

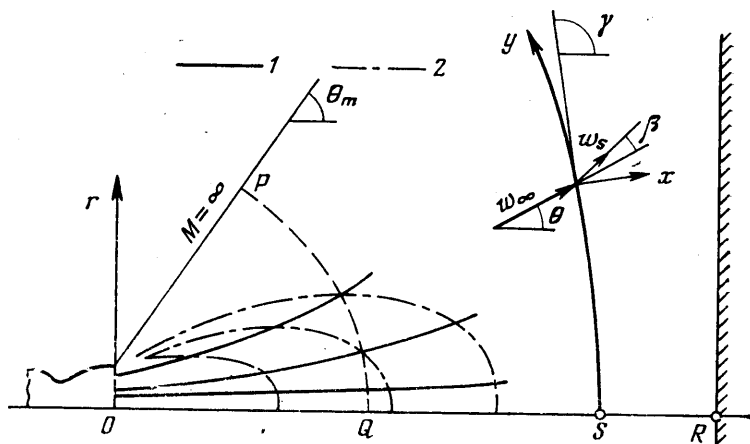
ТЕЧЕНИЕ В УДАРНОМ СЛОЕ ПЕРЕД ПРЕГРАДОЙ,  
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ОСИ СВЕРХЗВУКОВОЙ  
НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ

Е. И. СОКОЛОВ

(Ленинград)

Для анализа обтекания затупленных тел равномерным гиперзвуковым потоком с успехом применяется подход, основанный на стремлении плотности в ударном слое перед телом к постоянному предельному значению, — решение с постоянной плотностью [1, 2]. Ниже подобное решение, полученное в [3], распространяется на случай осесимметричного гиперзвукового потока с переменной по величине и направлению скоростью. С его помощью исследуется течение в присоединенной области ударного слоя, возникающего при взаимодействии недорасширенной струи с преградой, расположенной на достаточном расстоянии от сопла.

1. Пусть в известном поле струи на расстоянии  $l$  от сопла аналитической кривой, имеющей на оси кривизну  $K_s$ , задан центральный скачок уплотнения. Плоская преграда ( $K=0$ ), вызывающая его появление, расположена на расстоянии  $\delta$  от скачка. Будем рассматривать осесимметричное течение идеального совершенного газа в криволинейной ортогональной системе координат, связанной с центральным скачком (фиг. 1).



Фиг. 1

Пусть  $w, u, v$  — скорость и ее проекции на оси  $x, y$ ;  $h$  — расстояние от среза сопла до преграды;  $\rho$  — плотность;  $n$  — нерасчетность струи, равная отношению давления на срезе сопла к давлению окружающей среды;  $a$  — скорость звука;  $M = w/a$ ;  $\varepsilon = \rho_\infty / \rho_s$  — отношение плотностей на ударной волне;  $\sigma = \gamma - \theta$  — угол наклона образующей скачка к вектору скорости. Линейные размеры отнесены к радиусу среза сопла. Индекс  $s$  соответствует параметрам на срезе.

Известно [2], что при

$$(1.1) \quad \xi = \max(\varepsilon; \delta K_s; \delta K) \ll 1, (K_s y)^2 \ll 1$$

система уравнений, описывающих течение в ударном слое, может быть упрощена. В [4] такое упрощение проведено для случая взаимодействия струи с преградой в вакууме ( $n = \infty$ ). В отличие от [4] будем рассматривать взаимодействие при нерасчетностях, меньших предельной  $n_s(h)$  [5], когда любое изменение  $n$  влияет на положение скачка перед преградой и течение в ударном слое в целом. Естественно, что при всякой ограниченной нерасчетности с уменьшением  $n$  при  $h = \text{const}$  (или с увеличением  $h$  при  $n = \text{const}$ ) центральный скачок занимает в пределе положение маховского диска первой бочки свободной струи ( $l = l_m$ ), на которое уже не влияет любое перемещение преграды, в том числе и удаление ее на бесконечность. Можно поэтому считать, что при  $n \neq \infty$  и  $l \rightarrow l_m \delta \rightarrow \infty$ .

