

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЗРЫВНЫХ ВОЛН С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ И МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. П. КОРОБЕЙНИКОВ, В. В. МАРКОВ, Б. В. ПУТЯТИН

(Москва)

При решении различных задач газовой динамики в ряде случаев возникает необходимость учета реальных физико-химических процессов, например химических реакций, излучения, взаимодействия среды с электромагнитным полем. В научной литературе накоплен обширный материал, позволяющий математически описать эти процессы.

В настоящей работе рассмотрены некоторые относящиеся к такому классу одномерные задачи о распространении взрывных волн с учетом излучения и при наличии магнитного поля. Исследование радиационных магнитогазодинамических течений проводится специально разработанным конечно-разностным методом, в котором расчет гидродинамических параметров основан на известной численной схеме с искусственной вязкостью [1]. В качестве примера приведены результаты расчетов задачи о взрыве цилиндрического заряда гексогена и о распаде нагретого и сжатого газового цилиндра, моделирующем газодинамические явления при полете метеоритов в атмосфере Земли.

1. Математическая модель. Систему уравнений, описывающих одномерные движения невязкого, нетеплопроводного, излучающегося газа с цилиндрическими волнами в магнитном поле, направленном по оси симметрии, возьмем в виде

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = -r \frac{\partial}{\partial m} \left(p + \frac{H^2}{8\pi} \right), \quad \frac{\partial e}{\partial t} + p \frac{\partial v}{\partial t} = q$$

$$\frac{1}{c} \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi r E, \quad \frac{c}{4\pi} \frac{\partial H}{\partial r} = \sigma E, \quad \varphi = 2\pi \int_0^r H(r', t) r' dr'$$

$$\omega \nabla I_\nu = k(B_\nu - I_\nu), \quad q = v \left[\sigma E^2 - \int_0^\infty \int_{4\pi} k(B_\nu - I_\nu) dv d\omega \right]$$

$$p = p(T, v), \quad e = e(T, v), \quad \sigma = \sigma(T, v), \quad k = k(T, v, \nu)$$

Здесь m — лагранжева, а r — эйлерова координаты, ρ — плотность, v — удельный объем, u — скорость, t — время, p — давление, e — внутренняя энергия, H — напряженность магнитного поля, E — напряженность электрического поля в собственной системе координат, c — скорость света, φ — поток магнитного поля, σ — проводимость, I_ν — интенсивность излучения на частоте ν , ω — единичный вектор светового луча, k — коэффициент поглощения, $B_\nu(T, \nu)$ — функция излучения Планка, T — температура в °К, q — удельный теплоподвод.

Отметим, что при написании системы (1.1) предполагается локальное термодинамическое равновесие и отсутствие рассеяния излучения.

При решении конкретных задач к выписанной системе уравнений (1.1) следует добавить соответствующие граничные и начальные условия. Кроме того, следует в том или ином конкретном виде задать функции,

определяющие связь p , e , σ , k с T и v , а для k еще и зависимость от частоты ν .

В общем случае решение системы (1.1) представляет большие трудности из-за ее интегродифференциального характера. Поэтому уравнение переноса будем рассматривать в диффузионном приближении [2], а коэффициенты поглощения будем считать независимыми от частоты, т. е. будем предполагать газ «серым». С учетом этих упрощений суммарная интенсивность излучения I и величина q в уравнении притока тепла выразятся формулами

$$I(r, \omega) = \int_0^{\infty} I_{\nu} d\nu = I_0(r) + 3I_1(r)\mu, \quad q = v[\sigma E^2 - 4k(aT^4 - I_0)]$$

где μ — косинус угла между вектором ω и радиальным направлением, a — постоянная Стефана — Больцмана.

Уравнение переноса перейдет при этом в систему

$$(1.2) \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(I_1 r) + k \left(I_0 - \frac{aT^4}{\pi} \right) = 0, \quad \frac{dI_0}{dr} + 3kI_1 = 0$$

2. Конечно-разностный метод. В основу численного метода решения задач радиационной магнитогазодинамики положена известная численная схема решения одномерных нестационарных уравнений газовой динамики с введением искусственной вязкости. Газодинамическая часть разностных уравнений строится аналогично [4]. Уравнения электромагнитного поля и система (1.2) аппроксимируются симметричными разностными уравнениями второго порядка точности по внутренним точкам. Функции p , v , e , T , σ , k , H и I_0 определены в целых временных точках и центрах массовых интервалов. Величины r , E и I_1 отнесены к целым временным точкам и к границам массовых интервалов, a определено в полужелтых временных точках и центрах массовых интервалов; u — в полужелтых временных точках и границах массовых интервалов.

