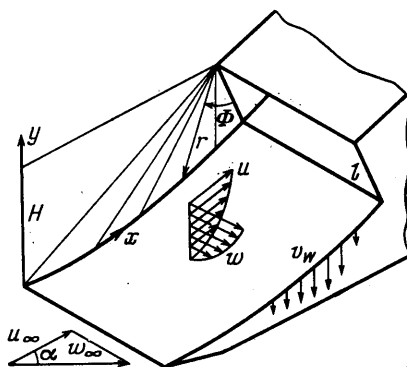


РАСЧЕТ БЕЗОТРЫВНОГО ТОРМОЖЕНИЯ ПОТОКА ПРИ НАЛИЧИИ ОТСОСА

Н. М. БЕЛЯНИН

(Москва)

Для предотвращения отрыва при торможении потока применяются различные методы управления пограничным слоем: отсос или слив пограничного слоя, тангенциальный вдув, охлаждение обтекаемой поверхности. Эффективность того или иного метода управления пограничным слоем в значительной степени зависит от того, насколько дополнительное воздействие на пограничный слой оказывается близким к оптимальному. Поэтому для успешного использования управления пограничным слоем необходимо уметь определять оптимальные распределения параметров отсоса, вдува или охлаждения. Течение в сжимаемом ламинарном пограничном слое при наличии вдува и отсоса исследовалось различными аналитическими и численными методами, как для автомодельных, так и для неавтомодельных случаев [1-4]. Однако все исследования выполнялись в предположении, что распределения параметров вдува или отсоса заданы. Лишь в работе [5] рассмотрена задача о нахождении отсоса, устраняющего процесс создания отрицательной завихренности на стенке. Такая постановка приводит к необходимости отсоса во всей области торможения внешнего потока. Более рационально отсос осуществлять лишь в той области торможения внешнего потока, где напряжение трения оказывается меньше некоторой малой положительной величины. В такой постановке задача об определении параметров отсоса, обеспечивающего безотрывное течение в ламинарном пограничном слое, рассматривается в настоящей работе.



Фиг. 1

1. Рассмотрим торможение потока сжимаемого газа при обтекании некоторой цилиндрической поверхности, причем угол между направлением вектора скорости невозмущенного потока и нормалью к передней кромке (угол скоса α) может отличаться от нуля. Координату x будем отсчитывать вдоль направляющей от передней кромки, координату y — по нормали к поверхности, а координату z направим вдоль образующей цилиндрической поверхности (фиг. 1). Пусть u, v, w — соответствующие составляющие вектора скорости, ρ — плотность, μ — коэффициент вязкости, h^* — полная энтальпия, Pr — число Прандтля. Индексом 1 обозначим параметры внешнего потока, индексом w — параметры на обтекаемой поверхности, индексом ∞ — параметры невозмущенного потока. Если ввести независимые переменные [6]

$$\xi = \int_0^x \rho_1 \mu_1 u_1 dx, \quad \eta = \frac{\rho_1 \mu_1 u_1}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \frac{dy}{\mu}$$

то при постоянном значении числа Прандтля уравнения пространственного ламинарного пограничного слоя в рассматриваемом случае имеют вид

$$(1.1) \quad f'' + Vf' + \beta N \left(\frac{\rho_1}{\rho} - f^2 \right) = 2\xi \left(Nf \frac{\partial f}{\partial \xi} - f' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)$$

$$(1.2) \quad \varphi'' + V\varphi' = 2\xi \left(Nf \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \varphi' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)$$

$$(1.3) \quad g'' + Pr Vg' - 2(1-Pr)(Uff' + W\varphi\varphi')' = 2\xi Pr \left(Nf \frac{\partial g}{\partial \xi} - g' \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)$$

$$f(\xi, \eta) = u/u_1, \quad \varphi(\xi, \eta) = w/w_1, \quad g(\xi, \eta) = h^*/h_1^*$$

$$N = \frac{\rho\mu}{\rho_1\mu_1}, \quad U = \frac{u_1^2}{2h_1^*}, \quad W = \frac{w_1^2}{2h_1^*}, \quad \beta = \frac{2\xi}{u_1} \frac{du_1}{d\xi}$$

$$F = \int_0^{\eta} fN d\eta, \quad V = F - \frac{\rho_{\infty} u_{\infty}}{\rho_1 \mu_1 u_1} \sqrt{2\xi} V_w, \quad V_w = \frac{\rho_w v_w}{\rho_{\infty} u_{\infty}}$$

Здесь штрихом обозначено дифференцирование по переменной η .

