МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 5 · 1977

УДК 532.529.5 : 533.6.011.72

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ГИДРОДИНАМИКИ ПРИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ ПЕРВОГО РОДА

Г. М. АРУТЮНЯН, С. Т. ОВСЕПЯН

(Москва, Ереван)

Рассматривается двухфазная система жидкость – пар, находящаяся в состоянии термодинамического равновесия. Если в такой среде распространяется ударная волна, то при переходе через нее двухфазное вещество испытывает ударное сжатие и переходит в новое равновесное состояние. При этом изменяется не только его первоначальная скорость, но и количественное соотношение между фазами.

Ввиду сложности процесса аналитические результаты здесь до настоящего времени практически отсутствовали. Расчеты параметров за ударным скачком проводились приближенно с использованием различных таблиц и номограмм и по существу ограничивались единственной двухфазной системой – H_2O. Так, в работах [1–4] рассматривались скачки уплотнения в двухфазных сверхзвуковых потоках в рамках односкоростной модели и небольшого содержания жидкой фазы в смеси. В них при указанных допущениях находились параметры за фронтом ударной волны путем численного решения уравнений сохранения массы, импульса и энергии на скачке. Термодинамические параметры, как правило, задавались в затабулированном виде в зависимости от давления или температуры для условий равновесия фаз.

В данной работе при некоторых дополнительных предположениях, но без ограничения относительно содержания жидкой фазы проводится аналитическое исследование параметров двухфазного вещества при адиабатическом и ударном сжатиях, и в частности построение ударной адиабаты в традиционных переменных p, V (p – давление, V – удельный объем). Рассмотрение проводится с учетом ограниченности области двухфазности в плоскости pV и возможности перехода вещества из начального двухфазного в конечное однофазное состояние.

Из условий в исходной точке ударной адиабаты выводится дифференциальное уравнение для адиабатического процесса в переменных p, V, которое затем интегрируется в конечном виде. В результате находится адиабата Пуассона для двухфазного вещества. В [5] этот вопрос исследовался в переменных T, x (T – температура, x – паросодержание), а дифференциальное уравнение адиабатичности выводилось при помощи иных и более сложных рассуждений.

При адиабатическом и ударном сжатиях в зависимости от исходного состояния вещества паросодержание в двухфазном веществе может как возрастать, так и уменьшаться. В работе различными методами получено конечное аналитическое выражение для кривой инверсии фазовых переходов при указанных процессах в переменных p, V. В частности, установлено, что по одну сторону от кривой инверсии адиабатические сжатия приводят только к конденсации пара, а по другую – или к испарению, или к смене испарения конденсацией. Эти выводы в заключение подтверждаются данными аналитического исследования характера пересечения адиабаты Пуассона и кривой инверсии.

1. Ударная адиабата при фазовых переходах первого рода. Рассмотрим двухфазную систему жидкость — пар, находящуюся в состоянии термодинамического равновесия, т. е. при одинаковых p и T для обеих фаз [6]. Уравнение ударной адиабаты гомогенного вещества [7] имеет вид

$$w-w_0=\tfrac{1}{2}(V_0+V)(p-p_0) \tag{1.1}$$

где w — удельная эльтапия, являющаяся функцией p и V. Величины с индексом 0 и без индекса относятся к состоянию до и после ударного сжатия соответственно.

Пусть x — концентрация по массе второй фазы — пара. Для состояний до и после ударного сжатия будем тогда иметь [5, 7]

(1.2) $V=(1-x)V_{10}+xV_2,\ w=(1-x)w_1+xw_2$

Индекс 1 здесь относится к первой фазе, а 2 — ко второй.

Получим ударную адиабату для двухфазного вещества. При этом будем считать выполняющимися следующие условия: 1) первая фаза несжимаема ($V_1=V_{10}=\text{const}$); 2) удельная теплоемкость при постоянном объеме первой фазы постоянна ($c_{V1}=\text{const}=c$); 3) в процессе ударного сжатия первая фаза находится в состоянии локального термодинамического равновесия; 4) скрытая теплота фазового перехода не зависит от температуры и постоянна ($w_2-w_1=q=\text{const}$); 5) $V_2\gg V_{10}$; 6) вторая фаза — совершенный газ.

Условие 3) следует понимать в том смысле, что в процессе ударного сжатия температура жидкой частицы отличается от температуры пара, но она одинакова для частицы в целом.

