Расчеты проведены для трех значений скорости набегающего потока ($w_0=0.01, 0.1, 1.0$). Обращает на себя внимание различие в характере распространения возмущения вдоль лучей, выходящих из источника и по-разному ориентированных по отношению к основному потоку. Сильнее всего эти эффекты выражены при малой величине внешнего потока

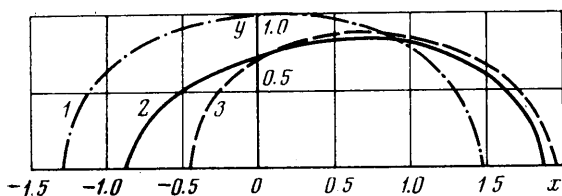
($w_0=0.01$). На фиг. 3 приведены кривые зависимости давления от расстояния до источника для $w_0=0.1$ в фиксированные моменты времени ($t=0.4$ — кривые 2, 4 и $t=1.4$ — кривые 1, 3) для двух различных направлений — против основного потока ($x < 0$), где четко реализуется характерная картина встречных потоков с появлением угловой точки (ср. однородные течения [1]); возмущение распространяется сравнительно медленно. Возмущение по потоку ($x > 0$) распространяется значительно быстрее, постепенно затухая с расстоянием примерно так же, как и в линейной задаче упругого режима. Наиболее явно указанные особенности видны на фиг. 4, где приведены линии уровня отклонения давления от первоначального значения $\Delta p=0.05$ в момент $t=0.8$; кривые 1, 2, 3 отвечают различным величинам скорости набегающего потока ($w_0=1.0, 0.1$ и 0.01 соответственно).



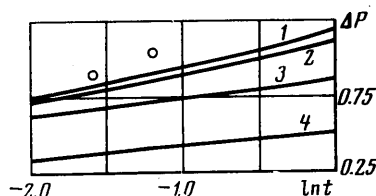
Фиг. 3

Как известно, в теории упругого режима по кривым зависимости изменения давления Δp от $\ln t$ определяются параметры пласта: гидропроводность kh/μ и ρ^2/κ , где ρ — приведенный (гидродинамический) радиус скважины.

Поскольку реальные исследования скважин всегда проводятся «на фоне» некоторого внешнего потока, представляет интерес анализ зависимости давление — время для рассматриваемой задачи в непосредственной окрестности скважины (фиг. 5), что соответствует наиболее распростра-



Фиг. 4



Фиг. 5

ненному методу исследования по изменению давления в самой возмущающей скважине. Характерно различие между кривыми для разной интенсивности основного потока. При значительной интенсивности основного потока зависимость $\Delta p(\ln t)$ линейна во всем исследованном диапазоне изменения $\ln t$, однако при малой интенсивности основного потока кривая $\Delta p(\ln t)$ выпукла к оси $\ln t$ [1, 2]. Второе характерное обстоятельство — зависимость темпа изменения давления от интенсивности основного потока (приращение давления на исследованном отрезке времени убывает с ростом скорости основного потока w_0 (см. фиг. 5, где линии 1, 2, 3 соответствуют величинам скорости $w_0=0.01, 0.1, 1.0$)).

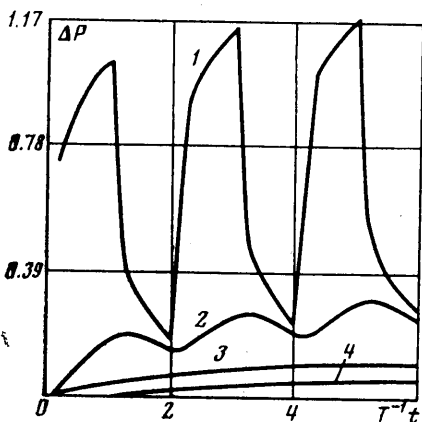
С точки зрения теории методов исследования скважин это означает, что увеличение интенсивности основного потока приводит к увеличению эффективной гидропроводности пласта.

В отсутствие нелинейных эффектов изменение давления описывалось бы соотношением теории упругого режима [1, 3]

$$(3.4) \quad \Delta p = \frac{1}{4\pi} \frac{\ln 2.25 t}{\rho^2}$$

— прямая 4 на фиг. 5.

Из фиг. 5 видно, что даже в потоке относительно большой интенсивности ($w_0=1.0$) эффективно замеряемая гидропроводность оказывается существенно заниженной. Точки на фиг. 5 соответствуют изменению давления при фильтрации с предельным градиентом в отсутствие основного потока [2]



Фиг. 6

ста и по координате точки касания касательной, проведенной из начала координат, к кривой $\Delta p(r, t)$. Из сказанного выше очевидно (и прямая проверка это подтверждает), что определенная таким образом пьезопроводность окажется существенно различной в зависимости от ориентации направления на скважину-пьезометр по отношению к основному потоку.

Сходные эффекты анизотропии наблюдаются и при других типах возмущений, в частности при периодическом возмущении расхода, отвечающем известному способу исследования пластов методом волн давления [6] (см. фиг. 6, где показано изменение давления во времени при пульсирующем режиме работы скважины в ее непосредственной окрестности ($r=0.025$) кривая 1 и на некотором удалении ($r=1.0575$) для различных направлений ($\varphi=0, \frac{1}{2}\pi$ и π), кривые 2, 4, 3 соответственно).

Авторы признательны Л. А. Чудову за советы и постоянное внимание к работе.

Поступила 10 V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., «Недра», 1972.
2. Бернадинер М. Г., Енгов В. М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М., «Наука», 1975.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
4. Бернадинер М. Г., Енгов В. М., Турецкая Ф. Д. Численное решение стационарных задач нелинейной фильтрации. М., 1974 (ИПМ АН СССР. Препринт № 39).
5. Ляшко А. Д., Карчевский М. М. О решении некоторых нелинейных задач теории фильтрации. Изв. вузов. Математика, 1975, № 6.
6. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследование пластов и скважин при упругом режиме фильтрации. М., «Недра», 1964.