

- № 4. (Рус. перев.: Начальная задача для ламинарного пограничного слоя псевдопластической жидкости на пористой плоской пластине при наличии отсоса. Тр. Америк. об-ва инж.-механ. Сер. Е. Прикл. механ., 1973, т. 40, № 4.)
7. Шульман З. П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М., «Энергия», 1975.
 8. Овсянников Л. В. Групповые свойства уравнений газовой динамики. Новосибирск, 1968.
 9. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., «Мир», 1970.
 10. Сорокин В. С. О стационарных движениях в жидкости, подогреваемой снизу. ПММ, 1954, т. 18, вып. 2.
 11. Юдович В. И. Пример рождения вторичного стационарного или периодического течения при потере устойчивости ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
 12. Юдович В. И. Вторичные течения и неустойчивость жидкости между вращающимися цилиндрами. ПММ, 1966, т. 30, вып. 4.

УДК 532.538

ОБ ЭФФЕКТЕ ПОВЫШЕНИЯ СРЕДНЕГО ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ ПОСТОЯННОЙ МАССЫ И ОБЪЕМА ПРИ БАРОТРОПНЫХ ПРОЦЕССАХ

Ю. Л. ЯКИМОВ

(Москва)

Рассмотрим баротропный процесс $p=p(\rho)$ в жидкости, занимающей некоторый объем Ω . Пусть жидкость в одном состоянии $p_0=p(\rho_0)$ покоится и занимает объем Ω , в другом состоянии та же масса жидкости занимает объем, равный по величине Ω , и движется.

Если ограничимся малым изменением давления и плотности, то во втором состоянии для каждой точки объема с точностью до малых высшего порядка по $\Delta\rho$ имеем

$$(1) \quad p(x_i, t) = p_0 + \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \Delta\rho(x_i, t) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 [\Delta\rho(x_i, t)]^2$$

Здесь и далее индексом 0 обозначены производные, взятые при постоянном ρ_0 . Рассмотрим среднее по объему Ω давление

$$(2) \quad \langle p_\Omega \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p(x_i, t) d\Omega = p_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} (\Delta\rho)^2 d\Omega \geq p_0$$

Интеграл от $\Delta\rho(x_i, t)$ равен нулю, так как в объеме Ω по условию масса жидкости не изменилась. Далее, так как в (2) $(d^2p/d\rho^2)_0 \geq 0$ и интеграл от $\Delta\rho^2$ больше нуля, получаем, что имеет место повышение среднего по объему давления при баротропном процессе.

Рассмотрим теперь вопрос о давлении, среднем по времени. В некоторых случаях, например при турбулентном движении, из повышения среднего давления по объему $\langle p_\Omega \rangle$ следует аналогичное утверждение для среднего давления по времени. В то же время существует много случаев, например, вращательное движение в круглом сосуде, когда в некоторых точках пространства давление будет ниже начального. Однако для случая одномерного периодического движения [1-5] можно доказать, что среднее по времени давление в любой частице среды в возмущенном состоянии больше давления покоящейся среды, занимающей тот же объем.

Действительно, при периодическом одномерном движении среднее по времени давление для фиксированной частицы $\langle p_i \rangle$ одинаково для всех частиц среды, так как в противном случае изменялся бы средний импульс части среды, находящейся между частицами, имеющими разное $\langle p_i \rangle$, что противоречит периодичности движения.

Введем в качестве лагранжевой координаты массу среды m , отсчитываемую от одного из концов объема, и вычислим среднее давление в частицах за период T

$$(3) \quad \langle p_i \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T p(m, t) dt = \frac{1}{M} \int_0^M \langle p_i \rangle dm =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{MT} \int_0^M \int_0^T p(m, t) dt dm = \frac{1}{T\Omega\rho_0} \int_0^T \int_{\Omega} p \rho d\Omega dt = \\
 &= \frac{1}{T\Omega\rho_0} \int_0^T \int_{\Omega} \left[p_0 + \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \Delta\rho + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 (\Delta\rho)^2 \right] [\rho_0 + \Delta\rho] d\Omega dt = \\
 &= p_0 + \frac{1}{T\Omega} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \right] \int_0^T \int_{\Omega} (\Delta\rho)^2 d\Omega dt > p_0
 \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что доказанные утверждения имеют общий характер и не связаны с предположением о малости $\Delta\rho$. Действительно, если среда такова, что $d^2p/d\rho^2 \geq 0$, то кривая $p(\rho)$ во всех точках находится выше касательной к ней в точке p_0, ρ_0 , что достаточно для положительности последнего интеграла в (2) и (3).

При наличии массовых сил выводы для $\langle p_{\Omega} \rangle$ и $\langle p_t \rangle$ остаются в силе, необходимо только учесть в (2) зависимость p_0 и ρ_0 от координаты, а в (3) — от лагранжевой координаты.

Если среднее по времени давление на концах сосуда при периодическом движении не меняется, то должен увеличиться объем занимаемой среды.

С увеличением среднего объема смеси газа и жидкости при вибрациях в открытых сосудах связана направленная вниз подсосывающая сила, действующая на пузырьки газа и их скопления [2, 3]. Указание на существенное повышение давления в закрытых вибрирующих колоннах, содержащих смесь газа и жидкости, имеется в [4, 5]. Оценка средних давлений при помощи (2) и (3) и обычного предположения о смеси как о псевдогазе [6] указывает также на возможность значительного повышения средних давлений.

Действительно в этом случае

$$p(\rho) = \frac{RT\rho}{1 + \mu(1 - \rho/\rho_b)}$$

где ρ_b — плотность воды, μ — отношение массы воды к массе газа, RT — произведение газовой постоянной на температуру.

