

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА И РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ АБЛЯЦИИ

В. В. ЛУНЕВ

(Москва)

Изменение формы тела за счет разрушения (абляции) при аэродинамическом или ином нагреве описывается уравнением (назовем его уравнением абляции), тип которого во многом определяется законом внешнего нагрева. Подобные задачи в различных частных постановках рассматривались, например, в работах [1-4] и др.

В рамках простейших предположений (методы локального подобия для распределения конвективных тепловых потоков, гипотеза локальности для распределения давления, отсутствие зоны прогрета) это уравнение интегродифференциальное первого порядка с существенно нелинейными свойствами. Ниже для двумерных задач описаны его характеристические свойства и найдено решение в окрестности угловых точек негладкого начального контура, каковым, в частности, может быть (как будет показано ниже), тело стационарной, неизменяемой в процессе абляции формы.

Показано, что это решение может принадлежать одному из трех типов, из которых одно — разрывное — сохраняет угловую точку, второе размывает ее, а третье носит смешанный характер.

1. Зададим изменяющуюся во времени форму тела в цилиндрической системе координат $x=x(t, r)$, где продольная ось x совпадает с преимущественным направлением разрушения (например, с вектором внешней скорости). Пусть D — скорость абляции тела по внутренней нормали \mathbf{n} к его поверхности, тогда уравнение абляции примет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial x}{\partial t} = x_t = \frac{D}{n_x} \left(n_x = (1+x_r^2)^{-1/2}, \quad x_r = \frac{\partial x}{\partial r} \right)$$

Здесь n_x — направляющий косинус нормали \mathbf{n} , причем $n_x > 0$ всюду.

При малых относительных толщинах прогрета тела скорость D будет пропорциональна местному (конвективному в нашем случае) тепловому потоку и методы локального подобия или эффективной длины [5] приведут к формулам вида

$$(1.2) \quad D = D(p, u, r, K, z_i), \quad z_i = \int_{s_0}^i f_i(p, u, r, K) ds + z_{i0}$$

$$(n_x ds = dr, \quad i = 1, 2, \dots)$$

Здесь p и u — местные безразмерные давление и скорость газа на поверхности тела, $K(r, t)$ — некая функция, учитывающая условия обтекания, теплофизические свойства материала и т. д., а z_i — функционалы, учитывающие влияние предыстории пограничного слоя, где s — длина дуги образующей тела, начиная от передней его точки, s_0, z_{i0} — некоторые начальные параметры. Более конкретно с некоторым упрощением можно получить формулу

$$(1.3) \quad D = K(pu)^m \Psi(r, z_i)$$

где обычно $m=1$. Для ламинарного ($n=1/2$) или турбулентного ($n=1/3$) теплообмена имеем

$$(1.4) \quad f=f_i=r^{\nu/(1-n)}Кри, \quad \Psi=r^{\nu n/(1-n)}z^{-n}$$

где $\nu=0$ относится к плоским, а $\nu=1$ — к осесимметричным телам. Иногда полагают $m=1-n$, $z=s$. Для переходного пограничного слоя функция Ψ зависит от двух z_i с $n_1=1/2$ и $n_2=1/3$, но для простоты ниже ограничимся зависимостью ее от одного z , тем более, что вид этой функции нигде не будет использован, а вариации указанных допущений не меняют основных результатов теории.

Определяющую же роль в теории играет вид зависимости произведения pu от формы тела. В точной постановке давление определяется решением газодинамической задачи обтекания тел, что делает общую задачу абляции пока необозримой для аналитических исследований. Здесь примем распространенный закон локальности, по которому величина p зависит лишь от местного угла наклона тела α , или от $x_r=\text{ctg } \alpha$ (например, закон сопротивления Ньютона, волна расширения Прандтля — Майера и т. д.). Тогда с учетом (1.3) уравнение абляции (1.1) примет вид

$$(1.5) \quad x_i = \frac{D}{n_x} = K\Psi(r, z)\varphi(x_r), \quad \varphi = \frac{(pu)^m}{n_x}$$

Это уравнение интегродифференциальное и, что важно, нелинейное относительно старших производных первого порядка, что и предопределяет все основные свойства его решений.

