На фиг. 4 приведены результаты расчета относительного расхода отсасываемого газа

$$G^\circ = G_w\sqrt{\mathrm{Re}_H}/G, \qquad G=\rho_\infty u_\infty H$$

$$G_w = \int\limits_0^x \rho_w v_w\, dx, \qquad \mathrm{Re}_H = \rho_\infty u_\infty H/\mu_\infty$$

где G_w — расход отсасываемого газа, G — расход газа через струйку тока, в которой происходит торможение потока. Величина G° зависит от x, т. е. от значения относительной скорости U, до которого требуется обеспечить безотрывное торможение. Расчеты проводились при $M_\infty=2$, двух значениях $\alpha=0$ (кривые *1, 3, 5*) и $\alpha=30°$ (кривые *2, 4, 6*) и различных условиях на обтекаемой поверхности: $g'(0)=0$ (кривые *1, 2*), $g_w=0.5$ (кривые *3, 4*), $g_w=0.1$ (кривые *5, 6*). Охлаждение стенки приводит к существенному снижению, а наличие скоса набегающего потока — к некоторому возрастанию относительного расхода отсасываемого газа, необходимого для осуществления безотрывного торможения. Последнее обстоятельство связано с возрастанием толщины пограничного слоя при наличии скоса потока из-за увеличения эффективности длины, на которой происходит нарастание пограничного слоя.

Поступила 3 I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
2. *Дорренс У. Х.* Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
3. *Фокс, Сэленд.* Автомодельные решения уравнений ламинарного пограничного слоя, учитывающие отрыв. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 4.
4. *Ингер, Гаитацез.* Сверхзвуковое ламинарное обтекание плоских и осесимметричных тел при наличии интенсивного вдува. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 3.
5. *Сычев В. В.* Об отсосе пограничного слоя, предотвращающем его отрыв. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 4.
6. *Белянин Н. М., Шальман Е. Ю.* Ламинарный пограничный слой в закрученном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.
7. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.

УДК 532.542

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ И ПЛОТНОСТИ ГАЗА В ПОДЪЕМНЫХ ТРУБАХ ГАЗОВЫХ И ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СКВАЖИН

П. Т. ИВАНОВ, Т. Ф. ИВАНОВ

(Ивано-Франковск)

При эксплуатации глубоких газовых и газоконденсатных скважин разница между давлением на забое и в устье скважины во многих случаях на порядок выше, чем разница между забойным и пластовым давлением, а также между давлением в устье скважины и на входе в групповой пункт сбора газа. Поэтому важной является точная оценка забойного давления в работающей или остановленной глубокой скважине, особенно при ее пакерной эксплуатации.

Падение давления в подъемных трубах обусловлено в основном гидравлическими потерями на трение и весом столба газа. Для решения ряда вопросов необходимо знать вклад каждого из этих факторов в общую потерю давления в подъемных трубах скважины.

При решении задач по предотвращению гидратообразования и коррозионно-эрозионного разрушения труб нужно знать распределение осредненной по сечению подъемных труб скорости движения газа от забоя до устья действующей скважины. Для этого требуется решение задачи о распределении плотности газа в подъемных трубах.

Известные приближенные формулы для оценки квадрата забойного давления газовых скважин [1, 2] указанным выше требованиям не удовлетворяют. Формулы [3] содержат логарифмические функции и применимы в основном при линейной аппроксимации плотности газа для оценки забойного давления.

В данной работе обосновывается несложный метод решения уравнения установившегося движения газа в вертикальных и наклонных трубах с точностью, достаточной для решения указанных выше прикладных задач. Преимущество метода состоит также в том, что он может быть обобщен на случай подъема газожидкостной смеси из забоя скважины.

1. Систему основных уравнений одномерного установившегося течения газа по трубе круглого сечения при отсутствии источников и стоков запишем в виде

$$dp - \gamma \sin\alpha\, dx - \frac{8\lambda g M^2}{\pi^2 D^5 \gamma} dx + \frac{16 g M^2}{\pi^2 D^4 \gamma^2} d\gamma = 0, \qquad \gamma = g\rho \approx \rho^* p (29.27Tz)^{-1} \tag{1.1}$$

Здесь ось x совпадает с осью трубы и направлена против потока газа $x=0$ в устье скважины, $x=H$ на забое, p — давление, α — угол между осью трубы и горизонталью, ρ — плотность газа, g — ускорение силы тяжести, T — температура, z — коэффициент сверхсжимаемости газа, D — внутренний диаметр трубы, $M=\text{const}$ — массовый расход газа, λ — коэффициент гидравлического сопротивления, ρ^* — относительная плотность газа по воздуху при нормальных условиях.