Многочисленные эксперименты показывают, однако, что кривизна скачка при любых  $n$ ,  $\delta$  и  $h$  остается величиной малой, причем при  $l \rightarrow l_m K_s \rightarrow 0$  [6]. Исходя из этого, произведение  $\delta K_s$  и при  $n \neq \infty$  будем считать по крайней мере на порядок меньшим единицы для любых  $\delta$ . Так как газ в струе быстро разгоняется до скоростей, близких к максимальной [7], то практически при любых параметрах истечения, независимо от  $\delta$ , уже на расстоянии  $l$  в несколько диаметров сошла имеем  $\varepsilon \ll 1$ . Следовательно, оценки (1.1) справедливы начиная с некоторого  $l$  для любого режима взаимодействия в пределах первой бочки. Тогда система уравнений, описывающих течение в ударном слое, примет упрощенный вид [3], позволяющий ввести в присоединенной области функцию тока

$$(1.2) \quad \psi = y^2 (Ax^2 + Bx + C)$$

На центральном скачке ( $x = \text{const} = 0$ )  $\psi = \psi_s$ ;  $\partial\psi/\partial x|_s = -v_s y$ , откуда  $B = -v_s y$ ,  $C = \psi_s/y^2$ . Для определения  $A$  воспользуемся тем, что в рассматриваемой постановке вихрь  $\omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$  пропорционален радиусу [1], т. е.  $\omega/r \approx \omega_s/y = \text{const}$ . Выразив  $\omega$  через  $\psi$  в силу (1.2), легко получить  $A = -\omega_s/2y$ . Вихрь при этом должен вычисляться по формуле

$$\omega_s = \frac{a_\infty (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon} \frac{d}{dy} (M_\infty \sin \sigma)$$

которая при  $M = \text{const}$  совпадает с формулой (1.5.12) в [1]. Так как  $\psi_s$  — четная, а  $v_s$  — нечетная функция  $y$ , то коэффициенты  $B$ ,  $C$ , как и  $A$ , постоянны в некоторой окрестности оси. Найдем их значения предельным переходом при  $y \rightarrow 0$  в соответствующих выражениях, учитывая неравномерность потока по величине и направлению

$$(1.3) \quad -A = \frac{a_\infty (1-\varepsilon)^2}{2\varepsilon} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{y} \frac{d}{dy} (M_\infty \sin \sigma) = \\ = \frac{a_\infty (1-\varepsilon)^2}{2\varepsilon} \left[ \frac{\partial^2 M_\infty}{\partial y^2} - M_\infty \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right)^2 \right]_0$$

$$(1.4) \quad -B = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{w_s \cos(\gamma - \beta - \theta)}{y} = \frac{u_s}{\varepsilon} \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right)_0,$$

$$C = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\psi_s}{y^2} = \frac{u_s}{2}$$

Выражение (1.4) для  $B$  получено с использованием соотношения на косом скачке  $\text{tg}(\sigma - \beta) = \varepsilon \text{tg} \sigma$ . Индекс  $s$  присвоим далее параметрам на

оси за скачком. Пусть  $M_{yy}$  — производная  $\partial^2 M / \partial y^2$  при  $y=0$ ,  $\theta_y$  — производная  $\partial \theta / \partial y$  ( $y=0$ ). Величина  $\partial \gamma / \partial y$  при  $y=0$  равна  $K_s$ . Индекс  $\infty$  здесь и далее опущен.

Определим связь отхода скачка с его кривизной на оси. Для этого, воспользовавшись граничным условием при  $x=\delta$ , положим в (1.2)  $\psi=0$ . Подставив туда выражения (1.3), (1.4) и учитывая, что  $w(y=0)=u_s/\varepsilon$ , окончательно получим

$$(1.5) \quad \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right)^2 (M^{-1}M_{yy}-z^2)\delta^2 + 2 \frac{z}{\varepsilon} \delta - 1 = 0, \quad z = \theta_y - K_s$$

Здесь  $z$  — эффективная кривизна скачка. Разность  $M^{-1}M_{yy}-z^2$ , определяющую завихренность потока, назовем газодинамической кривизной.