В пользу условия 4) говорит, например, следующее. Известно [8, 9], что для H_2O двухфазное состояние реализуется для давлений и температур в пределах 10^{-3} *кг/см*$^2=p_t<p<p_k=2.2\cdot10^2$ *кг/см*^{2}, $250°\text{ K}=T_t<T<T_k=650°$ K (нижние пределы соответствуют состоянию в тройной точке, а верхние — в критической). И при изменении T от 280 до 525° K (p при этом изменяется от 10^{-2} до $4\cdot10^1$ *кг/см*^{2}) значение q изменяется лишь на 30%. Условие 5) также выполняется в весьма широких пределах. Для H_2O, например, оно имеет место при $p_t<p<p_*=4\cdot10^1$ *кг/см*^{2}.

Найдем выражение $w-w_0$ для смеси. На основании (1.2) имеем

(1.3) $w-w_0=w_1-w_{10}+x(w_2-w_1)-x_0(w_{20}-w_{10})$

Воспользовавшись условиями 1)—4), можно показать, что

(1.4) $w-w_0=c(T-T_0)+V_{10}(p-p_0)+q(x-x_0)$

Перейдем в (1.4) от p, T к переменным p, V. Проинтегрируем для этого уравнение равновесия Клапейрона — Клаузиуса [6] с учетом условий 1), 4)—6). Тогда

(1.5) $p=c_1\exp[-(\alpha/T)],\ \alpha=\mu q/R$

(1.6) $V_2=-q/(p\eta),\ T=-\alpha/\eta,\ \eta=\ln(p/c_1)$

где c_1 — постоянная интегрирования, μ — молекулярный вес второй фазы, R — универсальная газовая постоянная.

В области двухфазности обычно $c_1\gg p$. Для H_2O, например [8] c_1, определенная по экспериментальным данным кривой равновесия фаз в диапазоне p от 10^{-2} до $4\cdot10^1$ *кг/см*^{2}, с точностью 10% равна $4\cdot10^5$ *кг/см*^{2}.

Из (1.2), пренебрегая в силу условия 5) $V_1=V_{10}$ по сравнению с V_2, получаем

(1.7) $x(V)=(V-V_{10})/V_2$

Подставив теперь (1.4) в (1.1) и воспользовавшись при этом (1.6) и (1.7), после некоторых преобразований окончательно получаем следующее уравнение ударной адиабаты при фазовых переходах первого рода:

$$(1.8)\quad V=\frac{2\alpha c(\eta_0^{-1}-\eta^{-1})+2V_{10}p\eta+2(V_0-V_{10})p_0\eta_0-(V_0-2V_{10})(p-p_0)}{(p-p_0)+2p\eta}\equiv\Phi,$$

$$\eta_0=\ln\frac{p_0}{c_1}$$

2. Анализ уравнения ударной адиабаты. Рассмотрим поведение ударной адиабаты для сильных и слабых ударных волн. Из (1.8) следует, что $V\to V_0$ при $p\to p_0$. Это физически очевидно и говорит о справедливости (1.8).

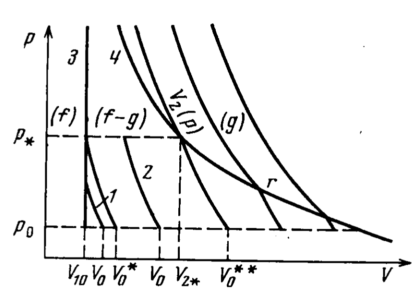
Уравнение ударной адиабаты для слабых волн следует из $V-V_0=(dV/dp)_0(p-p_0)$, где $(dV/dp)_0$ берется из (1.8)

$$V=\left[\frac{\alpha c}{p_0\eta_0^3}-(V_0-V_{10})\left(1+\frac{2}{\eta_0}\right)\right]\left(\frac{p}{p_0}-1\right)+V_0 \tag{2.1}$$

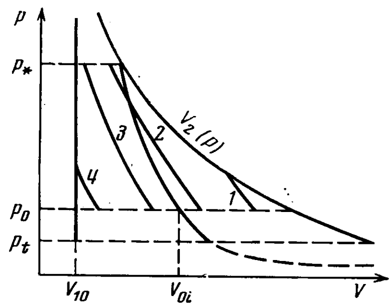
Ударную адиабату для сильных ударных волн получим из (1.8), пренебрегая в последнем p_0 по сравнению с p. Тогда

$$V=\frac{2\alpha c(\eta_0^{-1}-\eta^{-1})+2V_{10}p\eta-(V_0-2V_{10})p+2(V_0-V_{10})p_0\eta_0}{(1+2\eta)p} \tag{2.2}$$

Заметим, что формальный предельный переход в (1.8) дает $V\to V_{10}$ при $p\to\infty$, что, однако, не имеет физического смысла в силу условия 5).



