

$$L_{13}=L_{21}=L_{23}=L_{31}=0$$

$$k_1=k_{10}, \quad k_2=k_{20}-Ak_{10}, \quad k_3=k_{30}, \quad A=E_{12}t$$

$$m^2=k_{10}^2+k_{20}^2, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{k_{20}}{m} - \operatorname{arctg} \frac{k_2}{m}$$

Звездочка сверху обозначает комплексно-сопряженное число.

На фиг. 1 и 2 приведены результаты расчетов изменения безразмерных компонент тензора $R_{ij}=K_{ij}E_{12}/u_0^2$ по безразмерному времени $A=E_{12}t$, если при $t=0$ турбулентность была изотропной

$$\Phi_{ij}(k_0) = E_0(k_0) (k_0^2 \delta_{ij} - k_{0i} k_{0j}) / 4\pi k_0^4$$

$$u_0^2 = \frac{2}{3} \int_0^\infty E_0(x) dx$$

где E_0 — спектральная функция, δ_{ij} — символ Кронекера, u_0^2 — средний квадрат проекции вектора пульсационной скорости в момент времени $t=0$ на какое-либо направление. Кривые 1–4 соответствуют данным для $-R_{11}$, $-R_{12}$, R_{33} и R_{22} .

Результат при этом не зависит от функционального вида $E_0(k_0)$.

Полученные точные результаты для идеализированного турбулентного течения с поперечным сдвигом качественно согласуются с полуэмпирическими предположениями относительно учета возможного отклонения главных осей тензора коэффициентов диффузии от осей X_i при турбулентной диффузии в атмосфере ([²], стр. 581).

Поступила 15 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Зимонт В. Л., Сабельников В. А. О турбулентной диффузии в среде, подвергающейся действию однородной деформации. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 6.
2. Монин А. С., Яглом А. М. «Статистическая гидромеханика». Ч. 1. М., «Наука», 1965.
3. Бэтчелор Дж. Теория однородной турбулентности. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
4. Сабельников В. А. Некоторые линейные задачи теории деформации однородной турбулентности. Тр. ЦАГИ, 1975, вып. 1702.
5. Сабельников В. А. О поведении однородной турбулентности в магнитном поле при однородной деформации среды. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.

УДК 532.517.013.4

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РЭЛЕЯ К ЗАДАЧЕ ГЕНЕРАЦИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН НА ГЛУБОКОЙ ВОДЕ ВЕТРОМ

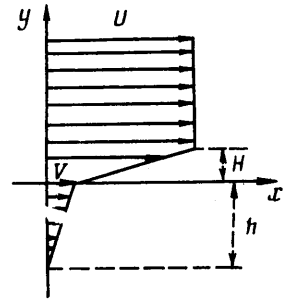
ЧАН ВАН ЧАН

(Москва)

Проблема генерации поверхностных волн на глубокой воде рассматривается как задача о гидродинамической устойчивости поверхности раздела двух фаз: воздуха и воды. Проблема была сформулирована Кельвином в 1871 г., который, рассмотрев неустойчивость однородного невязкого потока воздуха над поверхностью воды, получил критическую скорость, равную 640 см/сек. В [¹] вода рассматрена как вязкая, тяжелая жидкость, взаимодействие ветра с водой — как заданное поле касательных напряжений. Показано, что неустойчивость имеет место при всех скоростях ветра. В настоящей работе к задаче о генерации волн применяется метод Рэля [²]. При этом профиль скорости в жидкости и газе берется в виде трехзвенной ломаной. Результаты вычислений хорошо согласуются с экспериментом [³].

Введем декартову систему координат так, что ось y направлена вверх, ось x — вдоль невозмущенной поверхности раздела по направлению ветра. Параметры, относящиеся к газу отмечаются индексом 1, к воде — индексом 2. Пусть вода занимает часть $y \leq 0$. Под действием ветра, дующего над ней, слой воды, прилегающий к по-

верхности, приходит в движение. Задачу об устойчивости поверхности раздела между ветром и водой решаем методом Рэлея, представив профиль скорости $W(y)$ ($-\infty < y < +\infty$) в виде ломаной (фиг. 1). Воздух и вода считаются идеальными. Представим функцию тока возмущенного движения в виде $\Phi_m = \varphi_m(y) \exp(ikx + int)$, где $m=1, 2$, k вещественное, а $i = \nu - 1$, $n = n_r + in_i$. Для невязкой устойчивости необходимо $n_i = 0$. Задача определения Φ_m сводится к уравнению Рэлея и условию непрерывности давления на поверхности разрыва