Формулы для расчета течения в ударном слое имеют вид

$$(1.6) \quad \Psi = \frac{1}{2} Y^2 [(2q-1)X^2 - 2qX + 1]$$

$$(1.7) \quad U = (2q-1)X^2 - 2qX + 1, \quad V = Y[q - (2q-1)X]$$

$$\Psi = \frac{\psi}{u_s \delta^2}, \quad U = \frac{u}{u_s}, \quad V = \frac{v}{u_s}, \quad X = \frac{x}{\delta}, \quad Y = \frac{y}{\delta}, \quad q = \frac{z\delta}{\varepsilon}$$

Из (1.7) следуют выражения для градиентов скорости на оси в точке  $S$  и в точке торможения  $R$ :

$$(1.8) \quad \left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_S = -q, \quad \left. \frac{\partial V}{\partial Y} \right|_R = 1-q$$

Формулы (1.6)–(1.8) определяют поле течения, если известен входящий в них параметр  $q$ . Разрешим относительно  $q$  уравнение (1.5)

$$(1.9) \quad q = \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \pm \sqrt{\frac{1}{(1-\varepsilon)^2} \left[ \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} - 1 \right] + \left( \frac{\delta}{\varepsilon} \right)^2 M^{-1}M_{yy}}$$

Учет неравномерности потока привел к появлению последнего члена в (1.9), который в рассматриваемой постановке в силу неограниченности  $\delta$  может иметь не только одинаковый порядок с предшествующим, но и превышать его. В случае  $n = \infty$   $\delta/l \ll 1$  [8] и последний член в (1.9) может быть опущен. Это приведет в итоге к решению [4].

Для замыкания решения с постоянной плотностью обычно используется условие  $K_s=K$ , справедливое для гладких тел. Известно, однако, что результаты решения справедливы для широкого класса тел и при  $K_s \neq K$ , но в этом случае задача о расчете поля течения остается незамкнутой [2]. Уравнение (1.5) при заданном  $l$  фактически содержит две неизвестные величины —  $K_s$  и  $\delta$ , но предположение  $K_s=K$  ( $K=0$ ) противоречило бы всем известным результатам исследования взаимодействия струи с преградой при  $n < n_c$ . Поэтому для замыкания рассматриваемой задачи требуется иное дополнительное условие.

2. Проанализируем зависимость между отходом скачка от преграды и его кривизной, оставляя  $K_s \ll 1$  свободным параметром. В отличие от решения [3] коэффициенты при  $\delta^2$  и  $\delta$  в (1.5) могут обращаться в нуль. Из (1.3) следует, что обращение в нуль газодинамической кривизны соответствует безвихревому течению на преграде. При  $z=0$  центральный скачок в окрестности оси ортогонален линиям тока (1.5). Кроме того, уравнение (1.5) имеет два решения при  $K_s=0$ . Назовем отходы, соответствующие об-

ращению в нуль  $\omega_s/y$ ,  $z$  и  $K_s$ , особыми. Из (1.5) легко получить

$$(2.1) \quad \delta_1 = \frac{\varepsilon}{2} (M^{-1} M_{vv})^{-1/2} \quad (\omega_s/y=0) \quad \delta_2 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} (M^{-1} M_{vv})^{-1/2} \quad (z=0)$$

$$(2.2) \quad \delta_{3,4} = \frac{-\theta_v \pm \sqrt{\theta_v^2 + (1-\varepsilon)^2 (M^{-1} M_{vv} - \theta_v^2)}}{(1-\varepsilon)^2 (M^{-1} M_{vv} - \theta_v^2)} \varepsilon \quad (K_s=0)$$

