

ВЛИЯНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ МОЛЕКУЛ НА ПОТОКИ ЭНЕРГИИ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

И. Н. ЛАРИНА, В. А. РЫКОВ

(Москва)

На основе модельных кинетических уравнений численным методом решается задача обтекания сферы потоком разреженного газа. Исследуется влияние вращательных степеней свободы на потоки энергии к телу. Проводится сравнение отношений потока энергии Q к его свободномолекулярному значению Q^* для случаев обтекания одноатомным и двухатомным газами. При сравнении требуется совпадение безразмерных температур тел, скоростей газов на бесконечности и законов вязкости у обоих газов. Для достаточно холодных тел (температура тела меньше равновесной для двухатомного газа) различие между величинами Q/Q^* для одноатомного и двухатомного газов не существенно. Для двухатомного газа, когда температура тела близка к равновесной, обнаружен эффект немонотонного поведения отношения Q/Q^* в зависимости от силы Кнудсена.

Для исследования потоков энергии на сферу, движущуюся в двухатомном разреженном газе, проводится численное решение кинетических модельных уравнений для газа с вращательными степенями свободы [1]. Эти уравнения, обезразмеренные так же, как в [2, 3], имеют вид

$$\xi_i \frac{\partial f_0}{\partial x_i} = v_r (f_0^r - f_0) + v_t (f_0^t - f_0)$$

$$\xi_i \frac{\partial f_1}{\partial x_i} = v_r (f_1^r - f_1) + v_t (f_1^t - f_1)$$

$$v_r = \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{K} \frac{p_t}{\mu_t} \frac{1}{Z}, \quad v_t = \frac{4}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{K} \frac{p_t}{\mu_t} \left(1 - \frac{1}{Z}\right)$$

$$\mu_t = T_t^{2/3} \frac{\psi(B)}{\psi(BT_t)}$$

$$Z = \frac{3}{4} \pi \frac{\psi(BT_t)}{(BT_t)^{1/6}} \frac{9BT_t}{BT_t + 8} \frac{T_r}{T_t} \left[0.461 + 0.5581 \frac{T_r}{T_t} + 0.0358 \left(\frac{T_r}{T_t}\right)^2 \right]$$

$$\psi(t) = 0.767 + \frac{0.233}{t^{1/6}} \exp[-1.17(t-1)], \quad B = T_\infty/T_*, \quad K = \lambda_\infty/2R$$

$$f_0^r = f_M(T) \left[1 - \omega_0 \frac{4}{15} \frac{q_t^t c_t}{pT} \left(\frac{5}{2} - \frac{c^2}{T} \right) \right]$$

$$f_0^t = f_M(T_t) \left[1 - \frac{4}{15} \frac{q_t^t c_t}{p_t T_t} \left(\frac{5}{2} - \frac{c^2}{T_t} \right) \right]$$

$$f_1^r = T f_M(T) \left[1 - \omega_0 \frac{4}{15} \frac{q_t^t c_t}{pT} \left(\frac{5}{2} - \frac{c^2}{T} \right) + 2\omega_1 (1-\delta) \frac{q_t^r c_t}{pT} \right]$$

$$f_i^t = T_r f_M(T_i) \left[1 - \frac{4}{15} \frac{q_i^t c_i}{p_i T_i} \left(\frac{5}{2} - \frac{c^2}{T_i} \right) + 2(1-\delta) \frac{q_i^r c_i}{p_i T_i} \right]$$

$$f_M(T) = n(\pi T)^{-3/2} \exp(-c^2/T), \quad 1/\delta = 1.55$$

Для кислорода $\omega_0 = 0.5$, $\omega_1 = 0.286$, $T_\infty = 113.5^\circ \text{K}$; T_∞ — температура газа в набегающем потоке. Безразмерные плотность n , скорость U_i , температуры поступательных T_i и вращательных T_r степеней свободы, потоки тепла q_i^t и q_i^r , температура T и давления p_i и p определяются через функции распределения f_0 и f_1

$$n = \int f_0 d\xi, \quad nU_i = \int \xi_i f_0 d\xi, \quad T_i = \frac{2}{3n} \int c^2 f_0 d\xi$$

$$T_r = \frac{1}{n} \int f_1 d\xi, \quad q_i^t = \int c_i c f_0 d\xi, \quad q_i^r = \int c_i f_1 d\xi$$

$$^{5/2}T = ^{3/2}T_i + T_r, \quad p_i = nT_i, \quad p = nT, \quad c_i = \xi_i - U_i, \quad c^2 = c_1^2 + c_2^2 + c_3^2$$