Фиг. 1

$$(1) \quad \left(\frac{n}{k} + W \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y^2} - k^2 \varphi_m \right) - \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \varphi_m = 0$$

$$(2) \quad \left(\frac{n}{k} + W \right) \left[\frac{\partial \varphi_m}{\partial y} \right] - \left[\frac{\partial W}{\partial y} \right] \varphi_m = 0$$

Кроме того, нужно потребовать затухания возмущений при больших $|y|$, т. е. $\varphi_m \rightarrow 0$ при $y \rightarrow \pm\infty$ и условие равенства вертикальных составляющих скоростей на поверхности разрыва $[\varphi_m] = 0$ ($[a]$ означает скачок величины a на последней). В рассматриваемом случае имеются три поверхности разрыва: $y=H$, $y=-h$, $y=0$, причем последняя является еще поверхностью разрыва плотностей. Из (1) и двух последних условий имеем

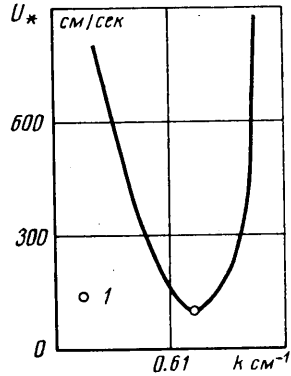
$$\varphi_1 = A \exp(-k|y-H|) + B \exp(-ky) \quad (y \geq 0)$$

$$\varphi_2 = C \exp(-k|y+h|) + D \exp(ky) \quad (y \leq 0)$$

Здесь A, B, C, D — константы. Отсюда легко получить величины $W, \varphi_m, [\partial W/\partial y], [\partial \varphi_m/\partial y]$ на плоскостях разрыва $y=H$ и $y=-h$. Подставим эти величины в (2), получим

$$(3) \quad 2AH(n+kU) - (A+B \exp(-kH))(U-V) = 0$$

$$(4) \quad 2Chn + (C+D \exp(-kh))V = 0$$



Фиг. 2

Пусть η — возмущенная поверхность раздела. Представим ее в виде $\eta = E \exp(ikx + int)$, где E — константа. Тогда кинематическое условие дает уравнения

$$(5) \quad -k(A \exp(-kH) + B) = (n+kV)E = k(C \exp(-kh) + D)$$

Из уравнения Эйлера для возмущений, представив возмущение давления в виде $p_m' = g_m(y) \exp(ikx + int)$, получим

$$(6) \quad g_1 = -\rho_1 \left[\left(\frac{n}{k} + V \right) (kA \exp(-kH) - kB) - (A \exp(-kH) + B) \frac{U-V}{H} \right]$$

$$g_2 = -\rho_2 \left[\left(\frac{n}{k} + V \right) (kD - kC \exp(-kh)) - \frac{V}{h} (C \exp(-kh) + D) \right]$$

Подставим p_1', p_2' в условие равновесия сил давления, тяжести, поверхностного натяжения на границе раздела

$$P_0 + p_1' - \rho_1 g \eta = P_0 + p_2' - \rho_2 g \eta + T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

Здесь P_0 — статическое давление на воде, g — ускорение силы тяжести, T — коэффициент поверхностного натяжения. Получим

$$(7) \quad \rho_2 \left[\left(\frac{n}{k} + V \right) (kD - kC \exp(-kh)) - \frac{V}{h} (D + C \exp(-kh)) \right] -$$

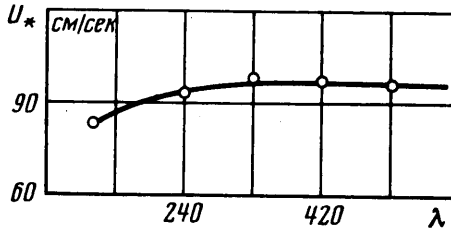
$$- \rho_1 \left[\left(\frac{n}{k} + V \right) (kA \exp(-kH) - kB) - \frac{U-V}{H} (A \exp(-kH) + B) \right] = -Tk^2 E + (\rho_1 - \rho_2) g E$$

