

ТЕЧЕНИЕ ГАЗА В КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ВДУВА ГАЗА ИЛИ ГОРЮЧЕЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ С ЕГО СТЕНОК

И. И. ВИГДОРОВИЧ

(Москва)

Рассматривается распределенный вдув газа или горючей газовой смеси со стенок плоского и осесимметричного канала в поток текущего по каналу инертного газа. Эта задача решается с применением моделей идеальной несжимаемой жидкости и идеального совершенного газа для описания движения во вдуваемом газе и набегающем потоке. Без учета поперечных градиентов давления в приближении уравнений «тонкого слоя» получены интегральные уравнения для давления в канале, которые в случае вдува без тепловыделения решены аналитически методами операционного исчисления, а в случае горения вдуваемой смеси решаются численно. Это позволяет найти соответствующую форму контактной поверхности, отделяющей область вдува от набегающего потока, положение фронта пламени и распределение газодинамических параметров. Оказывается, что при учете сжимаемости газа набегающего потока либо вдуваемого газа течение может существовать лишь на конечном участке канала.

В большинстве работ по вдуву газов и горючих газовых смесей в спутные потоки, в которых применялась модель невязкого течения, поперечные градиенты давления в слое вдува не учитывались и в качестве исходной системы уравнений использовались уравнения тонкого слоя. В [1, 2] применялся метод интегральных соотношений, позволивший при некоторых дополнительных предположениях свести задачи о вдуве жидкости и газа в гиперзвуковой поток с поверхности клина и конуса к решению обыкновенных дифференциальных уравнений. В [3-5] рассматривалось вдувание жидкости и газа в сверхзвуковой поток с поверхности плоской пластины и система уравнений тонкого слоя интегрировалась численно. В [6] задача о вдуве жидкости с поверхности клина, обтекаемого гиперзвуковым потоком, сведена к решению интегрального уравнения для контактной поверхности, а в [7] этот метод распространен на случаи вдува совершенного газа и наличия тепловыделения в области вдува. Отметим также работу [8], в которой рассмотрено течение вдуваемой со стенки канала жидкости при отсутствии набегающего потока. Результаты эксперимента по распределенному вдуву воздуха со стенки плоского канала в набегающий воздушный поток в условиях, когда воздух можно считать несжимаемым, приведены в работе [9].

1. Постановка задачи. Рассмотрим распределенный вдув газа или горючей газовой смеси со стенок плоского или круглого цилиндрического канала в поток текущего по каналу инертного газа. Систему координат введем так, чтобы ось x была направлена по оси симметрии канала. В случае плоского течения воспользуемся декартовой, а при осесимметричном течении цилиндрической системой координат. Как в [1-7], предположим, что вдув газа достаточно сильный, так что пограничный слой оттесняется от стенок канала и явления вязкости сказываются только в отделяющем область вдува от набегающего потока относительно тонком контактном слое, который можно заменить поверхностью контактного разрыва. Поэтому для описания движения, как в области вдува, так и в потоке инертного газа используем две модели — модель идеальной несжимаемой жидкости и модель идеального совершенного газа.

Будем рассматривать такой механизм горения [7, 10], при котором горючая смесь сгорает мгновенно в бесконечно тонком фронте пламени, начинающемся на стенке. Абсолютную величину нормальной скорости вдува зададим по произвольному закону $V_w v_w(x)$, где V_w — характерная нормальная скорость вдуваемого газа. Наряду с нормальным будем рассматривать также наклонный вдув газа, такой, что составляющая скорости вдува, направленная параллельно оси симметрии канала, U_w постоянна и много больше V_w .