2. Уравнение (1.5) сводится к нелинейной системе дифференциальных уравнений первого порядка относительно неизвестных функций x и z (с дополнительным условием $z=z_0$ при $r=r_0$)

$$(2.1) \quad \Phi_1(t, r, x, z, q_i) \equiv x_i - D\sqrt{1+x_r^2} = 0$$

$$(2.2) \quad \Phi_2(t, r, x, z, q_i) \equiv z_r - f\sqrt{1+x_r^2} = 0$$

$$(q_1=x_i, q_2=x_r, q_3=z_i, q_4=z_r)$$

Уравнения характеристик этой системы получим обычным путем [6].

Пусть на некоторой начальной линии $r=r(t)$ заданы функции $x(t)$ и $z(t)$ и в окрестности этой кривой требуется найти решение (начальная задача Коши). Полные производные искомых функций вдоль этой кривой удовлетворяют дифференциальным соотношениям

$$(2.3) \quad \Phi_3 = \frac{dx}{dt} - \left(x_i + x_r \frac{dr}{dt}\right) = 0, \quad \Phi_4 = \frac{dz}{dt} - \left(z_i + z_r \frac{dr}{dt}\right) = 0$$

Система (2.1) — (2.3) замкнута относительно неизвестных (на начальной кривой) производных q_i ; из возможности определения этих, а также последующих производных следует, вообще говоря, однозначная разрешимость начальной задачи.

Такая возможность, как известно, отсутствует при равном нулю функциональном определителе

$$(2.4) \quad \|\partial\Phi_k/\partial q_i\| = 0$$

что и определяет уравнения характеристик. Уравнение (2.4) имеет два корня, а система (2.1), (2.2) — два семейства характеристик. Первое семейство в пространстве (t, r, x) подчиняется уравнениям (первое следует

из (2.4), второе из (2.3))

$$(2.5) \quad \frac{dr}{dt} = \kappa = -\frac{\partial}{\partial x_r} \frac{D}{n_x} = -K\Psi \frac{\partial \varphi}{\partial x_r}, \quad \frac{dx}{dt} = \chi = \frac{D}{n_x} + \kappa x_r$$

Эти характеристики принадлежат лишь одному уравнению (2.1) независимо от присутствия в нем функционала z (поскольку оно не содержит производных z_i и z_r). Поэтому на них переносятся все свойства, известные для нелинейных уравнений с одной неизвестной функцией [6].

Продифференцировав уравнение (2.1) поочередно по t и r , получим соответственно уравнения для изменения вдоль характеристик местных продольной скорости обгара $x_i = V$ и котангенса угла наклона $x_r = \text{ctg } \alpha$ поверхности тела

$$(2.6) \quad \begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= x_{it} + \kappa x_{ir} = \frac{1}{n_x} \left(\frac{\partial D}{\partial t} + z_i \frac{\partial D}{\partial z} \right) \\ \frac{dx_r}{dt} &= x_{ir} + \kappa x_{rr} = \frac{1}{n_x} \left(\frac{\partial D}{\partial r} + z_r \frac{\partial D}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Здесь $D = D(t, r, x_r, z)$.

Уравнение (2.4) имеет еще один корень ($dr/dt = \infty$), и соответствующей характеристикой (второго семейства) будет любая кривая в плоскости $t = \text{const}$, что означает лишь мгновенную зависимость локального решения от формы этой кривой через интеграл z (конечно, с учетом пределов его интегрирования).

Характеристики же (2.5) играют фундаментальную роль, так как «выводят» решение из начального контура тела. Перечислим основные их свойства, известные из общей теории нелинейных уравнений. Наклон этих характеристик зависит от производной x_r , поэтому совокупность уравнений (2.5) и (2.6) описывает характеристическую полосу, т. е. кривую плюс касательную плоскость к ней. Семейство характеристических полосок, проходящих через заданную в пространстве (t, r, x) начальную кривую, образует интегральную поверхность, что и является эффективным средством построения решения.

Характеристики, выходящие из концов отрезка начальной кривой, ограничивают область ее влияния. Поэтому характеристика является линией возможного ветвления интегральных поверхностей, касательных к ее характеристической полоске, с возможным разрывом на ней вторых производных.