Необходимо определить давление p на забое и его распределение по колонне подъемных труб. Давление в устье скважины известно и равно p_0.

Распределение температуры по колонне подъемных труб, как показывает опыт, с достаточной точностью определяется формулой

$$T(x) = T_0 + (T_* - T_0) H^{-1} x \tag{1.2}$$

Здесь T_* — температура на забое (принимается известной постоянной), H — глубина забоя, T_0 — температура в устье скважины.

В действующей скважине температура T_0 измеряется термометром. В остановленной скважине она принимается равной постоянной температуре (не зависящей от времени года на глубине ~ 10 *м*). На средних широтах в остановленной скважине $T_0 \simeq 280°$ K.

Коэффициент сверхсжимаемости z является сложной функцией температуры и давления и определяется для заданных T, p и ρ^* из таблиц или графиков, приведенных, например в [2, 4].

Величина γ газа с заданной ρ^* при заданных температурах и давлении находится из таблиц или графиков, а при отсутствии таковых — из второго уравнения (1.1).

При установившемся дебите величина γ является непрерывной функцией координаты x и ее зависимость от x можно выразить полиномом

$$\gamma/\gamma_0 = 1 + \sum_{n=1} a_n x^n \tag{1.3}$$

Здесь $\gamma_0 = \gamma(0) > 0$, a_n — неизвестные постоянные.

Очевидно, что в виде многочлена можно представить и величину, обратную γ/γ_0

$$\gamma_0/\gamma = 1 + \sum_{n=1} b_n x^n \tag{1.4}$$

Здесь каждый коэффициент b_n зависит от совокупности коэффициентов a_n и наоборот.

Подставляя (1.3) и (1.4) в первое уравнение (1.1), нетрудно формально проинтегрировать это уравнение и получить

$$p - p_0 = \left(x + \sum_{n=1} \frac{a_n}{n+1} x^{n+1} \right) \gamma_0 \sin\alpha + \frac{8\lambda g M^2}{\pi^2 D^5 \gamma_0} \left(x + \sum_{n=1} \frac{b_n}{n+1} x^{n+1} \right) - \frac{16 g M^2}{\pi^2 D^4 \gamma_0} \sum b_n x^n \tag{1.5}$$

В правой части равенства (1.5) первый член характеризует потерю давления на участке трубы длиной x за счет веса столба газа, второй член определяет потерю давления за счет гидравлического сопротивления. Абсолютная величина третьего члена, как правило, на несколько порядков меньше суммы двух первых и при практических расчетах им можно пренебречь.

При определении потери давления на заданном участке трубы с помощью формального решения (1.5) требуется еще определить коэффициенты a_n и b_n, что можно сделать методом последовательных приближений с использованием таблиц (или графиков) зависимости γ (или z) от давления температуры газа при заданной относительной плотности ρ^*.

Для ориентировочной оценки числа членов в правых частях (1.3) и (1.4), необходимых для решения задачи с нужной точностью, рассмотрим второе уравнение (1.1).

Опыт показывает, что в подъемных трубах эксплуатационных скважин знаменатель Tz дроби в правой части (1.1) и числитель этой дроби p медленно и монотонно возрастают при возрастании глубины x.

Поэтому относительное изменение величины γ при возрастании x должно происходить медленнее, чем возрастание величины Tz или p.

В остановленных газовых скважинах величина γ убывает с глубиной за счет более быстрого относительного увеличения Tz по сравнению с давлением p. Однако в действующих газовых скважинах величина γ медленно возрастает с глубиной (медленнее, чем давление и произведение Tz). Значение величины γ на забое практически никогда не превышает более чем в 2 раза ее значения на устье работающей скважины γ_0. В остановленной скважине значение γ_0 не превышает более чем в 2 раза значения величины γ на ее забое.

Как показало сравнение с опытными данными, при выполнении условий $0.5<\gamma/\gamma_0<2$ для оценки зависимости γ/γ_0 и γ_0/γ от координаты x достаточно ограничиться $n=2$.