Производная  $M_{vv}$  связана с производными на оси струи ( $r=0$ )  $\partial^2 M / \partial r^2 = M_{rr}$  и  $\partial M / \partial x = M_x$  соотношением

$$(2.3) \quad M_{vv} = M_{rr} - K_s M_x = M'' + z M_x, \quad M'' = M_{rr} - \theta_v M_x$$

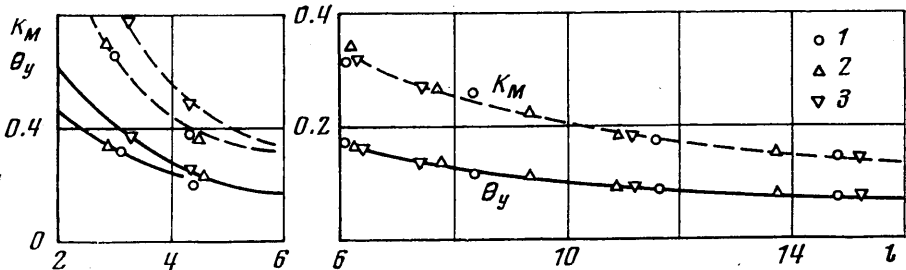
Здесь  $M''$  — производная  $M_{vv}$  вдоль кривой, ортогональной линиям тока. С учетом (2.3), (2.1) примут вид

$$(2.4) \quad \delta_1 = \frac{\varepsilon M}{M_x \pm \sqrt{M_x^2 + 4MM''}}, \quad \delta_2 = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \sqrt{\frac{M}{M''}}$$

Из (2.3) следует, что кривизна  $K_M$  линии  $M = \text{const}$  ( $M_{vv} = 0$ ) вычисляется как  $K_M = M_{rr} M_x^{-1}$ . Подставив  $K_M$  в (1.5), получим (с точностью до  $\varepsilon$ ) соответствующее такой форме скачка значение отхода

$$(2.5) \quad \delta_5 = - \frac{\varepsilon M_x}{(1 \pm \sqrt{2\varepsilon}) M''}$$

Как известно, расширение газа струи происходит в пересекающихся центрированных волнах разрежения, сходящих с кромок сопла. Особенностью такого течения является более интенсивное, чем в источнике, нарастание чисел  $M$  в поперечном направлении. Проведем, например, из произвольной точки  $Q$  на оси свободнорасширяющейся струи (фиг. 1) кривую  $PQ$  в меридиональной плоскости, ортогональную линиям тока (линиям 1 на фиг. 1). При любом  $\theta_m$  эта кривая пересечет граничную линию тока струи, на которой  $M = \infty$ . Следовательно, вдоль такой кривой число  $M$



Фиг. 2

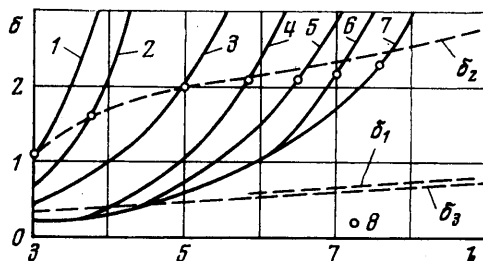
возрастает, причем значение  $M = \infty$  достигается вдоль нее на конечном расстоянии, а вдоль оси — при удалении на бесконечность от выбранной точки. Линии равных значений  $M$  в струе (линии 2 на фиг. 1) сходятся на кромке сопла [9] и всюду вогнуты в его сторону сильнее, чем нормали к линиям тока.