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 в плоскости pV представлена область двухфазности $(f-g)$. Она ограничена от областей с чистой жидкой (f) и чистой газообразной (g) фазами прямой $V=V_{10}$ и кривой $V=V_2(p)$ (линии *3* и *4*, соответственно). Здесь же представлены кривые ударных адиабат.

Неравенство $p\gg p_0$ автоматически означает, что $V_0\gg V_{10}$, так как в противном случае можно оказаться вне области двухфазности раньше (кривая *1* на фиг. 1), чем произойдет сильное сжатие вещества. Это позволяет упростить (2.2), пренебрегая в нем V_{10} и $2V_{10}$ по сравнению с V_0.

Учитывая, что $T<T_k$, на основании второго из соотношений (1.6) можно утверждать, что $|\eta|>\alpha/T_k$. Оценки величины α/T_k, проведенные для различных веществ, приведены ниже.

	H_2	He	H_2O	N_2	Этил. спирт	Ацетон	Бензол	Толуол
μ	2	4	18	28	46	58	78	92
α/T_k	3.3	2.4	7.5	5.8	8.9	6.2	6.5	6.8

С учетом этих данных и условия *5*) последнее неравенство можно усилить, положив $|\eta|\gg 1$. При этом уравнение ударной адиабаты для сильных ударных волн еще более упрощается, ибо в знаменателе (2.2) можно пренебречь также единицей.

3. Ударная адиабата при переходе вещества из двухфазного состояния в однофазное. Пусть p_* — значение давления, при котором еще выполняется условие *5*, а V_{10} и V_{2*} — соответствующие значения удельных объемов фаз (фиг. 1).

Точку пересечения ударной адиабаты с левой границей области двухфазности можно найти из равенства $V_{10}=\Phi(p, p_0, V_0)$.

При $V_0<V_0^*$ $(p=p_0)$ ударная адиабата пересечет левую границу области двухфазности ниже точки p_*, V_{10}. При этом она не может быть продолжена левее линии *3*, так как в рамках условия *1* вещество несжимаемо.

В силу (1.8) и первого из выражений (1.6) точка пересечения ударной адиабаты с правой границей области двухфазности (точка *r* на фиг. 1) может быть определена из соотношений

$$V=\Phi(p, p_0, V_0),\ pV\ln(p/c_1)=-q \tag{3.1}$$

При $V_0 > V_0^{**}$ $(p=p_0)$ ударная адиабата будет пересекать правую границу области двухфазности ниже точки p_*, V_{2*}. Выше линии *4* вещество при этом будет находиться в газообразном состоянии, и уравнение ударной адиабаты, естественно, будет другим. На линии же *4* ударные адиабаты претерпевают излом, характер которого из термодинамических соображений был предсказан в [10].

В рассматриваемом случае, т. е. когда при ударном сжатии вещество переводится из начального двухфазного состояния в конечное однофазное, правая часть (1.1) остается без изменения. Исследуем поэтому $w-$ $-w_0$. Очевидно

$$w=\gamma pV/(\gamma-1)=(\alpha c_{p2}/q)pV \tag{3.2}$$

Можно показать, что в силу условий 1), 4)—6) переход первой фазы во вторую не должен сопровождаться изменением c_p. Следовательно, $c_{p2}=$ $=c_{p1}$. А так как для несжимаемого вещества $c_p=c_V$, то в силу условий 1) и 2) $c_{p1}=c_{V1}=c$. Тогда $c_{p2}=c$, и в итоге $w=(\alpha c/q)pV$.