Предположим, что наклон линий тока во всей области течения — малая величина порядка ε . В области течения инертного газа безразмерные переменные, имеющие порядок единицы, введем по формулам

$$\begin{aligned} u &= U_\infty u', & v &= \varepsilon U_\infty v', & p &= P_\infty + \rho_\infty U_\infty^2 p', \\ \rho &= \rho_\infty \rho', & x &= RX/\varepsilon, & y &= RY \end{aligned}$$

Здесь U_∞ , P_∞ , ρ_∞ — скорость, давление и плотность в невозмущенном потоке инертного газа, $2R$ — ширина плоского или диаметр круглого цилиндрического канала. В области вдува безразмерные переменные порядка единицы введем следующим образом:

$$\begin{aligned} u &= V_w u'/\varepsilon, & v &= V_w v', & p &= P_\infty + \rho_0 (V_w/\varepsilon)^2 p' \\ \rho &= \rho_0 \rho', & x &= RX/\varepsilon, & y &= RY \end{aligned}$$

Здесь ρ_0 — характерная плотность вдуваемого газа.

Из сравнения двух выражений для безразмерного давления, поскольку оно имеет порядок единицы, получим, что за величину ε можно принять $\sqrt{\rho_0/\rho_\infty} V_w/U_\infty$.

Для описания течения газов в канале воспользуемся приближенной системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{u'^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p'}{\partial X} &= 0, & \frac{\partial p'}{\partial Y} &= 0, & \frac{\partial Y}{\partial X} &= \frac{v'}{u'} \\ \frac{\partial Y}{\partial \Psi} &= (Y^{\nu-1} \rho' u')^{-1}, & \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} + p' \right) / \rho'^{\gamma'} \right] &= 0 \\ \frac{\partial \Psi}{\partial X} &= -Y^{\nu-1} \rho' v', & \frac{\partial \Psi}{\partial Y} &= Y^{\nu-1} \rho' u' \end{aligned}$$

Величина ν принимает значения 1 для плоского и 2 для осесимметричного течения. Эти уравнения тонкого слоя в переменных Мизеса получены в [8, 10] в нулевом приближении относительно ε^2 .

2. Течение инертного газа. Интегрирование приведенных выше уравнений дает следующие выражения для координаты Y контактной поверхности через давление в канале для случаев течения несжимаемого и сжимаемого инертного газа соответственно [8]

$$(2.1) \quad [Y_1(t)]^\nu = (1+2t)^{-\nu/2}, \quad t = (P_\infty - p) / (\rho_\infty U_\infty^2)$$

$$(2.2) \quad [Y_2(t)]^\nu = (1 - \gamma_1 M_\infty^2 t)^{-\nu/\gamma_1} \left[1 + 2 \frac{1 - (1 - \gamma_1 M_\infty^2 t)^{1-1/\gamma_1}}{M_\infty^2 (\gamma_1 - 1)} \right]^{-1/2}$$

Здесь γ_1 — отношение теплоемкостей, M_∞ — число Маха невозмущенного потока инертного газа; далее ограничимся случаем дозвукового набегающего потока.

3. Вдвух несжимаемой жидкости. Рассмотрим вдвух несжимаемой жидкости без учета тепловыделения в области вдвух, считая инертный газ набегающего потока как несжимаемым, так и сжимаемым. При вдвух несжимаемой жидкости интегрирование уравнений тонкого слоя дает следующее выражение для ординаты контактной поверхности [6]:

$$(3.1) \quad [Y(X)]^\nu = 1 - 2^{\nu-1} \int_0^X \frac{v_w(\xi) d\xi}{\sqrt{l^2 + 2t(X) - 2t(\xi)}}, \quad l^2 = \frac{\rho_0 U_w^2}{\rho_\infty U_\infty^2}$$

Будем рассматривать такой наклонный вдвух, при котором скорость вдвух составляет малый угол с направлением набегающего потока, так что величина l имеет порядок единицы. Из (2.1), (2.2), (3.1) для функции $z(t)$ получим следующие интегральные уравнения для случаев течения несжимаемого и сжимаемого инертного газа:

$$(3.2) \quad \int_0^t z'(\tau) (l^2 + 2t - 2\tau)^{-1/2} d\tau = f_i(t), \quad z(X) = \int_0^X v_w(\xi) d\xi$$

$$f_i(t) = 2^{i-\nu} \{1 - [Y_i(t)]^\nu\}, \quad i=1, 2$$

Если вдвух нормальный ($l=0$), (3.2) превращается в известное уравнение Абея и его решение записывается в виде

$$(3.3) \quad z(t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^t f_i(\tau) (t-\tau)^{-1/2} d\tau, \quad i=1, 2$$

