

На фигуре приведены графики зависимости F от величины разности потенциалов U между цилиндрами при $\epsilon_1=1$ и $\epsilon_2=10, 70, 100$. Граница устойчивости в плоскости переменных (V_0, U) определяется равенством $\lambda_* = 0$: $V_{0*} = -h^2(1+F)$. Из фигуры видно, что $F < 0$. Таким образом электрическое поле в данном случае оказывает дестабилизирующее воздействие на границу раздела жидких диэлектриков.

В заключение автор благодарит И. Е. Тарапова за постоянное внимание к работе.

Поступила 1 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М., «Наука», 1976.
2. Борисов И. Д. Равновесные формы поверхности намагничивающейся капиллярной жидкости. Малые колебания. Уральская конференция по применению магнитной гидродинамики в металлургии (Тез. докл.), вып. 1. Пермь, 1974.
3. Шашин В. М., Шуванов Н. И. Равновесные формы свободной поверхности жидкости в гравитационном и магнитном полях с учетом сил поверхностного натяжения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
4. Беляева М. А., Слобожанин Л. А., Тюпцов А. Д. Гидростатика в слабых силовых полях. В кн. «Введение в динамику тела с жидкостью в условиях невесомости». М., ВЦ АН СССР, 1968.
5. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М., «Мир», 1972.

УДК 532.516.5

ЯВЛЕНИЕ «БЛОКИРОВКИ» ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Л. М. СИМУНИ

(Ленинград)

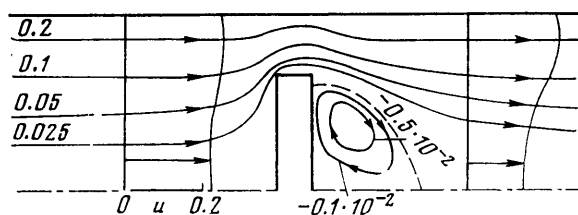
В [1] численно исследовано явление «блокировки» при обтекании периодически расположенных препятствий вязкой стратифицированной жидкостью. В данной работе исследуется аналогичное явление при обтекании препятствия вращающейся жидкостью. Аналогия между движениями вращающейся и стратифицированной жидкости исследовалась ранее в основном в рамках идеальной жидкости [2, 3]. При помощи численного решения уравнений Навье — Стокса устанавливается, что явление блокировки при осесимметричном обтекании препятствия вращающейся жидкостью аналогично этому явлению для двумерной задачи обтекания препятствия стратифицированной жидкостью.

Рассматривается задача о движении периодически расположенных цилиндров вдоль оси круглой бесконечной трубы, содержащей вязкую несжимаемую жидкость. Цилиндры имеют одинаковую длину и расположены на равных расстояниях один от другого. Оси цилиндров совпадают с осью трубы. Как цилиндры, так и труба могут вращаться вокруг общей оси с различными угловыми скоростями. Свяжем систему координат с цилиндром, тогда труба будет иметь некоторую собственную осевую поступательную скорость V .

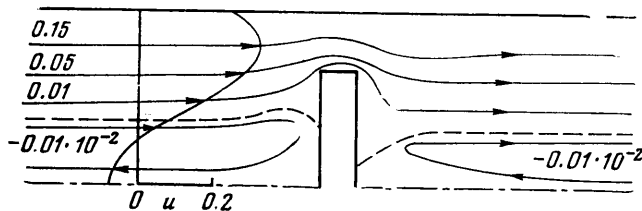
Уравнения осесимметричного движения вязкой несжимаемой жидкости имеют вид

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{w^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{v}{r^2} \right) \\
 & \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\
 & \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + u \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{vw}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{w}{r^2} \right) \\
 & \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial(ru)}{\partial z} = 0
 \end{aligned}$$

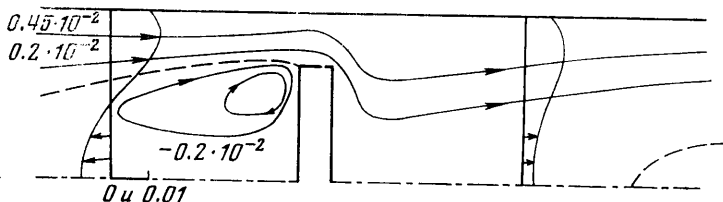
Здесь v , u , w — соответственно радиальная, осевая и окружная составляющие скорости.