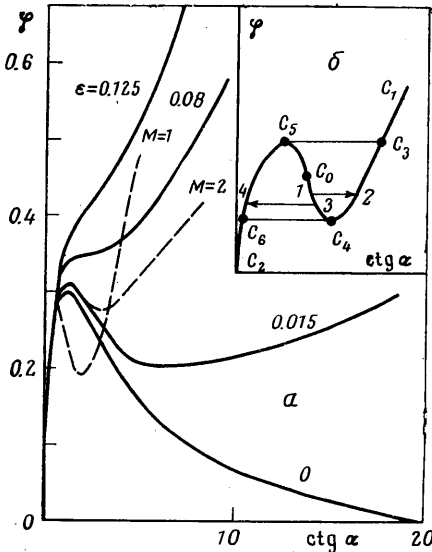
Всевозможным значениям параметра x_r в заданной точке пространства соответствует однопараметрический пучок характеристических направлений, образующих характеристический конус (конус Монжа), семейство же соответствующих характеристик образует касательный к этому конусу характеристический коноид, который является огибающим как характеристических полосок, так и интегральных поверхностей, проходящих через его вершину. Таким образом, характеристический коноид сам является интегральной поверхностью, удовлетворяющей особому, точечному начальному условию. Этому конусу отводится важная роль в дальнейшем анализе.

В случае же квазилинейных или линейных уравнений с наклоном характеристик, не зависящим от производных, характеристический коноид вырождается в линию — характеристику, которая, следовательно, может быть линией ветвления интегральных поверхностей уже с различными касательными плоскостями.

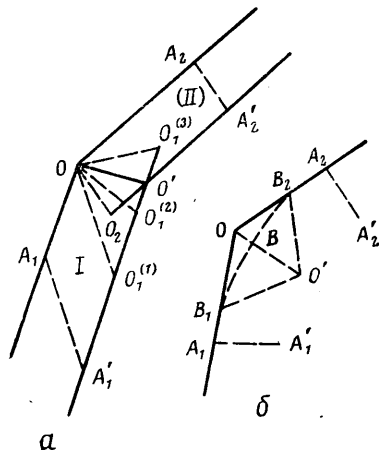
В числе прочих свойств характеристики описывают распространение малых возмущений начального контура. Согласно (2.5) эти возмущения

будут распространяться вдоль характеристик, деформируясь как-то в соответствии с (2.6): вниз при $\kappa < 0$ и вверх при $\kappa > 0$, создавая впечатление бегущей волны. В сходящемся пучке характеристик длина волны возмущения будет уменьшаться (что может привести к значительному росту местной кривизны тела), а в расходящемся — наоборот.

Вид характеристик (2.5) определяется главным образом зависимостью D/n_x от $x_r = \text{ctg } \alpha$ или в приближении (1.3) от вида функции $\varphi = (pu)^m/n_x$. Эта функция при $m=1$ показана на фиг. 1, а. Сплошные кривые постро-



Фиг. 1



Фиг. 2

ны по формуле Ньютона $p = n_x^2 + \epsilon$, пунктирные кривые, отходящие от одной из них, соответствуют расширению потока в волне Прандтля — Майера от указанного местного числа M , например, около угловой точки (всё при показателе адиабаты $\gamma = 1.4$). При $x_r \rightarrow \infty$ в пределе $\varphi \approx p n_x$.

Для всех кривых на фиг. 1 имеем $\kappa < 0$ в области больших углов ($\pi/2 \geq \alpha \geq \alpha_s$), соответствующих передней лобовой части тупого тела, и (кроме $\epsilon = 0$) малых углов ($\alpha < \alpha_s$) на боковой поверхности, где α_s и α_s соответствуют максимуму и минимуму кривой φ (фиг. 1, б). При $\epsilon \geq 0.077$ имеем $\kappa < 0$ всюду.

3. Способ построения решения непосредственно с помощью характеристических полосок возможен лишь для гладкой начальной кривой, так как при наличии угловой точки (O на фиг. 2) из нее из-за разрыва производной x_r могут выходить две различные характеристики. Это побуждает к специальному исследованию поведения решения вблизи угловых точек начального контура тела.

Для этого ограничимся малой окрестностью угловой точки (с координатами x_0, r_0), в которой величина $K\psi$ будет постоянной, а характеристики и образующие угла A_1O и AO_2 (фиг. 2, а) — прямыми. Последние имеют с осью x углы α_1 и α_2 , где в дальнейшем $\alpha_1 > \alpha_2$.