На фиг. 2 для свободных струй воздуха построены графики изменения вдоль оси кривизны  $K_M$  линий  $M = \text{const}$  и кривизны  $\theta_y$  нормалей к линиям тока ( $1 - M_c = 1.0$ ,  $2 - M_c = 1.5$ ,  $\theta_c = 5^\circ$ ,  $3 - M_c = 2.0$ ,  $\theta_c = 5^\circ$ ). Все необходимые для этого производные определялись численно по результатам расчета

поля струи методом сеток. Характер изменения величин  $K_M$  и  $\theta_v$  уже вблизи сопла становится универсальным. Данные фиг. 2 подтверждают, что в струе закономерно  $K_M > \theta_v$ , т. е. образующая поверхности, ортогональной линиям тока, пересекает линии  $M = \text{const.}$  (Для исследованных струй отношение  $K_M/\theta_v$  всегда близко к двум.) Таким образом, производная  $M''$  положительна. Учитывая это, в (2.4) оставим только положительное значение радикала. При  $M'' > 0$  из (2.5) следует, что в струе  $\delta_s < 0$ , т. е. для физически реальных положительных значений  $\delta$  всегда  $M_{yv} > 0$ .

Из (2.4) и (2.2) видно, что значения особых отходов определяются только полем свободно расширяющейся струи и всегда могут быть вычислены в функции  $l$ . Результаты вычисления особых отходов для струи

воздуха ( $M_c = 1$ ) приведены на фиг. 3. Функции  $\delta_1(l)$  и  $\delta_3(l)$  здесь практически линейны и весьма близки одна к другой, а функция  $\delta_4(l)$  для этой струи отрицательна. С удалением от сопла зависимость  $\delta_2(l)$  также приближается к линейной. Особые отходы неограниченно возрастают при  $l \rightarrow \infty$ , когда  $M \rightarrow \infty$ ,  $M_{yv} \rightarrow 0$ ,  $\theta_v \rightarrow l^{-1}$ . С другой стороны, в физическом процессе взаимодействия



Фиг. 3

струи с преградой  $\delta \rightarrow \infty$  при конечном  $l \rightarrow l_m$  (п. 1), когда соответствующие величины  $\delta_1 \div \delta_4(l_m)$  конечны. Следовательно, центральный скачок при изменении  $n$  или  $h$  может занимать положения, совпадающие с особыми. Так, на фиг. 3 приведены опытные данные авторов [6] по положению центрального скачка перед безграничной плоской преградой, полученные измерением величины  $l$  на пликрен-фотографиях процесса при увеличении  $h$  и  $n = \text{const.}$  Кривые 1-7, которые соответствуют нерасчетностям 7.55, 9.31, 15.9, 20.8, 26.2, 31.4, 36.0, имеют монотонный характер и последовательно пересекают кривые  $\delta_1 \div \delta_3(l)$ .

Таким образом, для фиксированного  $l$  существует единственное положение преграды относительно центрального скачка  $\delta_1$ , при котором течение вдоль нее безвихревое (2.4), единственное положение  $\delta_2$ , при котором центральный скачок в окрестности оси ортогонален линиям тока (2.4), и по крайней мере одно положение  $\delta_3$ , при котором геометрическая кривизна скачка равна нулю. (Количество положительных корней в (2.2) определяется знаком знаменателя.) Если считать фиксированным положение преграды, то можно утверждать о существовании таких комбинаций параметров взаимодействия, при которых течение обладает указанными особенностями, но их единственность очевидна лишь для безграничных преград, где зависимость  $\delta(l)$  монотонна. Изменение плотности в ударном слое может быть учтено введением вместо  $x$  переменной

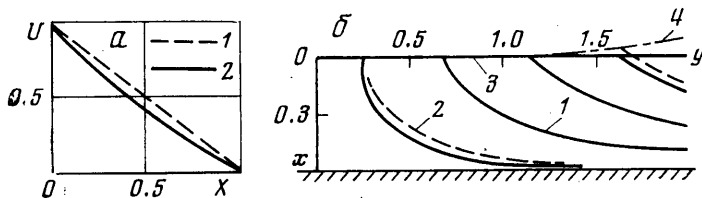
$$\eta = \int_0^x \rho \rho_*^{-1} dx \quad [^2], \text{ в результате (2.1), (2.2) вместо } \delta \text{ войдут соответствующие}$$

значения  $\eta_0$ , что не изменит приведенных выше заключений.