В частности, для несжимаемого газа набегающего потока, проведя в (3.3) интегрирование, получим

$$z(t) = 2^{2-\nu} / \pi (\sqrt{2t} - \arctg \sqrt{2t})$$

При наклонном вдвухе, когда $l \neq 0$, уравнение (3.2) интегрированием по частям преобразуем к виду

$$z(t) = l f_i(t) + l \int_0^t (l^2 + 2t - 2\tau)^{-1/2} z(\tau) d\tau$$

Это есть уравнение Вольтерра второго рода. Его решение, как известно, можно представить в виде

$$z(t) = l f_i(t) + l \int_0^t G(t-\tau) f_i(\tau) d\tau$$

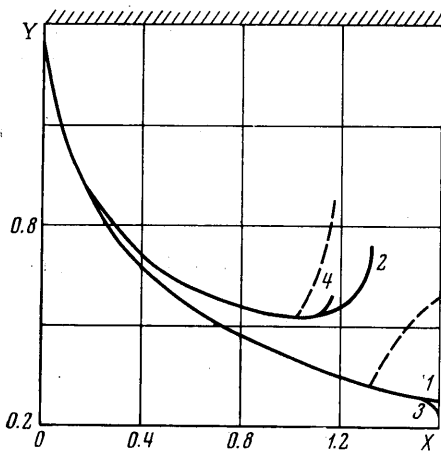
$$(3.4) \quad G(t) = l(l^2 + 2t)^{-1/2} + l \int_0^t (l^2 + 2\tau)^{-1/2} G(t-\tau) d\tau$$

Решение уравнения (3.4) операционными методами дает следующее выражение для резольвенты $G(t)$:

$$G(t) = \frac{2t}{\pi l^2} \int_0^\infty \arctg \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{l\sqrt{r/2}} \exp(\xi^2) d\xi \right) \exp(-rt) dr$$

Когда инертный газ сжимаемый, производная $z'(t)$, как видно из (3.2) и (2.2), обращается в нуль при некотором значении $t < (\gamma_1 M_\infty^2)^{-1}$. Таким образом, в рамках данной постановки при учете сжимаемости газа набегающего потока течение может существовать лишь на конечном участке канала.

Формы контактных поверхностей при плоском течении и нормальном равномерном вдуве показаны на фиг. 1. Кривая 1 соответствует случаю несжимаемого набегающего потока, кривая 2 — сжимаемого при $M_\infty = 0.25$. На фиг. 2 даны графики распределения коэффициента давления $c_p = 2(p - P_\infty) / (\rho_\infty U_\infty^2)$ по длине канала при течении несжимаемого (кривая 1) и сжимаемого при $M_\infty = 0.25$ (кривая 2) инертного газа. На фиг. 3 вместе с теоретической кривой нанесены значения измеренной в эксперименте толщины слоя вдува, заимствованные из [9]. В этой работе изложены результаты экспериментального исследования вдувания воздуха со стенки плоского канала в текущий по каналу воздушный поток. Эксперимент проводился в условиях, когда воздух можно считать несжимаемым при одинаковых плотностях вдуваемого газа и газа набегающего потока. Значениям отношения V_w / U_∞ 0.008, 0.012, 0.0176, 0.024, 0.036, 0.053 соответствуют точки 1–6 на фиг. 3. Как видно из приведенного графика, теория дает несколько завышенные значения толщины слоя вдува по сравнению с измеренными в эксперименте. Однако экспериментальные точки на фиг. 3 лежат вблизи одной кривой, что подтверждает правильность выбора переменных подобия.