Тогда в силу соотношений (2.5) и (2.6) в пространстве (t, r, x) через полупрямые A_1O и A_2O будут проходить гладкие интегральные поверхности — куски плоскостей I и II, а в плоскости (x, r) стороны угла — $A_1'O_1$ и $A_2'O_2$ на фиг. 2, а — будут перемещаться вдоль оси x с постоянными скоростями $x_i = V_1$ и V_2 соответственно. Отрезки $OO_1^{(1)}$ и OO_2 при этом будут

проекциями характеристик на плоскость (x, r) (с разными параметрами α_1 и α_2 на них), соответственно ограничивающих интегральные поверхности I (справа) и II (слева). Эти поверхности, следовательно, могут или не пересекаться совсем (точки $O_1^{(1)}$ и $O_1^{(2)}$ на фиг. 2, а), при этом, казалось бы, нарушится целостность контура тела, или, наоборот, частично перекрывать одна другую, образуя области многолистности решения (точка $O_1^{(3)}$).

Обе ситуации физически не реальны, поэтому для получения непрерывных и однозначных решений в первом случае построим интегральную поверхность, проходящую через негладкую начальную кривую, соединив поверхности I и II подходящей частью поверхности характеристического конуса, выходящего из угловой точки. В принципе это возможно, так как характеристический конус касается интегральных поверхностей I и II вдоль общих характеристик OO_1 и OO_2 .

В другом случае поверхности I и II будут пересекаться, и физический смысл будет иметь лишь непрерывное решение, содержащее линию разрыва первых производных. Эта линия будет просто ребром или линией пересечения двух интегральных поверхностей, проходящих через гладкие участки начальной кривой, что должно обеспечивать однозначность выбора линии разрыва, а следовательно, и решения в окрестности угловой точки.

Физически такое обобщенное решение означает, что контур тела сохраняет угловую точку, которая получается пересечением параллельно перемещающихся прямых $A_1'O_1$ и $A_2'O_2$.

Как видно, внешне существует аналогия между характеристическим конусом и линией разрыва, с одной стороны, и центрированными волнами разрежения и ударными волнами в газовой динамике — с другой. Можно ожидать также, что названные выше решения будут предельными для начальной кривой с угловой точкой, сглаженной дугой (с монотонным изменением касательной), исчезающе малых размеров.

Получим уравнение линии разрыва. Если (x_1, r_1) и (x_2, r_2) — координаты точек B_1 и B_2 соответственно (фиг. 2, б) и B_1O' и B_2O' — выходящие из них характеристики, то на линии разрыва OO' в малой окрестности угловой точки должны выполняться условия

$$(3.1) \quad x = x_1 \chi_1 t = x_2 + \chi_2 t, \quad r = r_1 + \kappa_1 t = r_2 + \kappa_2 t$$

Кроме того, $x_i - x_0 = (r_i - r_0) \operatorname{ctg} \alpha_i$. Исключив отсюда начальные координаты x_i, r_i и полагая $V_i = \chi_i - \kappa_i \operatorname{ctg} \alpha_i$, получим уравнение искомой линии

$$(3.2) \quad \frac{x - x_0}{t} = \frac{V_1 \operatorname{ctg} \alpha_2 - V_2 \operatorname{ctg} \alpha_1}{\operatorname{ctg} \alpha_2 - \operatorname{ctg} \alpha_1}, \quad \frac{r - r_0}{t} = \frac{V_1 - V_2}{\operatorname{ctg} \alpha_2 - \operatorname{ctg} \alpha_1}$$

При $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2$ эта линия переходит в характеристику (2.5).

Интегральная поверхность может иметь, например, два (и более) сходящихся ребра; тогда при их пересечении обе угловые точки сольются в одну, которая затем будет развиваться одним из описанных ниже способов. При этом гладкий кусок интегральной поверхности, заключенной между ребрами, как бы исчезает совсем.