Расчет одного шага по времени проводится в следующей последовательности. Сначала методом потоковой прогонки [3] решается система (1.2), в результате чего находится величина потери или подвода энергии излучением. Затем из уравнений неразрывности и движения явным образом определяются скорость, эйлерова координата и удельный объем. Далее потоковой прогонкой решаются неявные уравнения электромагнитного поля. Наконец, на основе полученных результатов по уравнению притока тепла осуществляется расчет внутренней энергии, давления и температуры, при этом используются соответствующие уравнения состояния. Допустимый шаг по времени для данной конечно-разностной схемы выбирался как минимальный из даваемых условий, связанным с искусственной вязкостью [4] и условием Куранта, в котором в качестве скорости звука используется скорость быстрой магнитной волны $a_+ = \sqrt{a_s^2 + 2vH^2}$, где a_s — газодинамическая скорость звука. Кроме того, требовалось, чтобы шаг по времени не превышал значения, при котором изменение внутренней энергии составляет 1% ее значения на предыдущем временном слое. Это условие выставляется ввиду наличия в уравнении притока тепла членов, связанных с подводом энергии.

Так как уравнения для электромагнитного поля взяты в неявном виде, то они не накладывают ограничения на шаг по времени.

3. Численное исследование некоторых задач о взрыве. Описанный численный метод позволяет рассчитывать широкий круг одномерных задач. Приведем примеры, представляющие научный и практический интерес.

Рассмотрим задачу о взрыве цилиндрического заряда конденсированного ВВ в покоящемся холодном газе с плотностью ρ_0 , давлением p_0 и температурой T_0 при наличии однородного магнитного поля H_0 . Отметим, что случай точечного взрыва рассматривался, например, в [4].

Будем предполагать, что цилиндрическая детонационная волна в ВВ инициируется подводом бесконечно малого количества энергии вдоль оси цилиндра и представляет собой газодинамический разрыв, на котором вы-

полняются законы сохранения и условие Чепмена — Жуге, а в единице массы вещества выделяется энергия Q_0 . Продукты детонации считаются неэлектропроводными и оптически прозрачными, их собственным излучением пренебрегаем. Кроме того, пренебрегаем влиянием опережающего излучения на параметры невозмущенного газа перед образующейся при разлете продуктов детонации ударной волной.

В соответствии с вышесказанным граничные условия сводятся к следующим: на оси симметрии $u=0$, на поверхности, ограничивающей продукты детонации, p , u и H непрерывны, а $I(\omega)=I(-\omega)$, на бесконечности $T=T_0$, $\rho=\rho_0$, $H=H_0$ и $I(\omega)=0$ для $(\omega, r)\leq 0$. Последнее условие соответствует отсутствию потока излучения из бесконечности.

В расчетах необходимо иметь в том или ином конкретном виде уравнения состояния среды, движение которой исследуется. В настоящей работе термодинамические функции продуктов детонации вычисляются по известным явным аналитическим соотношениям [5, 6], которые имеют вид

$$p = \frac{1}{\beta v} (e - e^0) + p^0, \quad \ln T = \sum_{k=0}^4 T_k (\ln v)^k$$

$$\frac{1}{\beta} = \sum_{k=0}^3 B_k (\ln v)^k, \quad \ln e^0 = \sum_{k=0}^4 e_k (\ln p^0)^k$$

$$\ln p^0 = \sum_{k=0}^4 p_k (\ln v)^k$$

где p_k , e_k , T_k , B_k — зависящие от физико-химических свойств ВВ константы, которые определяются путем осреднения данных, получаемых по ВКВ уравнениям состояния [5, 6]. Значения функций $e(T, v)$, $p(T, v)$, $\sigma(T, v)$ для окружающего газа вычислялись линейной аппроксимацией табличных значений, учитывающих реальные физические процессы [7, 8]. Для вычислений значений коэффициентов поглощения использовались данные работы [9].

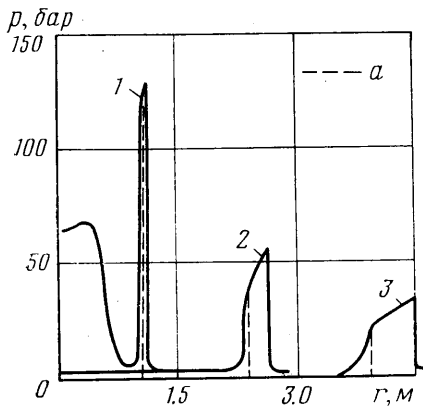
Определение движения продуктов детонации до момента выхода ее на поверхность заряда сводится к решению автомобильной задачи, аналогичной приведенной в [10], но с более сложным уравнением состояния продуктов детонации, т. е. в конечном счете к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими начальными условиями на детонационной волне Чепмена — Жуге. Расчеты проводились для ВВ гексогена с $\rho_2=1.8$ г/см³. Они показали, что распределение газодинамических параметров за волной имеет тот же качественный характер, что и при распространении детонации в газообразной горючей среде [10].

