

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С АКУСТИЧЕСКИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

С. А. ГАПОНОВ

(Новосибирск)

Исследуется развитие возмущений в пограничном слое, наведенных внешним звуковым полем. Задача рассматривается в линейной постановке. Показано, что колебания внутри сверхзвукового пограничного слоя могут превышать интенсивность внешних возмущений в несколько раз. Восприимчивость пограничного слоя к акустическим возмущениям повышается с ростом числа Маха. Охлаждение поверхности ведет к небольшому понижению интенсивности колебаний продольной скорости в слое. Рассмотрено влияние параметров звуковой волны: частоты и фазовой скорости на развитие возмущений.

Самые первые исследования структуры течения в пограничном слое несжимаемой жидкости [1] показали, что она в сильной степени связана с внешними возмущениями. В случае несжимаемой жидкости внешние возмущения в основном представляют собой систему вихрей, движущихся со скоростью потока. Теоретические исследования линейного взаимодействия вихревых возмущений с ламинарным пограничным слоем несжимаемой жидкости были проведены в [2].

В сверхзвуковом потоке возмущения содержат акустическую составляющую. В аэродинамических сверхзвуковых трубах доля акустических возмущений оказывается преобладающей. Источниками таких возмущений являются турбулентные пограничные слои сопла и стенок рабочей части трубы [3]. Акустические возмущения могут повлиять на структуру течения в исследуемом пограничном слое. В результате такого влияния положение точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный зависит от уровня внешнего звукового поля [4]. Первые теоретические исследования по линейному взаимодействию акустических возмущений с ламинарным пограничным слоем были проведены Мэком (см. [5]). Оказалось, что в результате взаимодействия в пограничном слое могут возникать колебательные движения с интенсивностью, превышающей внешние возмущения в несколько раз.

1. Рассмотрим, как и в [5], линейное взаимодействие внешних возмущений с пограничным слоем. Как и в теории устойчивости, для описания распределения амплитуд возмущений в пограничном слое можно воспользоваться системой уравнений Дана — Ливия [6]

$$\begin{aligned}
 \rho [i\alpha(U-c)f + U'\alpha\phi] + i\alpha\pi/\kappa M^2 &= (\mu/R)f'' \\
 \rho i\alpha(U-c)\phi + \pi'/\kappa M^2 &= (\mu/R)\phi'' \\
 i\alpha(U-c)r + \rho'\alpha\phi + \rho(i\alpha f + \alpha\phi') &= 0 \\
 \rho [i\alpha(U-c)\theta + T'\alpha\phi] + (\kappa-1)(i\alpha f + \alpha\phi) &= (\kappa\mu/\sigma R)\theta'' \\
 \pi/P &= r/\rho + \theta/T
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Здесь  $U$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $P$  — стационарные распределения продольной скорости, температуры, плотности, вязкости, давления ( $P$  постоянно);  $f$ ,  $\alpha\phi$ ,  $\pi$ ,  $r$ ,  $\theta$  — амплитуды возмущений продольной и нормальной скоростей, давления, плотности и температуры;  $\kappa$ ,  $\sigma$ ,  $R$  — показатель адиабаты, число Прандтля, число Рейнольдса;  $\alpha$ ,  $c$  — параметры волны возмущения: волновое число, фазовая скорость распространения возмущения. Система (1.1) записана в безразмерном виде. В качестве характерных размерных вели-

чин приняты параметры потока на внешней границе пограничного слоя и его толщина  $\delta$ . Штрих в уравнениях (1.1) обозначает дифференцирование по нормальной координате  $y$ .

Таким образом, рассматриваются двумерные возмущения вида  $q(y) \exp[i\alpha(x-ct)]$ , где  $x$  — продольная координата,  $t$  — время.

В случае непроницаемой твердой поверхности из высокотемпературопроводного материала решение системы (1.1) должно удовлетворять следующим условиям на стенке, а также быть ограниченным на бесконечности

$$(1.2) \quad f(0) = \varphi(0) = \vartheta(0) = 0, \quad f(\infty), \varphi(\infty), \vartheta(\infty) < B$$

Здесь  $B$  — некоторая постоянная.