Линия разрывов может возникнуть и вблизи гладкой начальной кривой при сходящемся пучке характеристик. Точкой зарождения ее будет предельное положение точки O' пересечения двух ближайших характеристик B_1O' и B_2O' (фиг. 2, б) при сближении точек B_1 и B_2 вдоль гладкой кривой A_1BA_2 . Если Δs и R — соответственно длина и радиус кривизны дуги B_1BB_2 , то, комбинируя уравнения (3.1) и переходя к пределу при

$\Delta s \rightarrow 0$, можно получить координаты точки O'

$$t_0 = R \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial \alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \alpha} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad x_0' = \chi t_0, \quad r_0' = \kappa t_0$$

4. Характер решений в окрестности угловых точек существенно зависит от свойств конуса Монжа. Кривая L пересечения его плоскостью $t = \text{const}$ задана формулами

$$(4.1) \quad X = x - x_0 = \chi t, \quad Y = r - r_0 = \kappa t$$

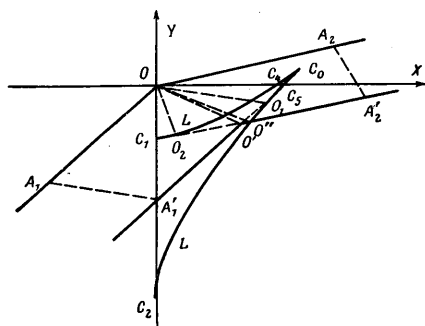
и имеет следующие производные по параметру $x_r = \text{ctg } \alpha$:

$$(4.2) \quad \frac{dY}{dx_r} = -t \frac{\partial^2}{\partial x_r^2} \left(\frac{D}{n_x} \right), \quad \frac{dX}{dx_r} = -t x_r \frac{\partial^2}{\partial x_r^2} \left(\frac{D}{n_x} \right)$$

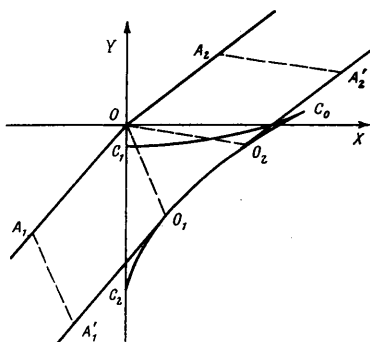
Отсюда следует, что вдоль этой кривой независимо от вида D/n_x имеем

$$(4.3) \quad \frac{dY}{dX} = \frac{1}{x_r} = \text{tg } \alpha$$

В приближении (1.3) при $m = 1/2 \div 1$ для функций $\varphi(\alpha)$ типа фиг. 1 типичные кривые L показаны на фиг. 3–5 кривыми $C_1 C_0 C_2$. Они имеют



Фиг. 3



Фиг. 4

точку (а конус Монжа — ребро) возврата C_0 в точке перегиба функции $\varphi(x_r)$, в которой одновременно при некотором $\alpha = \alpha_0$ обращаются в нуль обе производные (4.2). Точка C_0 делит кривую на две ветви. Вдоль верхней ветви $C_1 C_0$ с ростом X параметр $\alpha = 0 \div \alpha_0$ возрастает, вдоль нижней $\alpha = \pi/2 \div \alpha_0$ убывает. При этом в силу (4.3) обе ветви выпуклы вовнутрь, т. е. верхняя лежит всюду выше, а нижняя — ниже местных касательных, каковыми, в частности, являются прямые $A_1' O_1$ и $A_2' O_2$, имеющие тот же смысл, что и на фиг. 2.

Изображенные на фиг. 3–5 кривые L соответствуют всюду гладкой функции $\varphi(x_r)$ или единому закону $p(\alpha)$ во всей области $\alpha = 0 - \pi/2$. В действительности же, как увидим ниже, для построения локального решения понадобится форма кривой L (конуса Монжа) лишь в области $[\alpha_1, \alpha_2]$, где и достаточно задать закон изменения давления, а кривая L может иметь лишь одну ветвь. При сверхзвуковом обтекании угловой точки или малого ее скругления обычно реализуется течение Прандтля — Майера, или образуется скачок уплотнения, что и определит $p(\alpha)$. (Кривая L может иметь в принципе две и более точек возврата по числу точек перегиба кривой $\varphi(x_r)$, что здесь не рассматривается. Методический подход к исследованию таких более сложных ситуаций не изменится.)