Граничные условия для задачи обтекания сферы потоком газа со скоростью s формулируются следующим образом. На бесконечности в равномерном стационарном потоке заданы $n=1$, $T_r=T_i=T=1$, s

$$f_0 = \pi^{-3/2} \exp[-(\xi-s)^2], \quad f_1 = f_0$$

На поверхности сферы выполняется диффузный закон взаимодействия газа с поверхностью при полной аккомодации энергии поступательных и вращательных степеней свободы

$$f_{0w} = n_w (\pi T_w)^{-3/2} \exp(-\xi^2/T_w) \text{ для } (\xi, n) > 0$$

$$f_{1w} = T_w f_{0w}$$

Здесь T_w — заданная температура сферы, n_w — находится из условия непротекания.

Численный метод, использованный для расчетов сформулированной задачи, описан в [2, 3]. В этих работах задача решалась для исследования влияния вращательных степеней свободы газа на коэффициент сопротивления сферы. В данной работе расчеты проводились с целью выявления характерных особенностей процесса обмена энергией между поверхностью тела и потоком газа с вращательными степенями свободы.

Введем в продольном сечении сферы полярный угол α ($\alpha=0$ в точке торможения), n — нормаль к поверхности в точке α . Потоки поступательной $E_i^t(\alpha)$ и вращательной $E_i^r(\alpha)$ энергии, приносимой молекулами газа на единичный элемент поверхности сферы в единицу времени, определяются через функции f_0 и f_1

$$E_i^t(\alpha) = \int_{\xi_n < 0} \xi_n \xi^2 f_0 d\xi, \quad E_i^r(\alpha) = \int_{\xi_n < 0} \xi_n f_1 d\xi$$

Потоки поступательной $E_w^t(\alpha)$ и вращательной $E_w^r(\alpha)$ энергии, уносимой молекулами газа со сферы, зависят от температуры поверхности T_w и плотности отраженных частиц n_w

$$E_w^t(\alpha) = n_w T_w^{3/2} / \sqrt{\pi}, \quad E_w^r(\alpha) = n_w T_w^{3/2} / 2\sqrt{\pi}$$

$$n_w = -2 \left(\frac{T_w}{\pi} \right)^{-1/2} \int_{\xi_n < 0} \xi_n f_0 d\xi$$

Общий поток энергии на единицу поверхности сферы в единицу времени есть

$$E(\alpha) = E_i(\alpha) + E_w(\alpha) \\ E_i(\alpha) = E_i^t + E_i^r, E_w(\alpha) = E_w^t + E_w^r$$

Поток энергии на полную поверхность сферы получаем после интегрирования по α

$$Q = 2\pi \int_0^\pi E(\alpha) \sin \alpha d\alpha$$

Вычисление потока энергии на сферу при свободномолекулярном течении проводилось по формуле [4]

$$Q^* = 4\pi s \left[0.258 \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} T_w - 0.256 \left(s^2 + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right) + 0.007 \right]$$

где $\gamma = c_p/c_v$, $\gamma = 5/3$ для одноатомного газа и $\gamma = 7/5$ для двухатомного.

Для сравнения потоков энергии в двухатомном газе с потоками энергии в одноатомном газе были выполнены расчеты для задачи обтекания сферы на основе уравнений S-модели [5] при тех же значениях параметров s и T_w . Расчеты проводились для $s=4$, $B=2.4$ (что соответствует $T_\infty = 273^\circ$ для газа O_2). Точность расчетов порядка 2–3%. Полученные в результате расчетов значения Q/Q^* для двухатомного и одноатомного газов при $T_w=1$ и 3 приведены в табл. 1.