Что же касается w_0, то для него по-прежнему справедливо второе из соотношений (1.2), из которого с учетом условия 4) получаем $w_0=w_{20}+$ $+q(x_0-1)$. А так как в силу формулы для w, первого из соотношений (1.6), (1.7) и условия 5) $w_{20}=-\alpha c\eta_0^{-1}$, $x_0-1=-(p_0V_0q^{-1}\eta_0+1)$, то в результате получаем

$$w-w_0=\alpha cq^{-1}pV+\alpha c\eta_0^{-1}+p_0V_0\eta_0+q \tag{3.3}$$

Подставив теперь (3.3) в (1.1), окончательно приходим к следующему выражению для ударной адиабаты выше линии *4*

$$V=\frac{V_0(p-p_0)-2(\alpha c\eta_0^{-1}+p_0V_0\eta_0+q)}{p_0+\nu p}, \qquad \nu=\frac{2\alpha c}{q}-1 \tag{3.4}$$

Очевидно, что ввиду непрерывности ударной адиабаты правые части (1.8) и (3.4) при $p\to p_r$ должны совпасть. Из (3.4) следует, что для предельно сильных ударных волн $V_0/V\to\nu$ при $p\to\infty$. Для H_2O, например, $\nu=17.8$.

Если пересечение ударной адиабаты с правой границей области двухфазности имеет место для слабых волн, то для участка ударной адиабаты, расположенного выше точки пересечения, будет справедливо следующее линейное относительно p приближенное выражение

$$V=\frac{q}{\alpha cp_0}\left(\frac{V_0}{2}+\frac{\alpha c}{p_0\eta_0}+V_0\eta_0+\frac{q}{p_0}\right)(p-p_0)-$$
$$-\frac{q}{\alpha cp_0}\left(\frac{\alpha c}{\eta_0}+p_0V_0\eta_0+q\right) \tag{3.5}$$

При выводе (3.5) учитывалось, что обычно $2\alpha c/q\gg1$. Сама же точка пересечения находится из совместного решения (3.5) и (2.1). Поскольку $2\alpha c/q\gg1$, а для рассматриваемых слабых ударных волн $V_0\gg V_{10}$, в результате будем иметь

$$p_r=p_0+\frac{p_0V_0+\varkappa(\alpha c\eta_0^{-1}+p_0V_0\eta_0+q)}{V_0-\alpha c(p_0\eta_0^3)^{-1}+\varkappa[\alpha c(p_0\eta_0)^{-1}+V_0\eta_0+qp_0^{-1}]}, \qquad \varkappa=\frac{q}{\alpha c} \tag{3.6}$$

4. Адиабата Пуассона при фазовых переходах первого рода. В исходной точке ударной адиабаты кривые адиабаты Пуассона и ударной адиабаты испытывают касание второго порядка [7], т. е. в этой точке совпадают их первые производные. Следовательно, определив $(dV/dp)_0$ из (1.8) и обобщив ее на случай произвольных p и V, причем к дифференциальному уравнению для адиабатического процесса при фазовых переходах первого рода

$$\frac{dV}{dp}=\frac{1}{p}\left[\frac{\alpha c}{p}\ln^{-3}\frac{p}{c_1}-(V-V_{10})\left(1+2\ln^{-1}\frac{p}{c_1}\right)\right] \tag{4.1}$$

Таким образом, (4.1) получается здесь как следствие из выражения ударной адиабаты (1.8), а не из непосредственного определения $(\partial V/\partial p)_s$, что является более трудоемкой задачей. Выражение (4.1), очевидно, может быть положено в основу определения равновесной скорости звука при рассматриваемых фазовых переходах.

Интегрируя (4.1), для адиабаты Пуассона в результате будем иметь

$$V=V_{10}+p^{-1}\eta^{-2}[\alpha c\ln(\eta\eta_0^{-1})+(V_0-V_{10})p_0\eta_0^2] \tag{4.2}$$

Точка пересечения адиабаты Пуассона с левой границей области двухфазности (фиг. 1) находится из совместного решения (4.2) и уравнения $V=V_{10}$. В результате получаем

$$p=c_1\left(\frac{p_0}{c_1}\right)^{\exp(-a)}, \quad a=\frac{(V_0-V_{10})p_0\eta_0^2}{\alpha c} \tag{4.3}$$

Из (4.3) следует, что $p\to p_0$ при $V_0\to V_{10}$, что физически очевидно.

