

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ОСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Я. М. ЗАЙДЕЛЬ, Б. И. ЛЕВИ

(Уфа)

В работе рассматривается метод решения пространственных задач двухфазной фильтрации, основанный на осреднении уравнений и введении функций, отражающих характер расслоения потока в неоднородных по мощности коллекторах. Построение их осуществляется из расчета двумерного течения в плоскости вертикального сечения пласта. Дано обобщение этого подхода на случай вытеснения нефти водными растворами химических реагентов.

Решения неоднородных задач многофазной фильтрации могут быть получены только численными методами. Однако в случае трехмерных течений применение даже эффективных разностных схем сталкивается с большими трудностями, вызванными, в первую очередь, повышенными требованиями к памяти и быстродействию используемых ЭВМ.

В [1] был изложен принцип приближенного интегрирования уравнений фильтрации в тонком наклонном пласте. Исходя из предположения о гидростатическом законе распределения давления по вертикали было проведено осреднение уравнений с последующим решением задачи уже меньшей размерности, но не с исходными кривыми фазовых проницаемостей, а с некоторыми кривыми осредненных фазовых проницаемостей.

В последующих работах этот принцип капиллярно-гравитационного равновесия наряду с другими получил дальнейшее развитие при решении задач заводнения неоднородно-слоистых пластов [2, 3].

Существенно отличный подход к определению вспомогательных функций, не связанный с предположением о степени соотношения сил вязкого трения, капиллярных и гравитационных сил, основывается на использовании решения двумерной задачи о вытеснении нефти водой в плоскости вертикального сечения пласта.

1. Рассмотрим горизонтальный неоднородный по мощности пласт с непроницаемой кровлей и подошвой. Движение двухфазной несжимаемой жидкости в пластовой системе описывается следующей системой уравнений:

$$(1.1) \quad -m \frac{\partial s_i}{\partial t} = \operatorname{div} \mathbf{V}_i, \quad \mathbf{V}_i = -\frac{kk_i}{\mu_i} \operatorname{grad}(p_i + \gamma_i z)$$

$$(1.2) \quad s_1 + s_2 = 1, \quad p_1 - p_2 = p_k(s_1)$$

Здесь m — пористость, s_i — насыщенность i -й фазы, \mathbf{V}_i — скорость, k — абсолютная проницаемость, $k_i = k_i(s_i)$ — относительные фазовые проницаемости, μ_i — вязкость, p_i — давление, γ_i — удельный вес, z — вертикальная координата, p_k — капиллярное давление, t — время. Индекс $i=1$ относится к несмачивающей фазе (нефть), $i=2$ — к смачивающей (вода).

Каждой точке плоскости (x, y) , совпадающей с подошвой пласта, можно поставить в соответствие среднюю по мощности H скорость фильтрации фаз

$$(1.3) \quad U_i(x, y) = \frac{1}{H} \int_0^H \mathbf{V}_i(x, y, z) dz.$$

Пренебрегая составляющей градиента капиллярного давления в направлениях x и y по сравнению с гидродинамическим и используя второе уравнение (1.1), для тонкого пласта получим

$$(1.4) \quad U_i(x, y) = -\frac{1}{\mu_i H} \left(\int_0^H k k_i dz \right) \text{grad} \langle p_i \rangle$$

$$\langle p_1 \rangle - \langle p_2 \rangle = p_k^*, \quad \langle p_2 \rangle = \int_0^H p_2(x, y, z) dz, \quad p_k^* = p_k^*(\langle s_i \rangle)$$

где p_k^* — псевдокапиллярное давление [2], $\langle s_i \rangle$ — средняя насыщенность.

Если определить относительные псевдофазовые проницаемости по следующим формулам:

$$(1.5) \quad k_i^*(\langle s_i \rangle) = \frac{1}{H \langle k \rangle} \int_0^H k k_i dz$$

$$(1.6) \quad \langle k \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H k dz, \quad \langle s_i \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H s_i(x, y, z) dz$$

то выражение для средней скорости фильтрации примет вид закона Дарси

$$(1.7) \quad U_i(x, y) = -\frac{\langle k \rangle k_i^*}{\mu_i} \text{grad} \langle p_i \rangle$$

Это позволяет, осреднив уравнения (1.1), свести их к системе уравнений того же вида, но меньшей размерности относительно нефтенасыщенности $\langle s \rangle$ и давления в воде $\langle p \rangle$

$$(1.8) \quad -m \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial t} = \text{div} U_1, \quad m \frac{\partial \langle s \rangle}{\partial t} = \text{div} U_2$$

Отсюда следует, что осредненное течение в неоднородном по мощности пласте можно рассматривать как плоское фильтрационное движение в однородном по мощности пласте, но с псевдофазовыми проницаемостями.