При 10%-ном содержании газа получим следующие оценки:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 \approx \frac{p_0}{\rho_0^2} 10^2, \quad \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \approx \frac{p_0}{\rho_0^2} 10$$

Из них следует, что при значительных плотностях (при кавитации $\Delta\rho \approx -\rho_0$) давление $\langle p_t \rangle$ может превышать начальное на порядок.

В заключение отметим, что при периодическом одномерном движении давление, среднее по объему и времени, меньше среднего по времени давления в частицах

$$\begin{aligned}
 \langle p_{\Omega t} \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T \langle p_{\Omega} \rangle dt = p_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 \frac{1}{T\Omega} \int_0^T \int_{\Omega} (\Delta\rho)^2 d\Omega dt < \\
 < \langle p_t \rangle &= p_0 + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d^2p}{d\rho^2} \right)_0 + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_0 \right] \frac{1}{T\Omega} \int_0^T \int_{\Omega} (\Delta\rho)^2 d\Omega dt
 \end{aligned}$$

Поступила 16 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Buchanan R. H. Graeme Jameson, Doeriaman Oedjoe. Cyclic migration of bubbles in vertically vibrating liquid columns. Indust. and Engng. Chem. Fundament., 1962, vol. 1, No. 2.
2. Григорян С. С., Якимов Ю. Л., Апштейн Э. З. Поведение пузырьков воздуха в жидкости при вибрации. В сб. трудов симпозиума по механике в Юрате (Польша), 1965.
3. Апштейн Э. З., Григорян С. С., Якимов Ю. Л. Об устойчивости роя пузырьков воздуха в колеблющейся жидкости. Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 3.

4. Шумилин Б. Парадоксы межотраслевого пространства. Изобретатель и рационализатор, 1976, № 11.
5. Причуды вибрирующего сосуда. Знание — Сила, 1976, № 12.
6. Эпштейн Л. А. О возможностях теоретического изучения кавитации, как движения сжимаемой жидкости особого рода. Докл. АН СССР, 1945, т. 49, № 6.

УДК 532.57

ИЗМЕРЕНИЕ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ В ЖИДКИХ ПОТОКАХ БОЛЬШИХ ОБЪЕМОВ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРНОГО ДОПЛЕРОВСКОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ СКОРОСТИ

В. П. ИВАНОВ, В. П. КЛОЧКОВ, Л. Ф. КОЗЛОВ

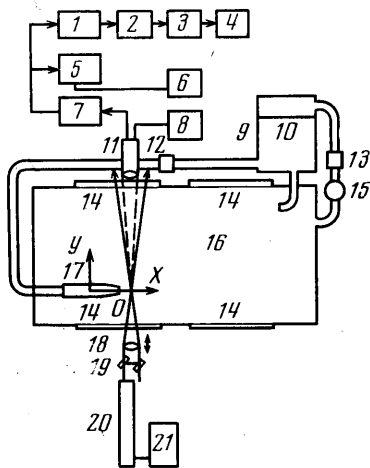
(Киев)

Применение лазерного доплеровского измерителя скорости (ЛДИС) в гидромеханике имеет уже солидную предысторию и работы над его развитием ведутся достаточно интенсивно [1, 2]. Этот метод был с успехом использован для измерения различных параметров течений в каналах или лотках небольших размеров [3-6]. При применении его в других практически важных случаях, в частности в бассейнах или резервуарах больших объемов, наряду с техническими не исключены принципиальные трудности из-за возможных локальных изменений показателя преломления среды на пути лазерного луча [7].

Цель настоящей работы — исследование скоростной структуры потоков в больших объемах с помощью ЛДИС на примере турбулентной затопленной струи воды. С целью оценки влияния толщины слоя воды на применимость метода были опробованы три схемы — на прямом [8] и на обратном [9] рассеянии, а также схема с отражением рассеянного вперед света от зеркала [10].

Приводятся результаты исследования затопленной турбулентной струи с помощью ЛДИС.

1. Для проведения исследований был собран специальный стенд, схематически изображенный на фиг. 1. В гидравлическую часть стенда входят: металлический резервуар 16 объемом 10,3 м³ (4,6×1,5×1,5 м) с четырьмя стеклянными окнами 14 размерами 1×1 м, бак постоянного напора 9 с успокоительной стенкой 10, конический насадок 17 с углом конусности 15° и диаметром выходного отверстия $d_0=12,4$ мм, центробежный насос 15 и регулировочные краны 12, 13 для получения



Фиг. 1

необходимой скорости струи. Насадок соединен с баком 9 гибким шлангом и закреплен на координатном устройстве, обеспечивающем необходимое местоположение его в основном резервуаре, которое было выбрано таким, что толщина слоя воды со стороны оптического квантового генератора составляла 0,3 м, а со стороны противоположного окна 1,2 м.

В измерительную часть входит ЛДИС, собранный по дифференциальной схеме [11] на прямом, обратном или отраженном от зеркала прямом рассеянии и спектроанализирующая аппаратура, позволяющие определять среднюю скорость и интенсивность турбулентности в измеряемой точке потока.

Блок-схема оптической части ЛДИС на прямом рассеянии приведена на фиг. 1. Источником излучения служил лазер 20 типа ЛГ-38 с блоком питания 21. Луч лазера после прохождения светоделительного блока 19, служащего для получения двух зондирующих лучей одинаковой интенсивности, фокусировался линзой 18 в исследуемую точку потока так, чтобы вектор чувствительности K измерителя скорости был ориентирован вдоль оси струи. Поэтому измерялась x -компонента вектора скорости потока (u_x). Координата x была направлена вдоль оси струи, а координата y — вдоль оптической оси ЛДИС. Линза 18 могла перемещаться микрометрическим винтом по оси y с шагом 0,025 мм. Угол пересечения зондирующих лучей θ составлял 9°48'.