Итак, получено пять уравнений ((3), (4), (5), (7)) относительно пяти неизвестных (A, B, C, D, E). Для существования ненулевых решений этой системы, необходимо приравнять нулю ее определитель. Это дает характеристическое уравнение

$$(8) \quad a_0 n^4 + a_1 n^3 + a_2 n^2 + a_3 n + a_4 = 0$$

В выражениях для a_i входят величины $U, V, H, h, k, \rho_1, \rho_2, T$, причем U — скорость ветра, V — скорость газа на контактной поверхности, H — толщина слоя, в котором скорость газа меняется по высоте, h — толщина слоя воды, вовлекаемого в движение ветром, ρ_1, ρ_2 — плотности газа и воды. Для получения зависимости величин H, h, V от ρ_1, ρ_2, U нужно учитывать вязкости воздуха ν_1 и воды ν_2 . Из величин ν_1, ν_2, U можно получить величину размерности длины $L = \nu_1 / U$.

Тогда согласно теории размерности должно быть $H = \lambda L, V = \delta U$, где λ, δ — функции от ν_1 / ν_2 . Если H известна, то h определится из равенства касательных напря-



Фиг. 3

жений на поверхности раздела: $\mu_1(U-V)/H = \mu_2 V/h$. Отсюда $h = \delta \mu_2 H / (\mu_1(1-\delta))$.

Из работ [4, 5] получим $\delta \approx 0.02$, и тогда для каждого выбранного значения λ коэффициенты уравнения (8) зависят только от U, k, ρ_1, ρ_2, T . Задавшись значениями этих величин, можно найти корни этого уравнения. При фиксированном k критической скоростью U_* считаем значение U , начиная с которого уравнение (8) имеет хотя бы одну пару сопряженных комплексных корней.

Вычисление корней уравнения (8) проводится для разных значений U, k при $T = 74$ н/см, $\rho_1 = 0.0012$ г/см, $\rho_2 = 1$ г/см.

На фиг. 2 приведена зависимость U_* от k при $\lambda = 500$. Видно, что минимум $U_* \approx 100$ см/сек достигается при $k = 0.71$ см⁻¹, при этом скорость воли равна 27.8 см/сек. Это значение очень хорошо согласуется с измеренным в [3] (точка 1 на фиг. 2).

U , см/сек	$h, \text{см}^{-1} = 0.31$		0.41		0.51		0.61		0.71	
	n_r	n_i	n_r	n_i	n_r	n_i	n_r	n_i	n_r	n_i
600	—	—	18.2	4.3	23.2	6.0	29.0	6.2	35.0	3.8
650	14	1.4	18.4	4.8	23.4	6.4	29.0	6.8	35.3	4.6
700	14.1	2.3	18.5	5.2	23.5	6.9	29.2	7.1	35.6	5.3
750	14.1	2.8	18.6	5.7	23.7	7.3	29.4	7.7	35.8	6.0
800	14.1	3.4	18.6	6.1	23.8	7.8	29.6	8.2	36.0	6.6
850	14.2	3.7	18.8	6.4	24.0	8.1	29.7	8.7	36.2	7.2
900	14.24	4.1	18.8	6.9	24.0	8.5	30.0	9.1	36.4	7.7
950	14.2	4.65	18.8	7.2	24.0	9.0	30.0	9.6	36.5	8.4

На фиг. 3 дана зависимость U_* от λ . Получено, что по мере увеличения λ критическое волновое число k уменьшается, а при увеличении скорости ветра, как видно из таблицы, скорость распространения и нарастания волн растет. Слабая зависимость U_* от λ в большом диапазоне λ указывает, что значение критической скорости мало зависит от толщины пограничного слоя в ветре. Хорошее согласование численных результатов с измерениями указывает на важность учета градиента скорости в потоке газа и дрейфовом течении в воде (наряду с другими механизмами энергии от ветра к волнам [6-8]). Отметим также, что в предельном случае, когда $\lambda \rightarrow 0, \delta \rightarrow 1$, рассматриваемая здесь модель переходит в известную модель Кельвина [2].

В заключение автор благодарит Г. И. Петрова за ценные указания, В. Я. Шкадова и С. Я. Герценштейна за внимание к этой работе.