Функции k_i^* строятся следующим образом. Рассмотрим некоторое вертикальное сечение пласта с наиболее характерным распределением неоднородности. Решая соответствующую исходной двумерную задачу в этой плоскости, определяем значения насыщенности в различные моменты времени [4]. По формулам (1.5) и (1.6) вычисляем средние по мощности насыщенности $\langle s_i \rangle$ и $k_i^*(\langle s_i \rangle)$. Таким образом, получают таблично заданные функции, которые могут быть аппроксимированы аналитическими зависимостями.

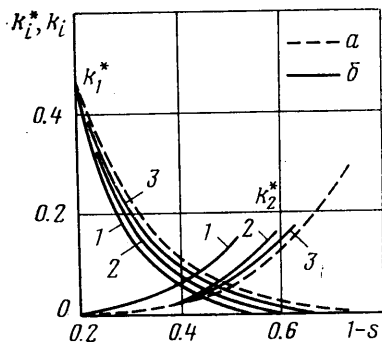
Отметим, что так построенные псевдофазовые проницаемости будут зависеть от безразмерных параметров: $G = k^0 \Delta \gamma / (u \mu_2)$, $B = \sigma \cos \theta \sqrt{m k^0} / (u \mu_1 L)$, $\Lambda = L/H$, $\mu = \mu_1 / \mu_2$, здесь σ — поверхностное натяжение, θ — краевой угол смачивания, $\Delta \gamma$ — разность удельных весов воды и нефти, L — длина пласта, u — характерное значение скорости фильтрации, k^0 — средняя проницаемость.

2. В качестве примера были построены кривые относительных псевдофазовых проницаемостей для пятислойного пласта, состоящего из пропластков равной мощности с проницаемостями 0,33, 1,39, 0,14, 0,62 и 0,01 *дарси*, при начальном распределении нефтенасыщенности, равном 0,8, и следующих значениях остальных параметров:

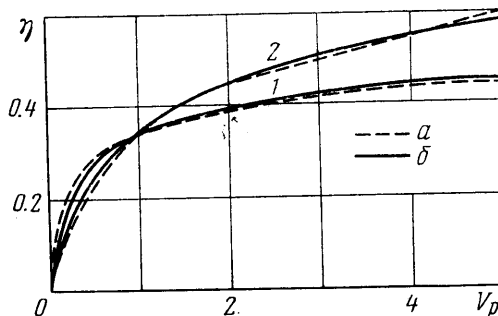
$\sigma \cos \theta = 18$ дин/см, $L = 500$ м, $H = 5$ м, $\mu = 20$, $m = 0.25$. Гравитационными эффектами пренебрегалось. Абсолютная проницаемость по вертикали определялась как среднее гармоническое проницаемостей пропластков. Кривая капиллярного давления та же, что в [4].

На фиг. 1 линиями a обозначены исходные кривые k_1 и k_2 как функции водонасыщенности. Кривые 1 — псевдофазовые проницаемости для данного пласта, соответствующие расчету без учета капиллярных сил, кривые 2 и 3 — с их учетом при значениях $u = 250$ и 30 м/год.

Приведенные на фиг. 1 зависимости свидетельствуют о том, что при увеличении скорости фильтрации кривые осредненных фазовых проницаемостей приближаются к кривым 1. При уменьшении скорости вытеснения все более существенную роль приобретают капиллярные перетоки между прослоями, приводящие к равномерному



Фиг. 1



Фиг. 2

охвату пласта заводнением. В этом случае псевдофазовые проницаемости оказываются близкими к исходным кривым, соответствующим случаю однородного по мощности пласта.

На фиг. 2 представлена зависимость нефтеотдачи от количества прокачанного поровых объемов V_p , рассчитанная по двумерной модели (кривая 1а) и по одномерной модели с использованием кривых 3 (кривая 1б).