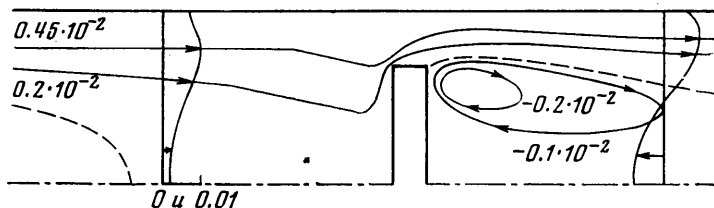
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Краевыми условиями на твердых границах будут условия прилипания, на боковых границах — условия периодичности, на оси принимаем $v=0$, $w=0$, $\partial u/\partial r=0$.

За определяющие параметры в задаче примем вращательное число Рейнольдса $Re=\omega R^2/\nu$ и вращательный параметр $Ro=V/\omega R$. За характерный размер R примем радиус цилиндра, а за характерную угловую скорость — угловую скорость трубы ω .

Переходя к безразмерным переменным и вводя обычным образом функцию тока и завихренность, получим систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{Re}{y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + 2w \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\zeta}{y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \\ = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - \frac{\zeta}{y^2} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{Re}{y} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{w}{y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{w}{y^2}, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{1}{y} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = y \zeta$$

В системе (2) для безразмерных скоростей сохранены прежние обозначения, $x = z/R$, $y = r/R$.

Предположим, что в отсутствие препятствий профиль осевой скорости в трубе был бы равномерным. Это дает граничное значение для функции тока на поверхности трубы: $\psi_1 = \frac{1}{2} Ro (R_1/R)^2$ ($y = R_1/R$).

Задача решалась методом установления аналогично тому, как это сделано в [1].

Результаты, отраженные на фиг. 1–4, показывают стационарные картины течения, полученные при следующих геометрических характеристиках области: $R_1/R = \frac{3}{2}$, $L/R = 20$. Здесь R_1 – радиус трубы, R – радиус цилиндра, h – высота цилиндра, L – длина рассматриваемого участка трубы. Величина L/R при фиксированном значении величины h/R выбиралась так, чтобы ее дальнейшее увеличение в отсутствие вращения не сказывалось на картине обтекания. На фиг. 1 показаны результаты такого расчета при $Re = 100$, $\psi_1 = 0.25$. Видно, что за цилиндром возникает зона рециркуляционного движения. При уменьшении расхода эта зона сокращается и движение приближается к симметричному относительно препятствия.

Если на это движение наложено твердотельное вращение, картина течения существенно изменяется (фиг. 2). Основное течение происходит выше препятствия, а по высоте препятствия возникает зона блокировки потока, в которой существуют медленные движения, связанные с вязким взаимодействием. При этом для вращательного параметра принято значение $Ro = 0.25$.

Движение в области блокировки потока оказывается весьма чувствительным к воздействию дифференциального вращения, когда угловые скорости вращения цилиндра и трубы различны.

На фиг. 3 показана картина течения, когда цилиндр вращается медленнее окружающей жидкости ($Re = 100$, $Ro = 0.0078$, $\omega_1/\omega = 0.9$), а на фиг. 4, когда быстрее ($Re = 100$, $Ro = 0.0078$, $\omega_1/\omega = 1.1$). Изменение характера течения объясняется тем, что слабое движение в области блокировки подавляется движением, связанным с дифференциальным вращением.

Профили осевой скорости для течения, изображенного на фиг. 2, близки к симметричным для точек перед цилиндром и за ним.

Поступила 3 I 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Симуни Л. М. Численное исследование явления «блокировки» при обтекании препятствия стратифицированной жидкостью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 4.
2. Veronis G. The analogy Between Rotating and Stratified Fluids. Ann. Rev. Fluid Mech., vol. 2. Palo Alto, Calif., 1970.
3. Гринспен Х. П. Теория вращающихся жидкостей. Л., Гидрометеоиздат, 1976.

УДК 532.527

ФОРМА СВОБОДНЫХ ВИХРЕЙ КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

А. А. ГРУЗДЕВ

(Москва)

Форма свободных вихрей (нелинейная теория) представляет интерес для расчета «тяжелонагруженных» крыльев и винтов. В последнее время этот вопрос приобрел особенную актуальность в связи с воздействием следа, остающегося за тяжелым самолетом, на попадающий в него летательный аппарат [1].

Отдельные аспекты этой проблемы развиты в [2–5]. В [2] сделан вывод о локальных причинах неустойчивости тангенциальных разрывов. Видно, что вихревая нить, имеющая в рассматриваемой точке на оси диаметр δ , индуцирует в этой точке локальную скорость, вектор которой направлен по бинормали к плоскости нити, величина изменяется асимптотически как $\ln \delta^{-1}$. Таким образом, идеальная вихревая нить при $\delta \rightarrow 0$ движется с бесконечной скоростью.

В [3–5] получены общие теоремы движения плоских диффундирующих вихрей, а также рассмотрен приближенный процесс сворачивания вихревой поверхности