В дальнейшем, не нарушая общности, полагаем, что $\sin\alpha=1$. Коэффициенты a_1, a_2, b_1, b_2 в равенствах (1.3), (1.4) определяем методом последовательных приближений. Сначала полагаем, что эти коэффициенты равны нулю и $\gamma\equiv\gamma_0$. Тогда, пренебрегая в (1.5) третьим членом, запишем это решение, отнесенное к $x=0.5\,H$ в виде

$$p_1=p_0=\frac{\gamma_0 H}{2}+\frac{4\lambda g M^2 H}{\pi^2 D^5 \gamma_0},\qquad p_1\simeq p(0.5H) \tag{1.6}$$

Вычислив по формуле (1.2) значение $T=T_1$ при $x=0.5\,H$, найдем в первом приближении значение $\gamma\simeq\gamma_1^*$ при $x=0.5\,H$ с помощью таблиц или второго уравнения (1.1). Зная γ_1^*, определим в первом приближении величины γ/γ_0 и γ_0/γ с помощью равенств

$$\gamma/\gamma_0\simeq1+a_1x,\quad a_1H=2\gamma_1^*/\gamma_0-2,\quad \gamma_0/\gamma\simeq1+b_1x,\quad b_1H=2\gamma_0/\gamma_1^*-2 \tag{1.7}$$

Подставляя полученные значения a_1, b_1 в (1.5) и полагая a_2, b_2 равными нулю, получим во втором приближении

$$p=p_0=x\gamma_0+\frac{x^2}{H}(\gamma_1^*-\gamma_0)+\frac{8\lambda g M^2}{\pi^2 D^5}\left[\frac{x}{\gamma_0}+\frac{x^2}{H}\left(\frac{1}{\gamma_1^*}-\frac{1}{\gamma_0}\right)\right] \tag{1.8}$$

Определив с помощью (1.8) и (1.2) значения p и T, соответственно для $x=0.5\,H$ и $x=H$, с помощью таблиц или графиков можно найти соответствующие значения $\gamma\simeq\simeq\gamma(0.5\,H)$ и $\gamma_2\simeq\gamma(H)$ во втором приближении.

Сравнение с более точными решениями показало, что при выполнении условия $1.7\,\gamma_0>\gamma_2>0.6\,\gamma_0$ формула (1.8) приводит к оценке давления в подъемных трубах с погрешностью до 1%.

Если же точность формулы (1.8) недостаточна, следует определить во втором приближении величины γ/γ_0 и γ_0/γ с помощью равенств (1.9) и (1.10)

$$\gamma/\gamma_0\simeq1+a_1x+a_2x^2,\quad a_1H=4\gamma_1/\gamma_0-\gamma_2/\gamma_0-3,\quad a_2H^2=2+2\gamma_2/\gamma_0-4\gamma_1/\gamma_0 \tag{1.9}$$

$$\gamma_0/\gamma_1\simeq1+b_1x+b_2x^2,\quad b_1H=3+\gamma_0/\gamma_2-4\gamma_0/\gamma_1,\quad b_2H^2=4\gamma_0/\gamma_1-2\gamma_0/\gamma_2-2 \tag{1.10}$$

Подставляя значения a_1, b_1, a_2, b_2 в (1.5), получим в третьем приближении

$$p-p_0=x\gamma_0+\frac{x^2}{H}(2\gamma_1-0.5\gamma_2-1.5)+\frac{2x^3}{3H^2}(\gamma_0+\gamma_2-2\gamma_1)+ \tag{1.11}$$

$$+\frac{8\lambda g M^2}{\pi^2 D^5}\left[\frac{x}{\gamma_0}+\frac{x^2}{H}\left(\frac{1.5}{\gamma_0}+\frac{0.5}{\gamma_2}+\frac{2}{\gamma_1}\right)+\frac{2x^3}{3H^2}\left(\frac{2}{\gamma_1}-\frac{1}{\gamma_2}-\frac{1}{\gamma_0}\right)\right]$$

Уравнение (1.11) позволяет оценить распределение давления в подъемных трубах газовых скважин с достаточной для гидродинамических расчетов точностью практически при любых осуществляемых на практике дебитах газовых скважин любой глубины.