Фиг. 1

В заключение этого пункта рассмотрим течение в расширяющемся или сужающемся плоском либо коническом канале при вдуве несжимаемой жидкости с его стенок. Пусть в этом случае φ есть малый, порядка ϵ , угол, который составляет верхняя стенка при плоском течении или образующая конуса при осесимметричном течении с осью x . Когда направление скорости вдува перпендикулярно к оси x и вдув равномерный ($v_w(x) \equiv 1$), получим следующее уравнение для функции $X(t)$:

$$[1 + \theta X(t)]^\nu = \frac{\sqrt{2}}{2\theta} \int_0^t \frac{d[(1 + \theta X(\tau))^\nu]}{\sqrt{t - \tau}} + [Y_i(t)]^\nu, \quad \theta = \frac{\text{tg } \varphi}{\epsilon}$$

Операционными методами можно получить решение этого уравнения в виде

$$[1 + \theta X(t)]^\nu = \frac{2}{\pi} \int_0^t \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} (t - \tau)^{-1/2} - \theta [Y_i(t - \tau)]^\nu \right\} \times \\ \times \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \tau^{-1/2} + \theta \exp\left(\frac{2\theta^2 \tau}{\pi}\right) \text{erfc}\left(-\theta \sqrt{\frac{2\tau}{\pi}}\right) \right] d\tau$$

Когда набегающий поток отсутствует, то из этого выражения получим решение, данное в [8].

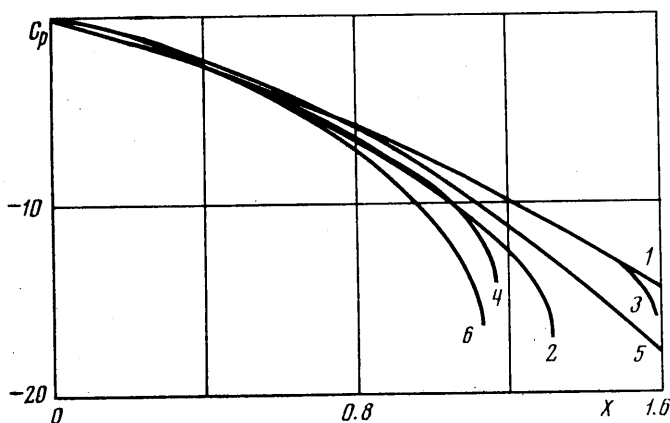
4. Вдув совершенного газа. Рассмотрим теперь вдувание совершенного газа, считая газ набегающего потока как сжимаемым, так и несжимаемым. Плотность вдуваемого газа зададим из условия постоянной температуры стенки, а за характерную плотность ρ_0 примем плотность газа на стенке канала при $x=0$. Интегрирование уравнений тонкого слоя в этом случае дает следующее выражение для контактной поверхности [7]:

$$[Y(X)]^\nu = 1 - 2^{\nu-1} \left[\frac{(\gamma_2 - 1) \rho_\infty U_\infty^2}{2\gamma_2 P_\infty} \right]^{1/2} \left[\frac{p(X)}{P_\infty} \right]^{-1/\gamma_2} \times \\ \times \int_0^X \frac{[p(\xi)/P_\infty]^{1/2 + 1/(2\gamma_2)} v_w(\xi) d\xi}{\{ [p(\xi)/P_\infty]^{1-1/\gamma_2} - [p(X)/P_\infty]^{1-1/\gamma_2} \}^{1/2}}$$

Здесь γ_2 — отношение теплоемкостей вдуваемого газа. Вводя новую переменную $\omega = 1 - (p/P_\infty)^{1-1/\gamma_2}$, для функции $z(\omega)$ будем иметь уравнение

$$(4.1) \quad \int_0^\omega \frac{z'(\omega') (1-\omega')^{1/2 + 1/(\gamma_2-1)} d\omega'}{(\omega - \omega')^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\gamma_2 P_\infty}{(\gamma_2 - 1) \rho_\infty U_\infty^2}} (1-\omega)^{1/(\gamma_2-1)} g_1(\omega)$$

$$(4.2) \quad g_1(\omega) = 2^{\nu-1} - 2^{\nu-1} \left[1 + \frac{2P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2} (1 - (1-\omega)^{\gamma_2/(\gamma_2-1)}) \right]^{-1/2}$$