Эти свойства кривой L и условие $\alpha_1 > \alpha_2$, которым и ограничимся, порождают следующие три типа решений (или типов угловых точек).

Первый тип решения. Точка O_2 лежит на верхней ветви C_1C_0 кривой L , а точка O_1 — на ее участке O_2C_0O'' , где точка O'' образуется пересечением касательного к кривой C_1C_0 отрезка O_2A_1' с кривой C_2C_0 (фиг. 3). Так как $\alpha_1 > \alpha_2$, то полупрямые $A_1'O$ и $A_2'O_2$ пересекаются в точке O' . Поэтому результирующая интегральная поверхность, обеспечивающая однозначное решение задачи, будет состоять из двух гладких поверхностей I и II, пересекающихся вдоль ребра, или линии разрыва OO' , определяемой уравнениями (3.2).

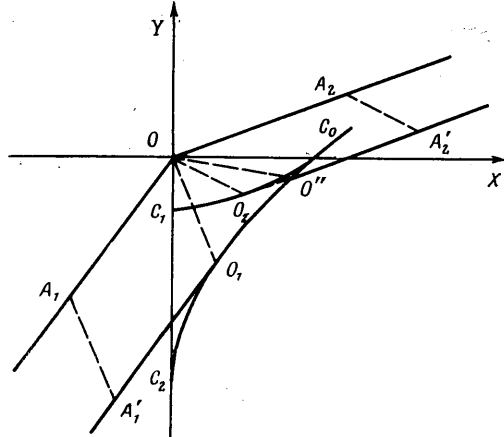
В плоскости (x, r) решением при $t > 0$ будет просто угол $A_1'O'A_2'$. Описанная ситуация реализуется при $\alpha \ll \alpha^{(0)}$, где параметр $\alpha^{(0)}$ соответствует характеристике OO'' .

Второй тип решения. Обе точки O_1 и O_2 лежат на нижней кривой C_2C_0 , т. е. $\alpha_2 \geq \alpha_0$, причем в силу $\alpha_1 > \alpha_2$ точка O_1 лежит ниже точки O_2 (фиг. 4).

Интегральная поверхность в этом случае будет состоять из поверхностей I и II, гладко (но с разрывом кривизны) соединенных частью интегрального конуса OO_1O_2 . Это единственный случай, когда негладкой начальной кривой соответствует всюду гладкое при $t > 0$ решение, заданное в плоскости x, r кривой $A_1'O_1O_2A_2'$.

Третий тип решения. Точка O_2 расположена на верхней, а точка O_1 — на участке C_2O'' нижней ветви кривой L (фиг. 5), т. е. $\alpha_1 > \alpha^{(0)}$. Интегральная поверхность здесь состоит из двух гладких частей: поверхности I с касающейся с ней частью поверхности OO_1O'' характеристического конуса и поверхности II. Они пересекаются вдоль характеристики OO'' , которая, таким образом, будет ребром общей интегральной поверхности с разрывом на ней первых производных, но не будет характеристикой для плоскости II. Контур тела при $t > 0$ будет иметь форму $A_1'O_1O''A_2'$.

Первый тип решения реализуется при пересечении отрезков $A_1'O_1$ и $A_2'O_2$ на фиг. 2 (случай $O_1 = O_1^{(3)}$), что следует из сопоставления фиг. 3 и 4. При $O_1 = O_1^{(2)}$ может реализоваться лишь третий тип решения, а при $O_1 = O_1^{(4)}$ — второй и третий типы в зависимости от расположения точки O_2 на кривой L .



Фиг. 5

5. Применим развитую теорию к задаче о контуре тела стационарной формы¹. Для него из (1.5) при $v=0$ получим обыкновенное дифференциальное уравнение (5.1) $\varphi(F') = \text{const } z^n, \quad F(r) = x - Vt, \quad V = \text{const}$

Вдоль интегральной кривой $F(r)$ этого уравнения, проходящей через начальную переднюю точку $r=z=\varphi=0$, или $\alpha=\pi/2$, величина φ может только возрастать вместе с z , так что эту кривую нельзя продолжить в область $r \geq r_0, F \geq F_0$, если в точке (r_0, F_0) при $\alpha=\alpha_5$ функция $\varphi(\alpha)$ достигает максимума (фиг. 1, б)². Поэтому продолжить решение можно, если допустить, что точка (r_0, F_0) является угловой, и перейти в ней на новую интегральную кривую, соответствующую возрастающей дуге C_3C_1 кривой $\varphi(\alpha)$ с очевидным условием непрерывности $\varphi(\alpha_3) = \varphi(\alpha_5)$.