Кривые 2 использовались при решении двумерной задачи о вытеснении нефти водой в элементе пятирядной системы расположения скважин. Численное интегрирование плоской задачи проводилось на основе алгоритма раздельного определения поля давления и насыщенности на каждом временном слое [4, 5]. Уравнение для нефтенасыщенности аппроксимировалось неявной разностной схемой расщепления первого порядка точности по всем переменным. На первом дробном шаге учитывались те перетоки между ячейками, направление которых совпадает с направлением возрастания переменных x и y , на втором — наоборот. Такая схема является абсолютно устойчивой. Это позволяет вести расчеты с шагом по времени (определяемым лишь необходимой точностью), в десятки раз большим, чем по общепринятой явной схеме [5]. Значения насыщенности на новом временном слое получаются простым последовательным исключением с использованием итерационного метода Ньютона для решения нелинейных алгебраических уравнений в каждом узле.

Сопоставление основных характеристик вытеснения (кривые а) с расчетом по трехмерной модели (кривые б) приведено на фиг. 3 (1 — нефтеотдача, 2 — доля нефти в продукции скважин).

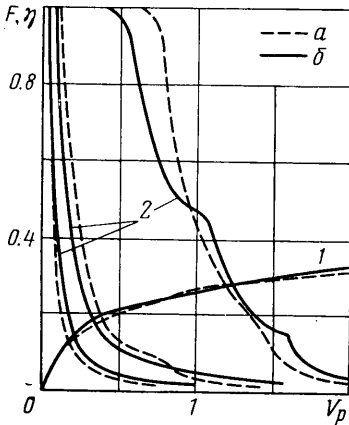
Нетрудно показать, что в общем случае псевдофазовые проницаемости должны зависеть от начального распределения насыщенности фаз и характера изменения параметров пористой среды по простиранию и мощности пласта. Скорость фильтрации также может существенно изменяться по области течения. При этих условиях в расчетах по осредненным уравнениям необходимо выделять подобласти течения с резко отличными значениями исходных данных, в каждой из которых используется свое семейство кривых, зависящих от характерной скорости фильтрации. Построение их осуществляется для каждой подобласти предложенным способом по выходным данным, полученным из численного эксперимента. При задании неизменного закона распределения неоднородности и начальной насыщенности по вертикали в каждой точке пласта оказывается возможным введение единого семейства псевдофазовых проницаемостей, применяемых во всей расчетной области течения. Правомочность такого подхода в этом случае подтверждается полученными численными решениями.

3. Предложенный метод допускает обобщение на случай вытеснения нефти водными растворами химических реагентов. В качестве примера рассмотрим процесс заводнения с добавкой поверхностно-активных веществ (ПАВ).

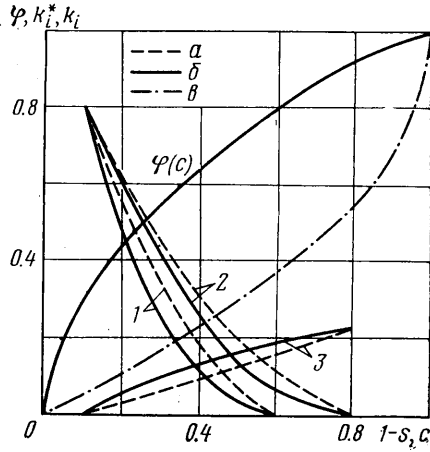
К уравнениям (1.1) присоединяется уравнение баланса реагента, которое при линейной изотерме адсорбции имеет вид [6]

$$(3.1) \quad -ma \frac{\partial}{\partial t} (1-s)c = \text{div}(\mathbf{V}_2 c)$$

где c — концентрация ПАВ в воде, нормированная по начальной, $a=1+\Gamma/m$, Γ — коэффициент Генри.



Фиг. 3



Фиг. 4

При этом фазовые проницаемости (особенно для нефти) и функция капиллярного давления зависят от насыщенности и концентрации (влиянием концентрации на вязкость и плотность воды при закачке ПАВ можно пренебречь).