Фиг. 2

$$(4.3) \quad g_2(\omega) = 2^{\nu-1} - 2^{\nu-1} (1-\omega)^{-\gamma_2/(\gamma_1\gamma_2-\gamma_1)} \left\{ 1 + \frac{2}{(\gamma_1-1)M_\infty^2} \times \right. \\ \left. \times [1 - (1-\omega)^{\gamma_2(\gamma_1-1)/(\gamma_1\gamma_2-\gamma_1)}] \right\}^{-1/2}$$

Формулы (4.2) и (4.3) соответствуют случаям несжимаемого и сжимаемого инертного газа.

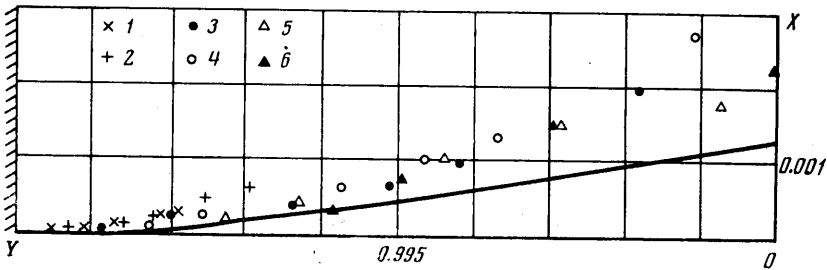
Уравнения (4.1) снова являются уравнениями Абеля и их решения имеют вид

$$z(\omega) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\gamma_2 P_\infty}{(\gamma_2 - 1)\rho_\infty U_\infty^2}} \times \\ \times \int_0^\omega (1-\xi)^{-1/2-1/(\gamma_2-1)} \left\{ \int_0^\xi \frac{d[(1-\omega')^{1/2-1/(\gamma_2-1)} g_i(\omega')]}{\sqrt{\omega-\omega'}} \right\} d\xi = \\ = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\gamma_2 P_\infty}{(\gamma_2 - 1)\rho_\infty U_\infty^2}} \int_0^\omega g_i(\omega') \left[\frac{(1-\omega)^{1/2-1/(\gamma_2-1)}}{(1-\omega')(\omega-\omega')^{1/2}} - \right. \\ \left. - \frac{2(\omega-\omega')^{1/2}}{(\gamma_2-1)(1-\omega')^{1/2}} F\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma_2-1}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{\omega-\omega'}{1-\omega'}\right) \right] d\omega'$$

В последнем выражении, полученном из первого переменной порядка интегрирования, $F(a, b; c; z)$ — гипергеометрическая функция Гаусса.

При задании $g_i(\omega)$ формулами (4.2) и (4.3) производная $z'(\omega)$, как видно из (4.1), должна обратиться в нуль при некотором значении ω из интервала $(0, 1)$. Таким образом, при учете сжимаемости вдуваемого газа течение может существовать лишь на конечном участке канала.

На фиг. 1 показаны рассчитанные для значений $\gamma_1 = \gamma_2 = 1.4$, $M_\infty = 0.25$, $P_\infty / (\rho_\infty U_\infty^2) = 10.7$ разделяющие линии тока при плоском течении и нор-



Фиг. 3

мальном равномерном вдуве. Кривой 3 соответствует случай несжимаемого набегающего потока, кривой 4 — сжимаемого, пунктиром обозначены звуковые линии в области вдува. Как видно из графика, кривая 3 на фиг. 1 отличается от кривой 1, а кривая 4 от кривой 2 лишь на небольших участках течения, лежащих за звуковыми линиями, где существенно сказываются эффекты сжимаемости. Графики распределения коэффициента давления c_p по длине канала при указанных выше значениях параметров даны на фиг. 2 для случая течения несжимаемого инертного газа (кривая 3) и сжимаемого (кривая 4). Таким образом, как показано на фиг. 1 и 2, учет сжимаемости вдуваемого газа вносит различия в форму контактной поверхности и распределение давления в канале лишь в небольшой области течения.