¹ Эта задача рассмотрена автором совместно с В. Г. Воронкиным.

² В работе [2] это послужило препятствием к получению решения во всей области.

Но такое кусочно-гладкое решение неединственно, их можно построить много с переходом из любой точки дуги C_6C_5 кривой ϕ на дуги C_5C_4 или C_4C_3 , и это обстоятельство требует объяснений. Суть дела заключается в том, что не все кусочно-гладкие решения стационарного уравнения (5.1) являются стационарными типа $x=Vt+F(r)$ решениями общего уравнения (1.5), в чем убедимся, взяв для этого уравнения контур $F(r)$ в качестве начального. В самом деле в свете результатов п. 4 стационарная угловая точка должна принадлежать к первому типу (так как в других случаях угловые точки не сохраняются вообще) и, кроме того, должна перемещаться лишь вдоль оси $Y=0$ (фиг. 3), для чего точка O_1 должна лежать на кривой L выше, а точка O_2 ниже оси $Y=0$ на участках $C_4C_5C_6$ и C_1C_4 соответственно. Следовательно, стационарная угловая точка может быть образована лишь переходом 1—2 на фиг. 1, б, т. е. с нисходящей дуги C_5C_4 кривой $\phi(\alpha)$ на восходящую C_4C_3 .

Но из всех точек дуги C_5C_4 в процессе решения уравнения (5.1) достижима лишь точка C_5 , что и определяет единственное решение задачи.

6. В заключение заметим, что тем же методом можно проанализировать решения и для вогнутого угла с $\alpha_1 < \alpha_2$. При этом условия реализации различных решений при том же конусе Монжа просто поменяются местами. В частности, для существования стационарной точки точка O_2 должна лежать на ветви C_6C_5 кривой L , а точка O_1 по-прежнему на ветви $C_4C_5C_6$, т. е. возможны лишь переходы с ветви C_5C_4 на ветвь C_5C_6 кривой L (типа перехода 3—4 на фиг. 1, б).

Еще одно замечание относительно общей теории уравнения абляции. Принятая выше зависимость $p=p(\alpha)$ является хорошим приближением к действительности для многих задач, но не исчерпывает, конечно, всех газодинамических ситуаций. Чтобы подчеркнуть серьезность возникающих при этом вопросов, приведем пример.

Пусть давление зависит не только от угла α наклона поверхности, но и от кривизны ее, $p=p_0(\alpha)-ax_{rr}$, где обычно $a>0$ (например, формула Буземана в гиперзвуковой газодинамике). Тогда уравнение абляции (1.5) будет иметь параболический тип с совершенно иными по сравнению с рассмотренными выше свойствами. Более того, при малых $a \ll 1$, или же в случае $m=1$ при $p \ll 1$, когда $u=\text{const}$, этому уравнению можно придать вид

$$(6.1) \quad \frac{\partial x}{\partial t} = K\Psi \left[\frac{p_0 u(p_0)}{n_x} - \frac{a}{n_x} \left(\frac{\partial p u}{\partial p} \right) \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right]$$

Производная $\partial p u / \partial p > 0$ в области местных чисел $M > \gamma^{-1/2}$, и это уравнение будет иметь «отрицательную вязкость», что требует специальных обоснований возможности постановки задачи Коши.

Поступила 6 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзинов И. Н. О форме тел, разрушающихся под действием интенсивного нагревания при движении в атмосфере. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 4.
2. Хейне. Устойчивая конфигурация аблирующего носка при ламинарном гиперзвуковом обтекании. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 7.
3. Chen K. K. Three-dimensional nosetip shape changes in Hypersonic Flow. Pt. 1. AIAA paper, 1973, N 762.
4. Коняев В. Г. Аналитическое исследование изменения формы аблирующих тел при их движении в атмосфере со сверхкруговыми скоростями. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 6.
5. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М., «Машиностроение», 1975.
6. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики, т. 2. М., Гостехиздат, 1951.