При $v_w=0$ уравнения (1.1)–(1.3) совпадают с уравнениями пограничного слоя на непроницаемой поверхности [6]. Граничные условия записываются следующим образом:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} f(\xi, 0) = \varphi(\xi, 0) = 0, \quad g(\xi, 0) = g_w \quad (\text{или } g'(\xi, 0) = 0) \\ f(\xi, \infty) = \varphi(\xi, \infty) = g(\xi, \infty) = 1 \end{aligned}$$

Начальные значения $f(0, \eta)$, $\varphi(0, \eta)$, $g(0, \eta)$ должны быть найдены из решения автомодельных уравнений в начальном сечении.

На начальном участке течения пограничный слой формируется под воздействием положительного градиента давления во внешнем потоке, однако пока величина напряжения трения на стенке значительна отсос не нужен ($v_w=0$). При приближении к точке отрыва напряжение трения резко уменьшается и для предотвращения отрыва нужно отсасывать часть заторможенного газа. На этом участке $v_w \neq 0$ и величина V_w должна определяться из некоторого дополнительного условия. В качестве такого дополнительного условия целесообразно использовать соотношение

$$(1.5) \quad c_f \sqrt{\text{Re}} = c_0, \quad c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_1 u_1^2}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_1 u_1 x}{\mu_1}$$

Здесь c_f — местный коэффициент продольной составляющей напряжения трения, c_0 — некоторая малая постоянная величина. При заданных параметрах внешнего течения и заданной температуре стенки (или отсутствии теплового потока) коэффициент трения зависит лишь от интенсивности отсоса, и условие (1.5) определяет необходимое количество отсасываемого газа, т. е. значение функции $V_w(\xi)$.

Для решения уравнений пограничного слоя (1.1)–(1.3) с граничными условиями (1.4) может быть применен численный конечно-разностный метод с использованием процесса итераций для учета нелинейных членов [6], причем на каждом шаге по ξ необходимо дополнительно решать уравнение (1.5) для определения интенсивности отсоса, потребного для обеспечения безотрывного течения. Процедура решения уравнения (1.5) состоит в следующем. При определении параметров пограничного слоя в i -м сечении приближенно вычисляется величина $V_{w,i}$ на основании линейной экстраполяции с использованием найденных значений $V_{w,i-1}$ и $V_{w,i-2}$ в предыдущих двух сечениях. После того как для данного значения $V_{w,i}$ процесс итераций сошелся (среднее различие в профилях скоростей и энгалпий для двух последовательных итераций оказывалось меньше 10^{-5}), вычислялась величина $c_f \sqrt{\text{Re}}$. Если эта величина отличалась от c_0 больше чем на 10^{-5} , то методом касательных находилось новое значение $V_{w,i}$ и процесс итераций повторялся.

2. В качестве примера рассмотрим торможение сверхзвукового потока около цилиндрической поверхности, направляющая которой является линией тока плоского течения Прандтля — Майера (фиг. 1). Скорость невозмущенного потока расположена в касательной к поверхности торможения плоскости, проходящей через переднюю кромку (угол атаки равен нулю). В этом случае уравнение обтекаемой поверхности имеет вид [7]

$$r = \left[\cos \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \Phi \right) \right]^{-(k+1)/(k-1)}$$