Интересно отметить, что при расширении продуктов детонации в пустоту, которое рассчитывалось уже по конечно-разностным формулам, распределение скорости по радиусу в процессе движения быстро становится линейным, а скорость границы продуктов детонации постоянной и равной 9 км/сек [11].

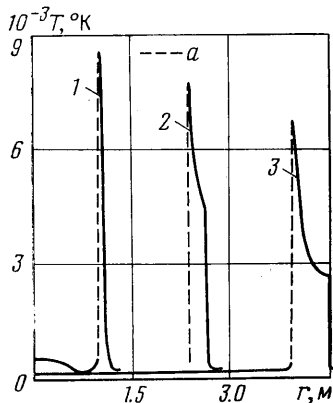
На фиг. 1, 2 представлены распределения давления p и температуры T при взрыве в воздухе с $T_0=300^\circ$ К, $p_0=100$ мм рт. ст. заряда ВВ радиусом 10 см в случае $H_0=0$ для трех моментов времени. Кривые 1, 2, 3 относятся соответственно к моментам $t_1=0.154$ мсек, $t_2=0.546$ мсек и $t_3=1.194$ мсек. Вертикальными штриховыми линиями a отмечена граница продуктов детонации. Хорошо видна мощная ударная волна, распростра-

няющаяся в воздухе, и волна сжатия в продуктах детонации, отходящая в процессе развития течения от их границы.

Как показало сравнение с результатами расчета без учета излучения, при одних и тех же условиях в целом излучение в этом случае слабо влияет на характер течения, тем не менее его учет приводит к снижению максимальной температуры воздуха вблизи контактной поверхности приблизительно на 2000° .



Фиг. 1



Фиг. 2

При взрыве в аргоне в случае $H_0=0$, как показали расчеты, потери энергии на излучение выше и составляют до 10% энергии заряда ВВ. Характерно, что по сравнению с воздухом температура аргона за ударной волной примерно в 2 раза выше. Качественный характер течения в обоих случаях в целом аналогичен.

Существенное изменение картины течения происходит при наличии сильного внешнего магнитного поля.

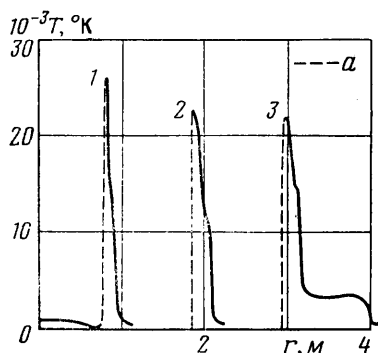
На фиг. 3–5 представлены распределения температуры T , напряженности магнитного поля H и потока излучения F в аргоне с $H_0=50$ кгс, $p_0=100$ мм рт. ст., $T_0=300^\circ$ К при взрыве заряда гексогена радиусом 10 см. В этом случае в результате взаимодействия ионизованного аргона с сильным магнитным полем происходит торможение продуктов детонации. Их граница останавливается на расстоянии ≈ 3 м и начинает двигаться в обратном направлении. На фиг. 6 приведены для сравнения законы движения ударной волны $r_s(t)$ и контактной поверхности $r_c(t)$ в аргоне при $H_0=0$ (линии — 1) и $H_0=50$ кгс (линии — 2).

Интересно отметить, что при значительном ослаблении ударной волны, когда проводимость за ней мала, поле взаимодействует не со всей массой газа, охваченной движением, а лишь с некоторой ее частью вблизи границы продуктов детонации. К моменту остановки границы продуктов детонации излученная энергия в данном случае составила $\approx 5\%$ энергии заряда. Однако газ еще достаточно горяч и интенсивно излучает.

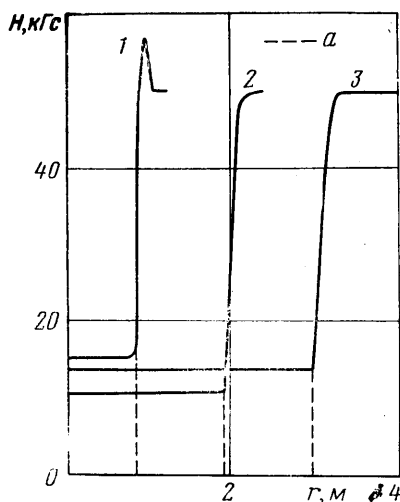
Исследованный выше взрыв цилиндрического заряда находит широкое применение для целей моделирования различных явлений, сопровождающихся излучением. В частности, была проведена оценка излучения от баллистической волны и высокотемпературного следа большого метеорита, пролетающего на сравнительно малой высоте от поверхности Земли. Если принять гипотезу плоских сечений [12, 13], то при больших скоростях полета это явление можно смоделировать расширением сжатого цилиндрического объема газа в покоящемся воздухе [14].