2. Из теории устойчивости известно [6], что при  $\alpha R \gg 1$  хорошим приближением к решению задачи (1.1), (1.2) является решение соответствующей невязкой задачи. В целом интегрирование (численное) уравнений устойчивости без учета вязкости не менее сложно, чем с ее учетом. Однако такое пренебрежение вязкостью полезно для анализа характерных особенностей поведения возмущений как внутри пограничного слоя, так и вне его. В этом случае амплитуда возмущений давления удовлетворяет дифференциальному уравнению второго порядка [7] с условиями на поверхности и в бесконечности соответственно

$$(2.1) \quad \pi'' - [2U'/(U-c) - T'/T] \pi' = \alpha^2 [1 - M^2(U-c)^2/T] \pi \\ \pi'(0) = 0, \pi_\infty < B$$

Вне пограничного слоя  $U=T=\rho=1$ , поэтому  $\pi$  удовлетворяет дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами, решением которого является выражение

$$(2.2) \quad \pi = C_1 \exp(\lambda y) + C_2 \exp(-\lambda y), \quad \lambda = \alpha \sqrt{1 - M^2(1-c)^2}$$

Если выполняется неравенство

$$(2.3) \quad 1 + M^{-1} > c > 1 - M^{-1}$$

то  $\lambda$  действительно и в силу условия на бесконечности следует принять  $C_1=0$ . Легко видеть, что первое условие (2.1) при фиксированном  $c$  выполняется не при любых значениях  $\alpha$ . Таким образом, для  $c$ , удовлетворяющего (2.3), спектр по  $\alpha$  дискретен. Условие (2.3) означает, что фазовая скорость распространения возмущений дозвуковая относительно внешнего течения (дозвуковые возмущения). Широко известная теория устойчивости сверхзвукового пограничного слоя [6, 8] исследует этот случай.

Если выполняется неравенство

$$(2.4) \quad c > 1 + M^{-1}, \quad c < 1 - M^{-1}$$

то  $\lambda$  чисто мнимое и оба решения из суммы (2.2) удовлетворяют условию ограниченности на бесконечности. Очевидно, что в этом случае первое условие из (2.1) может быть выполнено при любых значениях  $\alpha$ . Поэтому спектр возмущений, удовлетворяющий условию (2.4), непрерывный. При этом для заданных значений  $\alpha$  и  $c$  определяется отношение  $C_1/C_2$ . Условия (2.4) означают, что фазовая скорость распространения возмущений относительно основного потока сверхзвуковая (сверхзвуковые возмущения).

Из (2.3) и (2.4) легко видеть, что область частот  $\omega_1 = \alpha c$ , соответствующая дискретному спектру, с увеличением  $M$  уменьшается, а область непрерывного спектра расширяется, заполняя все пространство плоскости  $(\omega_1, \alpha)$ .

Проблеме дискретного спектра посвящено много работ. Результаты многих из них обсуждаются в [8, 5].

В силу того что непрерывный спектр нейтральный, он не может привести к росту возмущений в обычном смысле. Поэтому долгое время ему не уделялось большого внимания. В настоящее время обсуждается другая возможность усиления возмущений [2, 5]. Взаимодействуя с пограничным слоем, внешние возмущения порождают колебания внутри слоя, интенсивность которых зависит от свойств пограничного слоя (например, от толщины пограничного слоя). Так как толщина пограничного слоя растет в направлении потока, можно ожидать изменения возмущений в продольном направлении.

Относительно частных решений, образующих общее решение (2.2), можно сказать следующее. Одно из них представляет собой звуковую волну, падающую на пограничный слой, а второе — отраженную. Интенсивность отраженной волны определяется из первого условия (2.1). Работа основного потока может привести к тому, что коэффициент отражения будет превышать единицу. Вопрос об отражении звуковых волн от движущихся со сверхзвуковой скоростью сред рассматривался в [9]. Там же даны примеры, когда коэффициенты отражения были равны бесконечности.

Учет вязкости во внешней части пограничного слоя не приводит к большим изменениям в характере поведения общего решения  $\lambda$ . С учетом вязкости при  $y \gg \delta$  решениями системы (1.1) являются шесть функций  $\varphi_i = A_i \exp(\lambda_i y)$ , где

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm \alpha \sqrt{1 - M^2(1-c)^2} + O(1/R) & \lambda_{3,4} &= \pm \sqrt{i\alpha R(1-c)^2} + O(1) \\ \lambda_{5,6} &= \pm \sqrt{i\alpha R\sigma(1-c)} + O(1) \end{aligned}$$

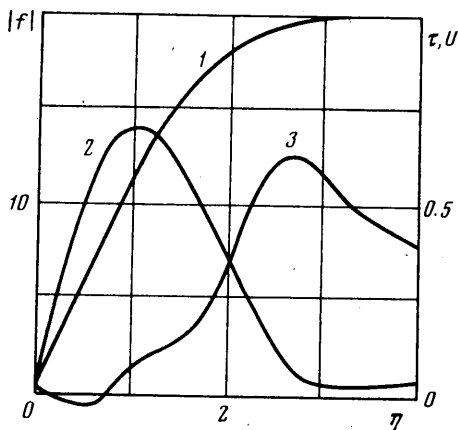
(Выражения для  $\lambda_i$  при более общих условиях можно найти в [10].) Из условия ограниченности решений следует, что  $A_3 = A_5 = 0$ . С другой стороны, решения  $\varphi_4$  и  $\varphi_6$  быстро затухают и общее решение при  $y \gg \delta$  будет определяться суммой  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  (при выполнении условия (2.4)). Отсюда следует выражение для общего решения, аналогичное (2.2).