Точка пересечения с правой границей области двухфазности находится из совместного решения (4.2) и второго из соотношений (3.1). Учитывая, что в силу условия 5) при этом $V\gg V_{10}$, получим

$$\alpha c\ln(\eta/\eta_0)+q\eta+(V_0-V_{10})p_0\eta_0^2=0 \tag{4.4}$$

Можно показать, что при адиабатических процессах независимо от исходного состояния перевод вещества из двухфазного состояния в газообразное может происходить только при сжатии, т. е. при $p>p_0$. Поскольку $p<p_*\ll c_1$, то $0<\eta/\eta_0<1$. Из (4.4) тогда в первом приближении по η/η_0, учитывая, что $V_0\gg V_{10}$, получим

$$\eta=\eta_0(\alpha c-p_0V_0\eta_0^2)/(\alpha c+q\eta_0) \tag{4.5}$$

Учитывая далее, что $V_{20}=-q/(p_0/\eta_0)$, из (4.5) заключаем, что $\eta\to\eta_0$ при $V_0\to V_{20}$, т. е. приходим к физически очевидному соотношению.

5. Кривая инверсии при фазовых переходах первого рода. Очевидно, что при заданном p_0 должна существовать такая точка p_0, V_{0i} (фиг. 2), что при $V_0>V_{0i}$ слабые адиабатические и ударные сжатия приводят к увеличению паросодержания, а при $V_0<V_{0i}$ — к уменьшению. Эту точку будем называть точкой инверсии, а геометрическое место этих точек при разных p_0 — кривой инверсии.

Пусть адиабатическое сжатие сопровождается увеличением паросодержания. Это означает, что $x>x_0$. Воспользовавшись (1.7), (4.2) и первым из соотношений (1.6), последнее неравенство можно записать в виде

$$\alpha c\ln(\eta/\eta_0)>p_0\eta_0(V_{10}-V_0)(\eta_0-\eta) \tag{5.1}$$

Положим $p=p_0+\Delta p$. Поскольку $|\eta_0|\gg1$, то при слабых адиабатических сжатиях $(\Delta p/p_0\ll1)$ в первом приближении из (5.1) имеем

$$V_0>V_{10}+\alpha c/(p_0\eta_0^2),\ V=V_{10}+\alpha c/(p\eta^2) \tag{5.2}$$

где второе соотношение представляет собой кривую инверсии и получается из условия равенства в первом из них.

Поскольку слабые ударные сжатия практически не отличаются от адиабатических, то соотношения (5.2) могут быть получены из условия $x > x_0$ с использованием также (2.1).

Условие увеличения паросодержания при слабых адиабатических и ударных сжатиях и кривая инверсии могут быть выражены в переменных p, x

$$x \geqslant \alpha c/q\eta \tag{5.3}$$

Предельный переход в формуле для кривой инверсии дает $V \to \infty$ при $p \to 0$. Поскольку $|\eta| > 2$, то из этой формулы получаем

$$\frac{dV}{dp} = -\frac{\alpha c}{p^2} \ln^{-3} \frac{p}{c_1} \left(2 + \ln \frac{p}{c_1} \right) < 0 \tag{5.4}$$

Значит с увеличением p абсцисса кривой инверсии в плоскости pV монотонно падает, а сама кривая имеет вид, представленный на фиг. 2.

Из (5.3) следует, что $x \to 0$ при $p \to 0$, что, казалось бы, противоречит поведению кривой инверсии при $p \to 0$. Это, однако, не так, в чем можно убедиться, если иметь в виду соотношение (1.7), а также то, что при $p \to 0$ $V_2 \to \infty$ быстрее, чем абсцисса кривой инверсии. Действительно, из первого соотношения (1.6) и второго выражения (5.2) нетрудно показать, что $V_2/V_i \to \infty$ при $p \to 0$. Заметим, что хотя рассмотренные предельные переходы при $p \to 0$ и носят формальный характер (ибо в действительности $p > p_t$), они тем не менее полезны, так как значения p_t обычно достаточно малы.

Точка пересечения кривой инверсии с правой границей области двухфазности находится из совместного решения вторых соотношений (3.1) и (5.2). Если пересечение имеет место при $p < p_*$, то в силу условия 5) — $q/(p\eta) \gg V_{10}$, и для ординаты точки пересечения в результате получим

$$p = c_1 \exp(-\alpha c/q) \tag{5.5}$$

Для H_2O при этом $p = 40.6$ *кг/см*^{2}, что практически совпадает с p_*. Следовательно, для H_2O кривая инверсии качественно будет иметь вид, представленный на фиг. 2. И в зависимости от выбора начальной точки конечные адиабатические сжатия приведут или к полному испарению (кривая *1*), или сначала к частичному испарению, затем к частичной конденсации (кривая *2*), или к частичной конденсации (кривая *3*) и, наконец, к полной конденсации (кривая *4*).