Фактически решалась следующая задача. В момент времени $t=0$ начинается расширение однородного газового цилиндра радиуса r_0 с параметрами $p_0, v_0, T_0, u_0=0$, окруженного невозмущенным однородным газом с параметрами p_1, v_1, T_1 и $u_1=0$, причем $p_0 > p_1$ и $T_0 > T_1$.

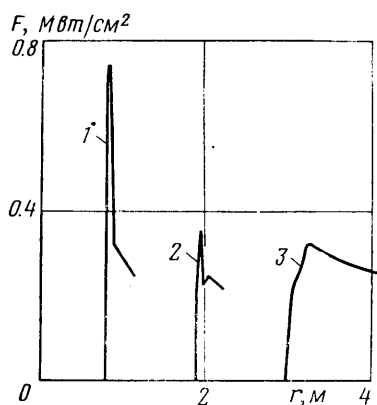
Эта задача о распаде цилиндрического произвольного разрыва представляет несомненный самостоятельный интерес. Решения ее с учетом



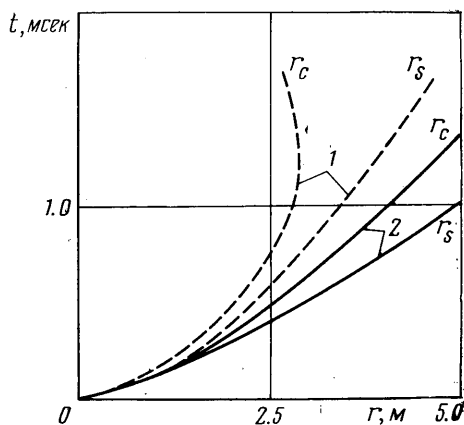
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

процессов излучения пока дано не было. Бралась следующие значения параметров: $r_0=100$ м, энергия взрыва $E_0=1.4 \cdot 10^{17}$ эрг/см, $T_1=245^\circ$ К, $p_1=0.445$ бар. Результаты расчетов показали, что $\sim 5\%$ начальной энергии E_0 уходит из области движения в виде излучения даже при сравнительно умеренной начальной температуре сжатого воздуха, равной $15\,000^\circ$ К.

В заключение авторы выражают признательность А. Г. Куликовскому и С. С. Кацнельсону за полезное обсуждение.

Поступила 29 XI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Brode H. L. Gas dynamic motion with radiation: a general numerical method. *Astronaut. Acta*, 1969, vol. 14.
2. Рилтмайер Р. Д., Моргон К. Разностные методы решения краевых задач. Перевод. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
3. Дегтярев Л. М., Фаворский А. П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами. *Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1969, т. 9, № 6.
4. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. Тр. МИАН СССР, т. 119, М., «Наука», 1973.
5. Mader C. L. Detonation properties of condensed explosives computed using the Becker-Kistiakowsky-Wilson equation of state, LA-2900, UC-4, Chemistry, Tid-4500 (20-th Ed.), 1963.
6. Mader C. L. A study of the one-dimensional, time-dependent reaction zone of nitromethane and liquid TNT. Report Los Alamos scientific laboratory, LA-3297, UC-4, Chemistry, Tid-4500 (43-rd Ed), 1965.
7. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адибаты воздуха при высоких температурах. М., «Машиностроение», 1965.
8. Калиткин Н. Н., Кузьмина Л. В., Рогов В. С. Таблицы термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы. Препринт ИПМ, 1972.
9. Авилова И. В., Биберман Л. М., Воробьев В. С., Замалин В. М., Кобзев Г. А., Лагарьков А. Н., Мнацаканян А. Х., Норман Г. Э. Оптические свойства горячего воздуха. М., «Наука», 1970.
10. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
11. Коробейников В. П., Куликовский А. Г., Марков В. В., Пулягин Б. В. Взрыв цилиндрического заряда в газах. Тез. докл. Всесоюзный симпозиум по методам аэрофизических исследований. Новосибирск, 1976.
12. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
13. Цикулин М. А. Ударные волны при движении в атмосфере крупных метеоритных тел. М., «Наука», 1969.
14. Коробейников В. П., Чушкин П. И. Плоский, цилиндрический и сферический взрыв в газе с противодавлением. Тр. МИАН СССР, т. 87, М., «Наука», 1966.