Каждому конкретному режиму взаимодействия струи с преградой соответствуют вполне определенные значения отхода и расстояния центрального скачка от сопла, т. е. точка в плоскости  $l, \delta$ . Положение этой точки относительно кривых  $\delta_1 \div \delta_4(l)$ , определяемое ее координатами, будет, очевидно, характеризовать знаки геометрической, эффективной и газодинамической кривизны центрального скачка. Иными словами, при

взаимодействии струи с преградой знаки газодинамической, эффективной и геометрической кривизны полностью определяются парой значений ( $l, \delta$ ).

3. Как известно, при  $n < n_*$  перед преградой формируется сложное течение с разветвленной волновой структурой. Особенности его подробно описаны в [6, 10]. Пересечение скачков разной интенсивности, наличие стационарного разрыва, разделяющего до- и сверхзвуковые потоки, связанные с этим периферийные вязкие эффекты — все это влияет на величину отхода скачка. По-видимому, трудно построить достаточно строгую модель, которая учитывала бы указанные особенности течения, позволяя замкнуть задачу. В данном случае представляется более целесообразным



Фиг. 4

проводить замыкание задачи, задавая при  $n < n_*$  положение скачка перед преградой по эмпирической формуле [5]

$$(3.1) \quad \frac{l}{M_c \sqrt{\kappa n}} = 1.49 - 1.66 \exp\left(-0.865 \frac{h}{M_c \sqrt{\kappa n}}\right),$$

$$\delta = h - l, \quad n < n_* = \frac{2.06}{\kappa} \left(\frac{h}{M_c}\right)^2$$

Для расчета течения в ударном слое при заданном  $\delta$  остается выбрать один из двух корней (1.9). Так как  $\varepsilon < 1$ , эти корни действительны и различны. Они положительны, когда  $(1-\varepsilon)^{-2} \geq (\delta/\varepsilon)^2 M^{-1} M_{vv}$ , т. е. при  $\delta \leq \delta_2$  (2.1). При  $\delta > \delta_2$  уравнение имеет два разных по знаку корня. Подставим поочередно большее и меньшее значения  $q$  из (1.9) в выражение градиента в точке торможения (1.8). Проведя несложные преобразования, легко убедиться, что при  $M_{vv} > 0$  меньшему  $q$  (знак минус радикалом в (1.9)) всегда соответствует положительное значение градиента, большему — отрицательное. Поэтому при  $\delta < \delta_2$  выберем меньшее значение  $q$ .

Рассмотрим подробнее случай разных по знаку корней уравнения (1.5).

При  $\delta > \delta_2$  меньшее  $q$  отрицательно. Из (1.7) и (1.8) следует, что при  $q < 0$  на скачке появляется составляющая  $V$ , направленная к оси, а поток за скачком ускоряется. Далее, при  $q < 0, z < 0$ , т. е.  $\theta_v < K_s$ , и центральный скачок в окрестности оси вогнут к соплу сильнее, чем поверхность, нормальная линиям тока. Известно, что подобная конфигурация головной ударной волны в равномерном потоке невозможна. Так, численные расчеты [11] показывают, что головная ударная волна даже при обтекании вогнутого тела остается выпуклой к потоку. Кроме того, доказано, что кривизна отпешней головной волны на оси в осесимметричном течении конечна и не равна нулю [12]. По аналогии с равномерным потоком положим, что течение при  $\theta_v < K_s$ , т. е. при  $q < 0$ , невозможно, и перейдем при  $\delta = \delta_2$  от меньшего, равного нулю корня (1.9) к большему, равному  $2(1-\varepsilon)^{-2} > 1$ . Этому соответствуют отрицательные градиенты в точке торможения на преграде и в точке  $S$  за скачком (1.8). Следовательно, на оси должна существовать промежуточная точка торможения, расстояние которой  $\xi$  от скачка найдем из (1.7) при  $U=0$ :  $\xi = (2q-1)^{-1} \delta$ . Отсюда видно, что при