Таблица 1

T_w	K	Q/Q^*		T_w	K	Q/Q^*	
		одноатомный газ	двухатомный газ			одноатомный газ	двухатомный газ
1	1.2	0.78	0.80	3	1.2	0.83	0.82
1	0.6	0.72	0.70	3	0.6	0.78	0.77
1	0.3	0.64	0.66	3	0.3	0.75	0.73

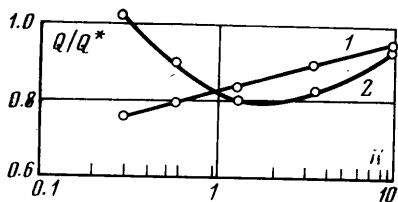
Таблица 2

T_w	K	n_w	E_w^t	E_i^t	E_w^r	E_i^r	E_w	E_i	E
6	∞	5.79	47.60	-73.5	23.80	-4.00	71.40	-77.50	-6.10
6	1.2	4.99	41.14	-60.93	20.56	-5.80	61.70	-66.73	-5.03
6	0.6	4.72	38.82	-58.38	19.38	-5.81	58.20	-64.19	-5.99

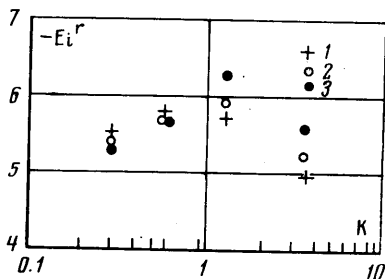
Отметим, что значения Q^* для одноатомного и двухатомного газов различны. Как видно из табл. 1, при достаточно холодной поверхности обтекаемой сферы для чисел Кнудсена, больших или порядка единицы, различие между Q/Q^* для двухатомного и одноатомного газов не существенно. Однако в тех случаях, когда температура поверхности близка к равновесной, наличие вращательных степеней свободы сказывается на поведении величины Q/Q^* .

На фиг. 1 сравниваются результаты расчетов при $s=4$, $T_w=6$ для одноатомного и двухатомного газов. Равновесная температура для двухатомного газа при $K=\infty$ есть $T_w=6.5$. Данные для одноатомного газа изобра-

жены кривой 1, для двухатомного — кривой 2. На фиг. 1 видно, что кривая 2 обладает минимумом при некотором конечном значении K . К сожалению, расчеты при малых числах Кнудсена не удается провести с хорошей точностью, что не позволяет построить кривую 2 вплоть до $K=0$. Тем не менее можно утверждать, что с уменьшением K кривая 2 должна иметь по крайней мере один локальный максимум. Это следует из того, что кривая 2 на построенном участке расположена выше нуля, с уменьшением K возрастает, а при $K=0$ должна попасть в начало координат. Для объяснения немонотонного поведения величины Q/Q^* по числам Кнудсена для газа с вращательными степенями свободы в табл. 2 приводятся значения отдельных составляющих потока энергии на элемент поверхности сферы в окрестности точки торможения.



Фиг. 1



Фиг. 2

Из табл. 2 следует, что немонотонная зависимость величины E от числа Кнудсена вызвана немонотонным поведением E_i^r потока вращательной энергии молекул, падающих на поверхность.

На фиг. 2 приводится зависимость E_i^r при $\alpha=0$ для различных значений T_w от числа K . Данные, нанесенные цифрами 1–3, отвечают значениям $T_w=1, 3$ и 6 соответственно. Свободномолекулярное значение $-E_i^r=4$ не зависит от T_w . Немонотонное поведение величины E_i^r имеет место и при холодной поверхности обтекаемого тела. Однако при холодной поверхности общий поток энергии намного больше E_i^r и указанная немонотонность E_i^r не сказывается на характере поведения общего потока энергии. И лишь при температуре тела, близкой к равновесной, когда суммарный поток энергии на тело становится небольшим и сравним с E_i^r , немонотонность E_i^r по числам Кнудсена приводит к немонотонному поведению потока энергии $E(\alpha)$, а следовательно, и Q/Q^* .

Немонотонный характер поведения E_i^r в рассматриваемом диапазоне чисел Кнудсена качественно обусловлен следующими факторами, действующими в противоположных направлениях. С одной стороны, поджатие потока около тела приводит к повышению температуры поступательных степеней свободы, а следовательно, и общей температуры газа. Частицы, испытавшие неупругое столкновение вблизи тела, повышают свою вращательную энергию и, попадая на тело, увеличивают абсолютное значение E_i^r . Вращательная энергия частиц в набегающем потоке при больших числах Маха мала по сравнению с их поступательной энергией, поэтому при неупругих столкновениях около тела происходит резкое возрастание вращательной энергии частиц, а следовательно, и абсолютной величины E_i^r . Этого нельзя сказать об энергии поступательных степеней свободы частиц.