Построение общего решения системы (1.1) состоит в следующем. На внешней границе пограничного слоя находят аналитически четыре частных решения ( $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_4, \varphi_6$ ). Внутри пограничного слоя они продолжаются путем численного интегрирования системы (1.1). Комбинация из четырех решений всегда дает возможность удовлетворить условиям (1.2). При этом решение определяется с точностью до произвольного постоянного множителя, который зависит от уровня внешних возмущений.

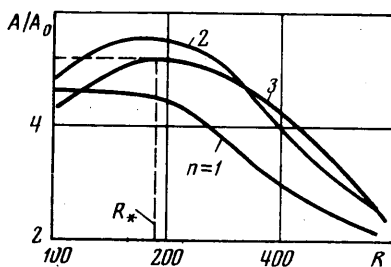
Прежде чем обсудить результаты расчетов, следует отметить, что построенная модель описания возмущений полезна прежде всего при наличии внешнего звукового поля, излучаемого источниками, расположенными не слишком далеко от исследуемого пограничного слоя. Действительно, точные выражения для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  показывают, что одно из них содержит малую положительную реальную часть, а второе — отрицательную. Из условий ограниченности следовало бы исключить из рассмотрения одно из частных решений — либо  $\varphi_1$ , либо  $\varphi_2$ . Таким образом, нужно использовать для построения общего решения три, а не четыре частных решения, как было описано выше. Линейная комбинация трех решений удовлетворяет условиям (1.2) не при всех значениях  $\alpha$ . Поэтому необходимо формулировать задачу на собственные значения. В действительности затухание или возрастание решений  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  с ростом  $y$  слабое. Излучаемые турбулентным слоем рабочей части трубы звуковые возмущения достига-

ют исследуемого пограничного слоя и отражаются. Таким образом, во внешней части пограничного слоя присутствуют возмущения, связанные как с решением  $\varphi_1$ , так и с решением  $\varphi_2$ .

3. Исследование взаимодействия внешних акустических возмущений с ламинарным пограничным слоем было проведено для газа со свойствами



Фиг. 1



Фиг. 2

$\rho\mu=1$ ,  $\sigma=1$ ,  $\kappa=1.4$ . Характерная толщина пограничного слоя принималась равной

$$\delta = \sqrt{2(\nu_\infty/U_\infty)} \bar{X}$$

Здесь  $X$  — расстояние от передней кромки пластины;  $\nu_\infty$ ,  $U_\infty$  — размерные кинематическая вязкость и скорость потока во внешней части пограничного слоя. Интенсивность возмущений продольной скорости падающей волны принималась равной  $A_0$ . Результаты, представленные на фиг. 1–4, получены для пограничного слоя при нулевом стационарном тепловом потоке через пластину. Расчеты проводились при фиксированном значении безразмерной частоты  $\omega = \alpha c/R$ .

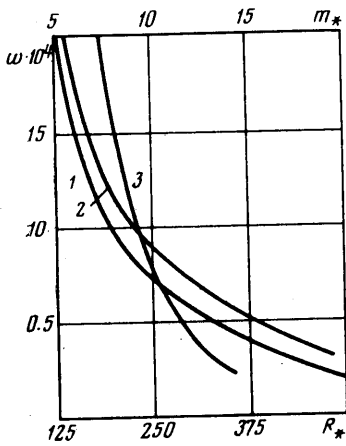
На фиг. 1 ( $M=2.0$ ) показано распределение осредненной скорости  $U$  (линия 1), среднеквадратичного значения амплитуды возмущений  $f$  (ли-

ния 2) и реинольдсовых напряжений  $\tau$  (линия 3) в координатах  $\eta = \int_0^y \rho dy$ .

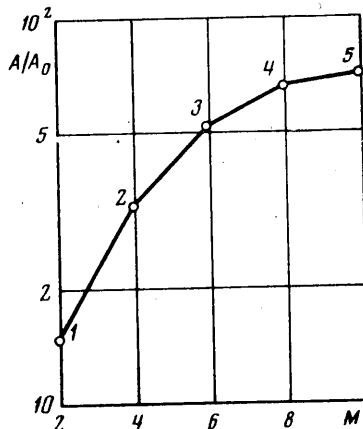
Результаты получены при  $R=760$ ,  $c=0.25$ ,  $\omega=10^{-5}$ . Максимальное значение амплитуды  $|f|_{\max} = A/A_0$  расположено вблизи значения  $U=0.5$ . Таким образом, максимальное значение продольной скорости не совпадает с критическим слоем, что имеет место в обычной теории устойчивости. Видно большое усиление внешних возмущений продольной скорости внутри пограничного слоя. Максимальное значение реинольдсовых напряжений расположено ближе к критическому слою, но оно много меньше абсолютных значений  $\tau$  вблизи границы пограничного слоя.