Аналогично соотношениям (1.5) и (1.6) определим псевдофазовые проницаемости как функции средних значений насыщенности $\langle s \rangle$ и концентрации $\langle c \rangle$

$$(3.2) \quad k_i^*(\langle s \rangle, \langle c \rangle) = \frac{1}{H \langle k \rangle} \int_0^H k k_i(s, c) dz,$$

$$\langle c \rangle = \left(\frac{1}{H} \int_0^H (1-s)c dz \right) / \langle 1-s \rangle$$

Записав выражение для средней скорости фильтрации реагента по мощности пласта, введем новую псевдофункцию

$$(3.3) \quad \varphi(\langle c \rangle) = \left(\int_0^H k k_2(s, c) c dz \right) \left(\int_0^H k k_2(s, c) dz \right)^{-1}$$

Функция φ является долей реагента в водном потоке. После осреднения (1.1) по z , учитывая определение k_i^* , φ и $\langle c \rangle$, получим

$$(3.4) \quad -ma \frac{\partial}{\partial t} (1-\langle s \rangle) \langle c \rangle = \text{div}(\mathbf{U}_2 \varphi)$$

Уравнение (3.4) совместно с (1.8) и (1.7) образует замкнутую систему уравнений относительно средней по мощности нефтенасыщенности, концентрации и давления.

Описанный метод был использован при построении псевдофункций из решения двумерной задачи для рассмотренного выше пятислойного пласта при коэффициенте Генри, равном 0.8. Капиллярными и гравитационными силами при этом пренебрегалось. Полученные кривые приведены на фиг. 4 (1 — $k_1^*(s, 0)$, 2 — $k_1^*(s, 1)$, 3 — $k_2^*(s, 0)$ и $k_2^*(s, 1)$). Кривыми a обозначены исходные зависимости. Изображенный на этой фигуре характерный вид функции ϕ объясняется тем, что малая величина средней концентрации быстро появляется на выходе из-за подхода фронта по высокопроницаемым прослоям. Отсюда производная $\phi' \gg 1$ при малых $\langle c \rangle$. Максимальная же концентрация, имеющаяся на входе, появляется на выходе только после прокачки большого количества поровых объемов ввиду медленного продвижения реагента по низкопроницаемым пропласткам, следовательно, $\phi' \ll 1$ при $\langle c \rangle \rightarrow 1$.

Отметим еще одно важное следствие введения псевдофазовых проницаемостей. Соответствующая построенным кривым доля воды в суммарном потоке как функция водонасыщенности и ϕ при любом значении $\langle c \rangle$ оказываются выпуклыми. Это приводит к тому, что «скачков» насыщенности и концентрации не образуется. Распределение их является непрерывным в течение всего процесса, даже при задании начальных разрывов на входе. При этом значительно снижаются требования к применяемым разностным схемам и повышается точность расчетов.

На фиг. 1 приведены зависимости нефтеотдачи от количества закачанной воды в объеме пор, полученные из решения осредненных уравнений (кривая 2б) и исходных уравнений (кривая 2а) с соответствующими функциями, графики которых изображены на фиг. 4.

Обратный характер зависимости ϕ от средней концентрации получается при вытеснении химического реагента водой (кривая ϵ на фиг. 4). Это приводит к некоторым алгоритмическим трудностям при расчете оторочек, особенно в случае двумерных течений со сложной геометрией линий тока (приходится пользоваться разными кривыми на так называемых волнах разряжения и сжатия по терминологии газовой динамики).

Предложенный подход с некоторыми изменениями, учитывающими специфику процессов, может быть применен и для осреднения уравнений, описывающих механизм вытеснения нефти водорастворимыми полимерами и карбонизированной водой.

Поступила 21 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Курбанов А. К. О некоторых обобщениях уравнений фильтрации двухфазной жидкости. Науч.-техн. сб. по добыче нефти. Всес. нефтегаз. НИИ, 1961, вып. 15.
2. Coats K. H., Nielsen R. L., Terhune M. H., Weber A. G. Simulation of three-dimensional, two-phase flow in oil and gas reservoirs. Soc. Petrol. Engrs J., 1967, vol. 7, No. 4.
3. Hearn C. L. Simulation of stratified waterflooding by pseudo relative permeability curves. J. Petrol. Technol., 1971, July, 805-813.
4. Леви Б. И., Сурков Ю. В. О двумерной задаче вытеснения в слоистых пластах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
5. Леви Б. И. О численном решении двумерных задач фильтрации несмешивающихся жидкостей. В сб. «Численные методы решения задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1972.
6. Бабалаян Г. А., Леви Б. И., Сурков Ю. В. О вытеснении нефти водными растворами ПАВ из слоисто-неоднородных пластов. Изв. вузов, Нефть и газ, 1974, № 8.