В крайних случаях, когда $\gamma_2 > 2.5\gamma_0$, для повышения точности можно промежуток $[0, H]$ разбить на несколько промежутков $[0, H_1]$, $[H_1, H_2]$,...,$[H_n, H]$ и распределение давления в каждом промежутке определить равенством вида (1.8) с учетом изменения границ промежутков.

2. Если целью исследования является только определение установившегося забойного давления в скважине, то рассмотренный выше метод решения задачи сводится к разновидности метода Рунге — Кутта, применимой при задании правой части уравнения первого порядка в виде таблиц или графиков.

Пренебрегая в первом уравнении (1.1) последним членом, запишем это уравнение в виде

$$\frac{dp}{dx} = A\gamma(p, x) + B\gamma^{-1}(p, x), \qquad A = \sin\alpha, \qquad B = \frac{8\lambda g M^2}{\pi^2 D^5} \tag{2.1}$$

Для определения забойного давления на основе обоснованного выше метода решения задачи сначала проводятся вычисления по формулам

$$p(0.5\,H) \simeq p_0 + 0.5(A\gamma_0 + B\gamma_0^{-1})H, \quad T(0.5\,H) = 0.5(T_* + T_0)$$

Далее по полученным данным из графиков или таблиц определяется $\gamma_1^* \simeq \gamma(0.5\,H)$. Затем выполняется расчет по формулам

$$p(H) \simeq p_0 + (A\gamma_1^* + B\gamma_1^{*-1})H, \qquad T(H) = T_* \tag{2.2}$$

$$p(0.5H) \simeq p_0 + 0.25H[A(\gamma_0 + \gamma_1^*) + B(\gamma_0^{-1} + \gamma_1^{*-1})]T(0.5H) = 0.5(T_* + T_0)$$

По полученным данным из графиков или таблиц определяется $\gamma_1 \simeq \gamma(0.5\,H)$, $\gamma_2 \simeq \simeq \gamma(H)$.

После этого величина $p(H)$ определяется по формуле

$$p(H) = p_0 + \frac{H}{6}[A(\gamma_0 + 4\gamma_1 + \gamma_2) + B(\gamma_0^{-1} + 4\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1})] \tag{2.3}$$

Далее, зная $p(H)$ и $T(H)$, можно найти $\gamma(H)$.

Сравнение с более точными вычислениями и опытными данными показало, что первое равенство (2.2) определяет $p(H)$ с достаточной для практических гидродинамических расчетов точностью, если выполняется неравенство

$$1.7\,\gamma_0 > \gamma_2 > 0.6\,\gamma_0 \tag{2.4}$$

Равенство (2.3) определяет $p(H)$ с достаточной точностью, если

$$2.5\,\gamma_0 > \gamma_2 > 0.4\,\gamma_0 \tag{2.5}$$

Для повышения точности оценки $p(H)$ нужно предварительно разделить интервал $[0, H]$ на несколько меньших интервалов $[0, H_1]$,...,$[H_n, H]$ и для каждого интервала, начиная с $[0, H_1]$, определить $p(H_n)$, а затем и $p(H)$ с помощью формул вида (2.3) с учетом изменения границ промежутков.

3. Исследования [2] показали, что в подъемных трубах эксплуатационных газовых и газоконденсатных скважин, выносящих жидкость по крайней мере при газовом факторе, превышающем 5 000 *н·м*³ газа (отнесенных к нормальным условиям) на 1 *м*³ жидкости, коэффициент гидравлического сопротивления λ в уравнении (1.1) практически не зависит от содержания жидкости в газе, если скорость газового потока достаточна для предотвращения скопления жидкости на забое скважины (средняя по сечению подъемных труб скорость потока не ниже 5 *м/сек* при указанном выше газовом факторе).

В дальнейшем полагаем, что эти условия выполнены. Тогда рассмотренный метод решения задачи о распределении давления в подъемных трубах нетрудно обобщить и на газожидкостный поток.

Принимается, что конденсация или испарение жидкости в подъемных трубах не наблюдается. Жидкость считается несжимаемой.

Масса единицы объема смеси в любом сечении трубы составит

$$\rho_c = f(\gamma)\rho^\circ + (1 - f)\rho \tag{3.1}$$

Здесь ρ_c – плотность смеси, ρ° – плотность жидкости, ρ – плотность газа, $f = f(\gamma)$ — часть единицы объема, занятая жидкостью.