Изменение максимальной интенсивности возмущений продольной скорости в зависимости от числа Рейнольдса для фиксированной частоты  $\omega$  представлено на фиг. 2 ( $M=2.0$ ,  $c=0.125n$ ,  $\omega=10^{-4}$ ). Увеличение числа Рейнольдса сначала приводит к повышению  $A/A_0$ . При некотором  $R=R_*$  достигается максимум значения  $(A/A_0)_*$ . На фиг. 3 ( $M=2.0$ ,  $c=0.4$ ) линия 1 характеризует положение  $(A/A_0)_*$  в зависимости от частоты. Кривые 2, 3 характеризуют соответственно положение максимальной интен-

сивности колебаний массового расхода  $m_*$  и ее величину. На фиг. 4 ( $\omega = 10^5$ ,  $R=760$ ) приведена зависимость величины  $A/A_0$  от числа Маха. В рассчитанных случаях 1–5 значения  $c=0.25, 0.375, 0.417, 0.438, 0.675$  со-



Фиг. 3

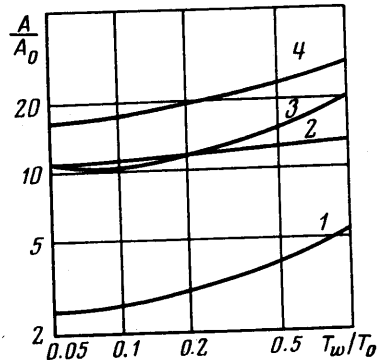


Фиг. 4

ответственно. Вблизи этих значений  $c$  достигаются наибольшие величины  $A/A_0$ . Таким образом, зависимость, представленная на фиг. 4, отражает максимально возможное усиление возмущений продольной скорости для заданной частоты и числа Рейнольдса. Видно, что восприимчивость пограничного слоя к внешним возмущениям с ростом  $M$  увеличивается. Однако заметно некоторое насыщение, характеризуемое тем, что в области высоких чисел Маха максимально возможное усиление возмущений продольной скорости слабо зависит от  $M$ .

Результаты исследований по влиянию охлаждения пластины на интенсивность колебаний внутри пограничного слоя ( $M=4.0$ ,  $\omega=10^{-5}$ ,  $c=0.375$ ) отражены на фиг. 5 ( $T_0$  — температура торможения,  $T_w$  — температура поверхности, кривые 1–4 соответствуют значениям  $R=225, 500, 2560, 1140$ ). Прежде всего следует заметить, что охлаждение поверхности понижает интенсивность колебаний продольной скорости. Вместе с тем приведенные результаты указывают на то, что даже очень глубокое охлаждение не может подавить возникающих колебаний внутри пограничного слоя. В первую очередь это относится к случаям высоких чисел Рейнольдса.

Многочисленные расчеты показали, что коэффициенты отражения звуковых волн, распространяющихся в направлении потока (двумерные возмущения), как правило, меньше единицы. В некоторых расчетах были получены условия полного поглощения внешних возмущений пограничным слоем (коэффициенты отражения равны нулю). Но в этих случаях внутри пограничного слоя наблюдаются интенсивные колебания параметров потока.



Фиг. 5

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Schubauer G. B., Skramstad H. K.* Laminar boundary-layer oscillations and stability of laminar flow. *J. Aeronaut. Sci.*, 1947, vol. 14, No. 2.
  2. *Rogler H. L., Reshotko E.* Disturbances in a boundary layer introduced by a flow intensity array of vortices. *SIAM J. Appl. Math.*, 1957, vol. 2, No. 2.
  3. *Markovin M. V.* On transition experiments at moderate supersonic speeds. *J. Aeronaut. Sci.*, 1957, vol. 24, No. 7.
  4. *Pate S. R., Schueler C. J.* Radiated aerodynamic noise effects on boundary-layer transition in supersonic and hypersonic wind tunnels. *AIAA Journal*, 1969, vol. 7, No. 3.
  5. *Mack L. M.* On the application of linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition. *AIAA Journal*, 1975, vol. 13, No. 3.
  6. *Линь Цзя-цзяо.* Теория гидродинамической устойчивости. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
  7. *Lees L., Reshotko E.* Stability of the compressible laminar boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 1962, vol. 12, pt 4.
  8. *Betchov R., Criminale W. O.* Stability of parallel flows. New York — London, Acad. Press, 1967.
  9. *Ribner H. S.* Reflection, transmission and amplification of sound by a moving medium. *J. Acoust. Soc. America*, 1957, vol. 29, No. 4.
  10. *Mack L. M.* Computation of the stability of the laminar compressible boundary layer. *Methods in Computat. Phys.*, vol. 4, New York.
-