Поступила 23 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Шкадов В. Я. К образованию волн на поверхности вязкой тяжелой жидкости под действием касательного напряжения. Изв. АН СССР, МЖТ, 1970, № 3.
2. Рэлей. Теория звука, т. 1, М., Гостехиздат, 1955.
3. Jeffreys H. On the formation of water waves by wind. Proc. Roy. Soc. London, 1925, vol. 107, No. 742.
4. Lock R. C. The velocity distribution in the laminar boundary layer between parallel streams. Quart. J. Med. Appl. Math., 1951, vol. 4, pt 1.
5. Gupta A. K., Landahl M. T., Mollo Christensen E. L. Experimental and theoretical investigation of the stability of air flow over a water surface. J. Fluid. Mech., 1968, vol. 33, pt 4.
6. Майлс Д. В. Генерация поверхностных волн потоками с градиентом скорости. В сб. «Гидродинамическая неустойчивость». М., «Мир», 1964.
7. Phillips O. M. On the generation of waves by turbulent wind. J. Fluid. Mech., 1957, vol. 2, pt 5.
8. Stewaet R. W. Mechanics of the air-sea interface. Phys. Fluids, 1967, vol. 10, No. 9, pt 2.

УДК 532.525.2:534.24

ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ НА ДИСКРЕТНУЮ СОСТАВЛЯЮЩУЮ В СПЕКТРЕ ШУМА СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕРАСЧЕТНОЙ СТРУИ

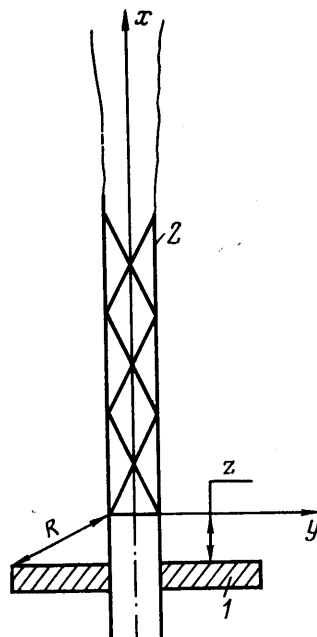
А. Н. АНТОНОВ, С. П. ШАЛАЕВ, М. Я. ЮДЕЛОВИЧ

(Москва)

Проведено экспериментальное исследование дискретной составляющей в спектре шума осесимметричной нерасчетной струи, вытекающей из звукового или сверхзвукового сопла в затопленное пространство. Рассмотрено влияние диаметра отражателя, помещенного у среза сопла, на уровни, частоту и фазовую картину дискретной составляющей. Дискретная составляющая в спектре шумов струй изучалась в работах [1-7].

1. В настоящей работе, являющейся продолжением работ [2, 3, 7], эксперименты проводились на конических соплах диаметром $d_a=3-30$ мм и углом полураствора $\theta=0-10^\circ$. Расчетные значения числа Маха составляли $M_a=1-3$, диапазон нерасчетностей $n=r_a/r_H=0.1-16$. Здесь r_a и r_H — давления на срезе сопла и в затопленном пространстве. Внешняя поверхность ресивера и сопла покрывалась поролоном. Для отражения акустических волн использовались металлические дисковые щитки 1 с внешним диаметром $D_1=12-120$ мм и внутренним $D_2=10-30$ мм, перемещаемым вдоль оси струи 2 (фиг. 1). Щитки одевались на сопло и устанавливались перпендикулярно оси струи, при этом внутренний диаметр D_2 щитка равнялся внешнему диаметру сопла. Эксперимент проводился с неподогретым воздухом ($T_0 \approx 300^\circ \text{K}$). В струе на ее оси измерялись полные давления p_0' , акустическое поле струи исследовалось с помощью аппаратуры фирмы «Брюль и Кьер». При исследовании фазовой картины использовались два датчика, сигнал от которых подавался на двухлучевой осциллограф. Разность фаз акустических колебаний определялась по фигурам Лисажу.

Рассмотрим влияние относительного размера отражателя $r^0=(R-z)/\lambda^*$ на уровень и частоту дискретного тона струи (фиг. 1, 2). Здесь z — расстояние от среза сопла до поверхности щитка, который перемещается от среза сопла в направлении против потока, R — расстояние от среза сопла до края щитка, λ^* — длина волны дискретной составляющей. Система координат выбрана следующим образом: ось x совпадает с осью струи и направлена по потоку, ось y перпендикулярна оси x , начало координат совпадает со срезом сопла.



Фиг. 1