Если бы газ был несжимаемым, то величина f при установившемся расходе была бы по всей высоте подъемных труб одинакова. В силу сжимаемости газа его средняя линейная скорость меняется по высоте труб приблизительно обратно пропорционально плотности, так что $\gamma_0/\gamma = v/v_0$.

Зависимость величины f от γ/γ_0 различна при различных режимах движения смеси.

В общем случае эту зависимость можно выразить многочленом вида

$$f(\gamma)=f_0\sum_{n=0} C_n\frac{\gamma^n}{\gamma_0{}^n}\Big/\sum_{n=0} C_n \tag{3.2}$$

Здесь $f_0=f(\gamma_0)$ — значение доли единицы объема, занятой жидкостью в подъемных трубах, C_n — постоянные (для данного режима).

Если режим течения близок к эмульсионному и жидкость почти равномерно диспергирована по поперечному сечению труб, то уравнение (3.2) при высоком газовом факторе можно привести к виду $f(\gamma)\simeq f_0\gamma/\gamma_0$.

При этом уравнение (3.1) принимает вид

$$\rho_c=f_0\gamma\rho^\circ/\gamma_0+(1-f_0\gamma/\gamma_0)\rho \tag{3.3}$$

Отсюда имеем, учитывая, что $\gamma=g\rho$

$$\gamma_c=\frac{f_0\gamma\gamma^\circ}{\gamma_0}+\left(1-\frac{f_0\gamma}{\gamma_0}\right)\gamma,\qquad \gamma^\circ=g\rho^\circ \tag{3.4}$$

Учитывая малость величины $f_0\gamma\gamma_0^{-1}$ и ограниченное изменение γ по высоте подъемных труб, уравнение (3.4) можно преобразовать к виду

$$\gamma_c\simeq(1+f_0\gamma^\circ/\gamma_0-1)\gamma \tag{3.5}$$

В этом случае удельный вес смеси γ_c отличается от удельного веса газа только постоянным множителем и рассмотренный в п. 1 и 2 метод решения задачи о распределении давления в газовом потоке применим и к газожидкостному потоку.

Поступила 15 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Адамов Г. А.* Движение реальных газов по вертикальным трубам при высоких давлениях. В сб. «Вопросы добычи, транспорта и переработки газов». М.– Л., Гостоптехиздат, 1951.
2. *Катц Д. Л., Корнелл Д., Кобаяши Р., Поэтман Ф. Х., Вари И. А., Еленбаас И. Р., Вейнауг С. Е.* Руководство по добыче, транспорту и переработке природного газа. М., «Недра», 1965.
3. *Иванов Т. Ф., Прокофьева Т. Е.* Определение перепада давления в подъемных трубах газовых скважин за счет потерь на трение и массы столба газа. Газовая пром-сть, 1976, № 3.
4. Инструкция по комплексному исследованию газовых и газоконденсатных скважин. М., «Недра», 1971.

УДК 532.546

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ

П. В. ИНДЕЛЬМАН, Р. М. КАЦ, М. И. ШВИДЛЕР

(Москва)

Анализ физики процесса фильтрации несмешивающихся жидкостей приводит к формированию представления о взаимопроникновении двух жидких потоков, разделенных, вообще говоря, несвязной поверхностью. Характерные пространственные масштабы связной однородной фазы – глобулы – значительно больше масштаба пор, и для этих масштабов можно вводить осредненные фильтрационные характеристики — пористость, среднее давление, скорость фильтрации [1, 2]. Будем также считать, что на этом масштабе имеет смысл говорить о выполнении закона Дарси для однородной жидкости. Естественно, что понятие насыщенности следует вводить как характеристику области, содержащей много глобул, т. е. по отношению к выбранному масштабу насыщенность является макрохарактеристикой.

На границах, разделяющих жидкие фазы, существует скачок давления, определяемый кривизной менисков в порах и межфазным натяжением. Поскольку средняя кривизна менисков зависит от среднего масштаба пор, который в свою очередь определяет проницаемость, будем считать, что на границе раздела фаз существует скачок среднего давления $\sigma\sqrt{mk^{-1}}$ (σ – межфазное натяжение, m – средняя локальная пористость, k — средняя локальная проницаемость).