5. Вдувание горючей газовой смеси. Рассмотрим в заключение случай, когда в области вдува происходит горение во вдуваемой горючей смеси газов. Ограничимся рассмотрением плоского течения при равномерном вдуве, когда горючая смесь и продукты сгорания являются несжимаемой жидкостью. Нормальную скорость распространения фронта пламени по частицам горючей смеси V_F будем считать известной величиной порядка

нормальной скорости вдува V_w . В нулевом приближении относительно параметра ε^2 давление и продольная скорость на фронте горения остаются непрерывными [7, 10]. Тогда в том же приближении, в котором выше решалась задача о вдуве без горения, в случае горения вдуваемой смеси получим следующие выражения для контактной поверхности и фронта пламени [7]:

$$(5.1) \quad Y(X) = 1 - \int_{\mu X}^X [l^2 + 2t(X) - 2t(\xi)]^{-1/2} d\xi - \\ - \lambda \mu \int_0^X [l^2 + 2\lambda t(X) - 2(\lambda - 1)t(\xi) - 2t(\mu\xi)]^{-1/2} d\xi \\ Y_F(X) = 1 - \int_{\mu X}^X [l^2 + 2t(X) - 2t(\xi)]^{-1/2} d\xi$$

Здесь $\mu = V_F/V_w$, λ — отношение плотности топлива к плотности продуктов сгорания. Если $Y(X)$ задать формулами (2.1) или (2.2), (5.1) будет представлять собой интегральное уравнение для давления в канале. При малых значениях X в случае наклонного вдува решение уравнения (5.1) будем искать в виде ряда

$$t(X) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n X^n$$

Первые коэффициенты этого ряда a_1 и a_2 для случаев несжимаемого и сжимаемого газа набегающего потока соответственно имеют вид

$$a_1' = l^{-1} [1 + \mu(\lambda - 1)], \quad a_2' = {}^{3/2}a_1'^2 - {}^{1/2}a_1' l^{-3} [1 + \mu(\lambda - 1)(2 + \lambda - \mu)] \\ a_1'' = l^{-1} (1 - M_{\infty}^2)^{-1} [1 + \mu(\lambda - 1)], \quad a_2'' = {}^{3/2}a_1''^2 + {}^{1/2}(\gamma_1 + 1) \times \\ \times M_{\infty}^{-4} (1 - M_{\infty}^2)^{-1} a_1''^2 - {}^{1/2}a_1'' l^{-3} (1 - M_{\infty}^2)^{-1} [1 + \mu(\lambda - 1)(2 + \lambda - \mu)]$$

Когда вдув нормальный, следующий ряд удовлетворяет уравнению (5.1)

$$t(X) = X^{3/2} \sum_{n=0}^{\infty} c_n X^n$$

Выражения для первого коэффициента c_0 для случаев несжимаемого и сжимаемого инертного газа имеют соответственно вид

$$c_0' = {}^{3/2}\mu^{1/2} (\lambda - 1) (1 - \mu^{2/3})^{1/2} (\lambda - 1 + \mu^{2/3})^{-1} + {}^{3/2}\text{arc cos } (\mu^{1/3}) + \\ + {}^{3/2}\mu \lambda^2 (\lambda - 1 + \mu^{2/3})^{-1/2} \text{arc sin } [(\lambda - 1 + \mu^{2/3})/\lambda]^{1/2}, \quad c_0'' = c_0' (1 - M_{\infty}^2)^{-1}$$

Для численного решения уравнение (5.1) преобразуем следующим образом:

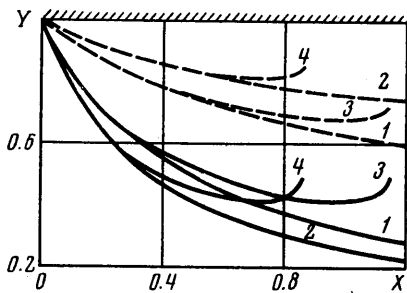
$$(5.2) \quad f_1(t) = \lambda \mu \int_0^t [l^2 + 2\lambda t - 2(\lambda - 1)\tau - 2h(\tau)]^{-1/2} X'(\tau) d\tau + \\ + \int_0^t [l^2 + 2(t - \tau)]^{-1/2} X'(\tau) d\tau - \mu \int_0^t [l^2 + 2t - 2h(\tau)]^{-1/2} X'(\tau) d\tau$$

Функция $h(t)$ удовлетворяет условию $X(h(t)) = \mu X(t)$.

При наклонном вдуве (5.2) интегрированием по частям удобно преобразовать к виду

$$(5.3) \quad X(t) \{ \mu(\lambda-1) [l^2+2t-2h(t)] + l^{-1} \} = \int_0^t [l^2+2(t-\tau)]^{-\frac{1}{2}} X(\tau) d\tau + \\ + \mu \lambda \int_0^t [l^2+2\lambda t-2(\lambda-1)\tau-2h(\tau)]^{-\frac{1}{2}} [\lambda-1+h'(\tau)] X(\tau) d\tau - \\ - \mu \int_0^t [l^2+2t-2h(\tau)]^{-\frac{1}{2}} h'(\tau) X(\tau) d\tau + f_i(t)$$

Аналогичную процедуру можно провести и в случае нормального вдува, но при этом нужно использовать известный вид решения уравнения Абеля (ввиду громоздкости формул это выражение приводить здесь не будем). При численном расчете интегралы в (5.3) заменялись суммами по формуле Симпсона, а функция $h(t)$ экстраполировалась на каждом шаге по предыдущим значениям.



Фиг. 4

На фиг. 4 показаны полученные при численном решении для значений $\lambda=7$, $l=1$, $\mu=0.25$, 0.5 поверхности контактного разрыва и фронты горения (нанесены пунктирными линиями). На фиг. 4 кривые 1 и 2 — разделяющие линии тока и фронты горения при $\mu=0.25$ и 0.5 соответственно для случая течения несжимаемого инертного газа. Кривые 3 и 4 соответствуют тем же значениям параметра μ , но получены при учете сжимаемости газа набегающего потока ($M_\infty=0.25$). Кривые 5 и 6 на фиг. 2 задают распределение давления в канале для $\mu=0.25$ при несжимаемом и сжимаемом набегающем потоке соответственно.

Автор признателен В. А. Левину за постоянное внимание к работе и полезные обсуждения.

Поступила 24 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Thomas P. D., Conti R. J., Kruger C. H. Flow over finite bodies with massive injection. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 11.
2. Thomas P. D. Flow over a finite plate with massive injection. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 4.
3. Маргеева Н. С., Нейланд В. Я. Сильный вдув на теле конечной длины в сверхзвуковом потоке. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 5.
4. Нейланд В. Я. Вдувание газа в гиперзвуковой поток. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6.
5. Липатов И. И. Сверхзвуковое обтекание клина конечных размеров при сильном вдуве газа через его поверхность. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 5.
6. Левин В. А. Сильный вдув на поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 5.
7. Зах Л. И. Сверхзвуковое обтекание тела конечных размеров при наличии интенсивного вдува горючей смеси газов на его боковой поверхности. Науч. тр. НИИ механ. МГУ, 1974, № 32.
8. Теленин Г. Ф., Шугова Л. Д. Гидродинамика каналов с проницаемыми стенками, Теория исчезающей вязкости. Науч. тр. НИИ механ. МГУ, 1973, № 30.
9. Smith F. T. On strong blowing into an incompressible airstream. J. Fluid Mech., 1973, vol. 60, pt. 2.
10. Черный Г. Г. Течение газа в трубе при наличии фронта пламени. Мин-во авиац. пром-сти СССР. Сб. ст. № 12. М., Оборонгиз, 1954.