С другой стороны, возникающие с уменьшением числа Кнудсена столкновения вблизи тела приводят к рассеянию потока частиц, летящих на поверхность, и уменьшают общее число частиц, падающих на тело в единицу времени. Это уменьшает абсолютное значение E_i^r . О поведении потока

частиц в окрестности точки торможения можно судить по значениям величины n_w в табл. 2.

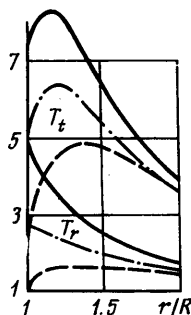
Как показывают результаты вычислений, при больших числах Кнудсена превалирует действие первого фактора, с понижением чисел Кнудсена более эффективно действует второй фактор. При $K \rightarrow 0$ абсолютная величина E_i^r стремится к конечному значению, равному E_w^r , поэтому на фиг. 2 с уменьшением K можно ожидать появления локального минимума в абсолютном значении величины E_i^r .

Немонотонное поведение величины потока энергии Q к сфере в зависимости от K должно приводить к немонотонной зависимости величины равновесной температуры тела от числа Кнудсена. Равновесная температура, соответствующая $K = \infty$, будет равновесной и при некоторых конечных числах Кнудсена.

Полученные в работе [6] экспериментальные значения равновесной температуры не имеют немонотонного поведения в зависимости от числа Рейнольдса Re_0 . Это может быть обусловлено несколькими причинами. Во-первых, эффект немонотонности имеет место в расчетах при $K \geq 0.3$, а экспериментальные данные относятся к области малых чисел Кнудсена ($0.01 \leq K \leq 0.4$) и захватывают лишь начало расчетной области. Во-вторых, относительная величина немонотонного изменения равновесной температуры вблизи свободномолекулярного значения может быть малой и поглощена имеющимся большим разбросом экспериментальных данных. Практически эффект может быть сведен к тому, что экспериментальная кривая равновесной температуры будет достигать своего свободномолекулярного значения не асимптотически при $Re_0 \rightarrow 0$, а при некотором конечном значении Re_0 . Это находит подтверждение в том, что равновесная температура на фиг. 4 работы [6] достигает свободномолекулярного значения уже при $Re_0 \sim 2$.

Провести прямое сравнение данных настоящей работы с данными [6] не представляется возможным, так как специального расчета кривой равновесной температуры нами не проводилось. При сопоставлении результатов расчета с результатами эксперимента, выполненного в расширяющейся струе, истекающей из сопла, следует иметь в виду, что при больших числах Кнудсена возможен эффект «замораживания» вращательных степеней свободы и это может существенно сказаться на величине потока энергии к телу, а следовательно, и на величине равновесной температуры обтекаемого тела.

На фиг. 3 приведены графики T_t и T_r вдоль оси перед телом при $K = 0.3$. Сплошные кривые соответствуют $T_w = 6$, штрихпунктирные — $T_w = 3$ и пунктирные — $T_w = 1$. Эти графики дают представление о поведении температур поступательных и вращательных степеней свободы. Значительное различие этих температур свидетельствует о существенно неравновесном характере течения газа. При резком поджатии потока более легко повышается энергия поступательных степеней свободы. Процесс выравнивания средних энергий поступательных и вращательных степеней свободы идет медленнее, так как он обеспечивается только неупругими столкновениями.



Фиг. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыков В. А. Модельное кинетическое уравнение для газа с вращательными степенями свободы. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 6.
 2. Ларина И. Н., Рыков В. А. Обтекание сферы двухатомным газом на основе кинетических уравнений. Докл. АН СССР, 1976, т. 227, № 1.
 3. Ларина И. Н., Рыков В. А. Метод исследования течений двухатомного газа. В сб.: «Численные методы в динамике разреженных газов», вып. 3. М., ВЦ АН СССР, 1977.
 4. Опленгейм А. К общей теории конвективного теплообмена в свободно молекулярном потоке. Механика, 1953, № 5 (21).
 5. Шахов Е. М. Метод аппроксимации кинетического уравнения Больцмана. В сб.: «Численные методы в теории разреженных газов», М., ВЦ АН СССР, 1969.
 6. Никольский Ю. В., Перушин Г. Е., Черникова Л. Г. Экспериментальное исследование теплопередачи на сферах и тонких конусах в гиперзвуковом потоке разреженного газа. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 4, № 1.
-