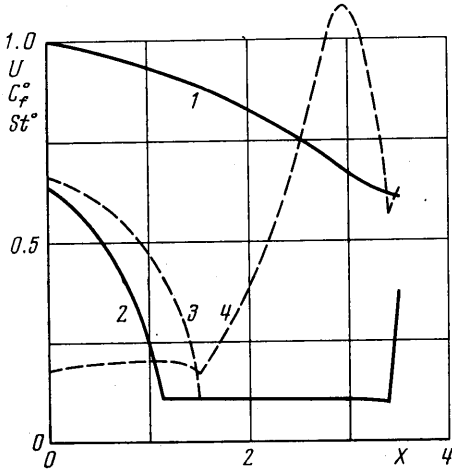
где r — величина радиус-вектора, проведенного из кромки обечайки, Φ — угол между радиус-вектором и характеристикой, соответствующей $M_1=1$, k — отношение удельных теплоемкостей. Коэффициент продольной составляющей скорости λ_1 будет равен

$$\lambda_1 = \sqrt{1 + \frac{2}{k-1} \sin^2 \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \Phi \right)}$$

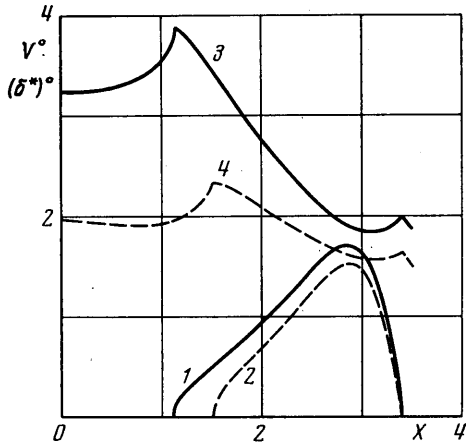
Расчеты проводились для совершенного газа при $k=1.4$, $\text{Pr}=0.7$. Для зависимости вязкости от температуры использовалась формула Сатерленда.

Методические расчеты, выполненные при различных значениях минимального напряжения трения (при различных значениях постоянной c_0), показали, что относительный расход отсасываемого газа слабо зависит от величины c_0 (при $c_0=0.1 \div 0.25$). Поэтому во всех дальнейших расчетах принималось значение $c_0=0.1$.

На фиг. 2 приведены распределения относительной скорости внешнего потока U (кривая 1), безразмерного напряжения трения c_f° (кривые 2, 3) и безразмерного теплового потока St° (кривая 4) при $M_\infty=2, \alpha=0$, а на фиг. 3 — значения интенсивности отсоса V_w° (кривые 1, 2) и безразмерной толщины вытеснения $(\delta^*)^\circ$ (кривые 3, 4). Кривые 2 (фиг. 2) и 1, 3 (фиг. 3) соответствуют обтеканию теплоизолиро-



Фиг. 2



Фиг. 3

ванной поверхности ($g'(0)=0$), а кривые 3, 4 (фиг. 2) и 2, 4 (фиг. 3) — обтеканию охлаждаемой поверхности ($g_w=0.5$). Здесь

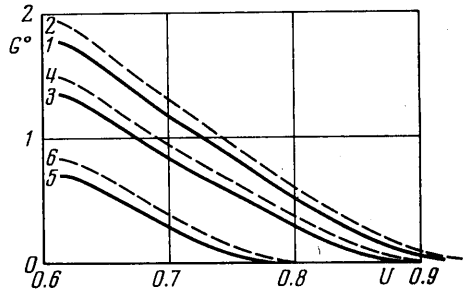
$$U = u_1/u_\infty, \quad X = x/l, \quad c_f^\circ = 2\tau_w \sqrt{\text{Re}_\infty} / \rho_\infty u_\infty^2$$

$$(\delta^*)^\circ = \delta^* \sqrt{\text{Re}_\infty} / x, \quad St^\circ = q_w \sqrt{\text{Re}_\infty} / \rho_\infty u_\infty h_\infty^*$$

$$V_w^\circ = \rho_w v_w \sqrt{\text{Re}_l} / \rho_\infty u_\infty, \quad \delta^* = \int_0^\infty (1 - \rho u / \rho_1 u_1) dy$$

$$\text{Re}_\infty = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty, \quad \text{Re}_l = \rho_\infty u_\infty l / \mu_\infty$$