Для двухфазных систем, у которых при пересечении $p > p_*$, кроме указанных возможен также случай только частичного испарения.

6. Пересечение адиабаты Пуассона с кривой инверсии. Рассмотрим вопрос об изменении паросодержания при адиабатическом сжатии. В точке пересечения адиабаты Пуассона с кривой инверсии параметр x должен, очевидно, иметь экстремум. Поскольку для удельной энтропии равновесного двухфазного вещества

$$s = (1-x) s_1(p, T(p)) + x s_2(p, T(p)) \tag{6.1}$$

то отсюда заключаем, что при адиабатическом сжатии $x = x(p)$, а точка экстремума должна быть найдена из условия $dx/dp = 0$. Выражение $x(p)$ находится подстановкой (4.2) и первого из соотношений (1.6) в (1.7) и имеет вид

$$x = \eta^{-1} \left[\frac{\alpha c}{q} \ln \left(\frac{\eta_0}{\eta} \right) + x_0 \eta_0 \right], \quad x_0 = \frac{p_0 \eta_0 (V_{10} - V_0)}{q} \tag{6.2}$$

Для ординаты точки пересечения адиабаты Пуассона с кривой инверсии в результате получаем

$$\frac{p}{c_1} = \left(\frac{p_0}{c_1} \right)^b, \quad b = \exp \left[1 - \frac{p_0 \eta_0^2}{\alpha c} (V_0 - V_{10}) \right] \tag{6.3}$$

Подстановка (6.3) обращает квадратную скобку (4.2) в αc, и в результате уже другим путем снова приходим к уравнению кривой инверсии.

Рассмотрим, наконец, вопрос о характере пересечения адиабаты Пуассона с кривой инверсии. Обозначим $x_0 = x_{0i} + \Delta x_0$, где x_0 – паросодержание в точке $p_0 V_0$, откуда происходит адиабатическое сжатие, а x_{0i} – его значение в точке p_0, V_{0i} (фиг. 2). Воспользовавшись при определении x_{0i} вторыми соотношениями (6.2) и (5.2), получим

$$x_0 = \Delta x_0 - \alpha c / (q \eta_0) \tag{6.4}$$

Продифференцируем первое из выражений (6.2) и используем при этом (6.4). Тогда

$$\frac{dx}{dp} = \frac{1}{p} \ln^{-2} \frac{c_1}{p} \left[\Delta x_0 \ln \frac{c_1}{p_0} - \frac{\alpha c}{q} \ln \left(\ln \frac{c_1}{p_0} \ln^{-1} \frac{c_1}{p} \right) \right] \tag{6.5}$$

А поскольку $c_1 \gg p_0$, p, то из (6.5) следует, что при $p > p_0$ $dx/dp < 0$, если $\Delta x_0 < 0$. Иначе говоря, если начальная точка адиабаты Пуассона расположена левее точки инверсии, то на такой адиабате с ростом p параметр x будет монотонно падать. Следовательно, такая адиабата Пуассона не будет пересекать кривую инверсии. Это одновременно означает, что она может пересекать последнюю только «справа – налево», как это показано на фиг. 2.

Итак, в точке пересечения адиабаты Пуассона с кривой инверсии всегда

$$(dV/dp)_a < (dV/dp)_i \tag{6.6}$$

где индекс a относится к адиабате Пуассона, а i – к кривой инверсии. В справедливости неравенства (6.6) можно убедиться и непосредственно. Действительно, как нетрудно показать, оно равносильно требованию $\eta^{-1} < 0$, что в силу $c_1 \gg p$ выполняется всегда.

Поступила 28 X 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дейч М. Е., Филиппов Г. А.* Газодинамика двухфазных сред. М., «Энергия», 1968.
2. *Вайсман М. Д.* Термодинамика парожидкостных потоков. Л., «Энергия», 1967.
3. *Салтанов Г. А.* Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск, «Высшая школа», 1972.
4. *Циклаури Г. В., Данилин В. С., Селезнев Л. И.* Адиабатные двухфазные течения. М., Атомиздат, 1973.
5. *Вукалович М. П., Новиков И. И.* Термодинамика. М., «Машиностроение», 1972.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М., «Наука», 1964.
7. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
8. *Варгафтик Н. Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., «Наука», 1972.
9. *Вукалович М. П.* Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара. М.— Л., «Энергия», 1965.
10. *Кузнецов Н. М.* Об изломе ударной адиабаты при фазовом переходе первого рода. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 1.