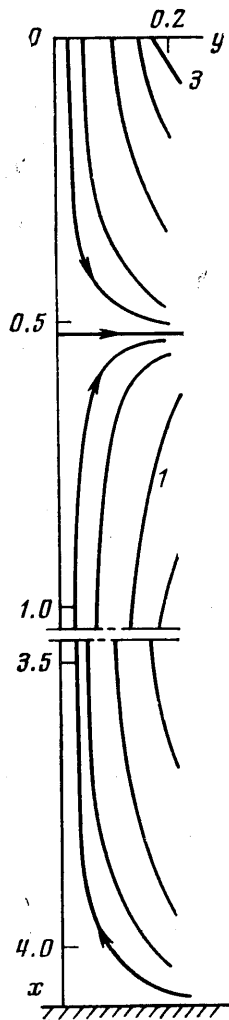
всяком  $q > 1$  между преградой и скачком появляется промежуточная точка торможения с уходящей от нее на бесконечность параллельной скачку линией  $\psi = 0$ , ниже которой располагается замкнутая при  $y = \infty$  циркуляционная зона.

Появление в решении промежуточной линии тока  $\psi = 0$  вполне объяснимо. Зафиксируем в поле струи при  $n = \infty$  центральный скачок и выберем на нем точку  $y_1$ , соответствующую расходу  $\psi_1$ . В ударном слое этот расход вытекает с профилем (1.2) в сечении  $\delta$ , проходящем через  $y_1$ . Уменьшению нерасчетности соответствует неограниченное увеличение  $\delta(n)$  при  $\psi_1 = \text{const}$  и  $\psi(\delta) = 0$ . Так как коэффициенты  $A$  и  $B$  в (1.2) меняются при этом мало ( $K_s \ll 1$ ), неизбежен момент, когда профиль (1.2) не заполнит сечение  $\delta(n)$  расходом  $\psi_1$  при условии  $\psi(\delta) = 0$  без образования возвратного течения.

Таким образом, полученное в п. 1 решение описывает два типа течения. При  $\delta < \delta_2$  решение соответствует радиальному растеканию вдоль преграды, при  $\delta > \delta_2$  — течению с промежуточной точкой торможения в ударном слое. При  $\delta = \delta_2$  все параметры течения терпят разрыв.

Существование в рамках полученного решения течений двух типов соответствует имеющимся экспериментальным данным. Как известно, непрерывное увеличение отхода скачка, вызванное изменением  $n$  или  $h$ , ведет к нарушению радиального течения вдоль преграды и формированию центральной циркуляционной зоны [6, 10]. В физическом процессе, однако, смена типа течения происходит не скачкообразно, а в некотором конечном диапазоне  $n$  (или  $h$ ). (Процесс изменения волновой структуры перед преградой при  $h = \text{const}$  и уменьшении  $n$  хорошо виден на фотографиях, приведенных на рис. 2 в [6].) На фиг. 3 дано сопоставление полученных из решения значений отхода  $\delta_2(l)$ , соответствующих смене типа течения, с опытными данными. Точками  $\delta$  отмечены значения отходов, отвечающие началу перестройки течения (эксперимент [6]). Их хорошее согласование с расчетной зависимостью  $\delta_2(l)$  свидетельствует о соответствии полученного решения физическому явлению. Можно поэтому предположить, что основное влияние периферийных эффектов, в том числе и вязких, на приосевое течение состоит в оттеснении центрального скачка от преграды (это учитывается в решении формулой (3.1)), а циркуляционное течение по крайней мере в приосевой области определяется в основном требованиями сохранения расхода. Отметим, что момент перестройки течения соответствует ортогональности центрального скачка линиям тока и определяется лишь парой значений  $l, \delta$ . Существование центрального скачка с кривизной, большей  $\theta_y$ , в решении невозможно, а величина  $M'' > 0$  есть наименьшее достижимое значение  $M_{yy}$ .

4. Проведенный анализ показывает, что полученное решение хорошо описывает основные закономерности процесса взаимодействия струи с преградой, выявленные ранее экспериментально.