На начальном участке торможения отсос отсутствует, толщина вытеснения нарастает быстрее, чем на плоской пластине, коэффициент трения резко уменьшается. Профили скорости становятся менее наполненными. Профили энтальпии и тепловой поток изменяются слабо. По мере роста x интенсивность отсоса становится отличной от нуля и постепенно увеличивается, что связано с возрастанием градиента скорости внешнего потока. Коэффициент трения сохраняется почти постоянным. Толщина вытеснения существенно уменьшается. Профили скорости изменяются незначительно. Профили энтальпии становятся более наполненными и наблюдается соответствующий рост теплового потока. На последующем участке, где градиент скорости внешнего потока начинает уменьшаться, необходимая интенсивность отсоса снижается. Происходит небольшое возрастание толщины вытеснения и резкое уменьшение теплового потока из-за деформации профилей энтальпии. По мере уменьшения градиента скорости внешнего потока параметры пограничного слоя приближаются к соответствующим значениям на плоской пластине. Охлаждение обтекаемой поверхности приводит к некоторому сокращению области распределенного отсоса и к уменьшению его интенсивности.



Фиг. 4

На фиг. 4 приведены результаты расчета относительного расхода отсасываемого газа

$$G^{\circ} = G_w \sqrt{\text{Re}_H} / G, \quad G = \rho_{\infty} u_{\infty} H$$

$$G_w = \int_0^x \rho_w v_w dx, \quad \text{Re}_H = \rho_{\infty} u_{\infty} H / \mu_{\infty}$$

где G_w — расход отсасываемого газа, G — расход газа через струйку тока, в которой происходит торможение потока. Величина G° зависит от x , т. е. от значения относительной скорости U , до которого требуется обеспечить безотрывное торможение. Расчеты проводились при $M_{\infty} = 2$, двух значениях $\alpha = 0$ (кривые 1, 3, 5) и $\alpha = 30^{\circ}$ (кривые 2, 4, 6) и различных условиях на обтекаемой поверхности: $g'(0) = 0$ (кривые 1, 2), $g_w = 0.5$ (кривые 3, 4), $g_w = 0.1$ (кривые 5, 6). Охлаждение стенки приводит к существенному снижению, а наличие скаса набегающего потока — к некоторому возрастанию относительного расхода отсасываемого газа, необходимого для осуществления безотрывного торможения. Последнее обстоятельство связано с возрастанием толщины пограничного слоя при наличии скаса потока из-за увеличения эффективности длины, на которой происходит нарастание пограничного слоя.

Поступила 3 I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
2. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
3. Фокс, Сэлэнд. Автомодельные решения уравнений ламинарного пограничного слоя, учитывающие отрыв. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 4.
4. Ингер, Гаугацез. Сверхзвуковое ламинарное обтекание плоских и осесимметричных тел при наличии интенсивного вдува. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 3.
5. Сычев В. В. Об отсосе пограничного слоя, предотвращающем его отрыв. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 4.
6. Белянин Н. М., Шальман Е. Ю. Ламинарный пограничный слой в закрученном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 1.
7. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.

УДК 532.542

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ И ПЛОТНОСТИ ГАЗА В ПОДЪЕМНЫХ ТРУБАХ ГАЗОВЫХ И ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ СКВАЖИН

П. Т. ИВАНОВ, Т. Ф. ИВАНОВ

(Ивано-Франковск)

При эксплуатации глубоких газовых и газоконденсатных скважин разница между давлением на забое и в устье скважины во многих случаях на порядок выше, чем разница между забойным и пластовым давлением, а также между давлением в устье скважины и на входе в групповой пункт сбора газа. Поэтому важной является точная оценка забойного давления в работающей или остановленной глубокой скважине, особенно при ее пакерной эксплуатации.

Падение давления в подъемных трубах обусловлено в основном гидравлическими потерями на трение и весом столба газа. Для решения ряда вопросов необходимо знать вклад каждого из этих факторов в общую потерю давления в подъемных трубах скважины.

При решении задач по предотвращению гидратообразования и коррозионно-эрозийного разрушения труб нужно знать распределение осредненной по сечению подъемных труб скорости движения газа от забоя до устья действующей скважины. Для этого требуется решение задачи о распределении плотности газа в подъемных трубах.

Известные приближенные формулы для оценки квадрата забойного давления газовых скважин [1, 2] указанным выше требованиям не удовлетворяют. Формулы [3] содержат логарифмические функции и применимы в основном при линейной аппроксимации плотности газа для оценки забойного давления.