Фиг. 5

Приведем примеры применения решения к расчету течения в ударном слое. В проведенной серии расчетов приближенно принималось  $M_{вз} \approx M''$ . О точности решения можно судить по данным, приведенным на фиг. 4. Они соответствуют истечению в вакуум струи с показателем адиабаты  $\kappa=1.25$ ,  $M_c=4.0$ ,  $\theta_c=0$ . На фиг. 4, а распределение осевой скорости в ударном слое, полученное в [8] при  $h=10$  (кривая 1) сопоставлено с расчетом по формуле (1.7) (кривая 2), когда величина отхода в (1.9) принималась равной полученному в [8] значению. На фиг. 4, б построен спектр линий тока в ударном слое. Кривые 1 соответствуют линиям тока, рассчитанным по формуле (1.6), кривые 2 — линиям тока, полученным в [8], форма которых отличается от рассчитанной по (1.6). Приосевая область условно ограничивалась по  $y$  значениями  $M \leq 0.4$ , когда плотность мало отличалась от плотности торможения. Форма ударной волны, которая аппроксимировалась по известной величине  $K_s = \theta_v - q\varepsilon/\delta$  параболой (кривая 3), отличается от полученной в [8] (кривая 4) лишь при больших  $y$ . На фиг. 5 приведен спектр линий тока, рассчитанный по формуле (1.6) при  $n < n_*$  ( $\kappa=1.4$ ,  $M_c=2.0$ ,  $\theta_c=5^\circ$ ,  $n=5.08$ ,  $h=10$ ). Отход  $\delta$ , определяемый по формуле (3.1), превышает здесь значение  $\delta_2(l)$  (2.4), при котором следует перейти к решению с промежуточной точкой торможения. Обозначения те же, что на фиг. 4, б, стрелками указано направление течения. В работе [9] на фиг. 10 для таких же параметров взаимодействия струи с преградой приведены результаты визуализации течения в циркуляционной зоне флюгерным зондом.

Автор признателен В. Н. Ускову за постоянное внимание к работе и плодотворные обсуждения и В. И. Ускову за любезно предоставленные результаты расчетов течения в свободных струях.

Поступила 1 XII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Лунев В. В. Гиперзвуковая аэродинамика. М., «Машиностроение», 1975.
3. Ting-Yi Li, Geiger R. E. Stagnation point of a blunt body in hypersonic flow. J. Aero. Sci., 1957, vol. 24, No. 1.  
(Рус. перев.: Критическая точка тупоносого тела в гиперзвуковом потоке. Механика. Сб. перев. иностр. период. лит-ры, 1957, № 5.)
4. Лунев В. В., Храмов Н. Е. Течение в окрестности критической точки тупого тела в расходящемся гиперзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
5. Гинзбург И. П., Соколов Е. И., Усков В. Н. Типы волновой структуры при взаимодействии недорасширенной струи с безграничной плоской преградой. ПМТФ, 1976, № 1.
6. Гинзбург И. П., Семилетенко Б. Г., Усков В. Н. Экспериментальное исследование взаимодействия недорасширенной струи с плоской преградой, перпендикулярной оси струи. Уч. зап. ЛГУ, 1973, № 369.
7. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А. Истечение сверхзвуковой струи в вакуум. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 7. М., Изд-во МГУ, 1967.
8. Лебедев М. Г., Пчелкина Л. В., Савинов К. Г. Решение задач газовой динамики методом установления. Науч. тр. НИИ механ. МГУ, 1972, № 19.
9. Жозов В. А., Хомутский А. А. Атлас сверхзвуковых течений свободно расширяющегося идеального газа, истекающего из осесимметричного сопла. Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1224.
10. Губанова О. И., Лунев В. В., Пластинина Л. Н. О центральной срывной зоне при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.
11. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф. Сверхзвуковое обтекание тел различной формы с отшедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
12. Шифрин Э. Г. О течениях с дозвуковой особенностью на ударной волне. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.