

## О ПОСТРОЕНИИ МЕТОДА РАСЧЕТА ПЛОСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В СЛАБЫХ РАСТВОРАХ ПОЛИМЕРОВ С ЛАМИНАРНОЙ, ПЕРЕХОДНОЙ И ТУРБУЛЕНТНОЙ ЗОНАМИ ТЕЧЕНИЯ

В. В. ДРОБЛЕНКОВ, Г. И. КАНЕВСКИЙ

(Ленинград)

Исследование влияния малых полимерных добавок на характеристики течения вязкой жидкости в настоящее время является одним из перспективных направлений снижения сопротивления трения. Одним из интересных вопросов при этом является изучение влияния малых полимерных добавок на характеристики переходной области течения в пограничном слое, а также на величину сопротивления трения при наличии в пограничном слое ламинарного, переходного и турбулентного участков. В статье излагается возможный метод расчета плоского пограничного слоя и сопротивления трения для случая движения тела в слабых полимерных растворах с постоянной концентрацией, учитывающий изменение режимов течения в слое и основанный на использовании интегральных соотношений. Вопросы, связанные с развитием пограничного слоя на теле при реализации подачи полимера на нем, а также с влиянием деградации или деструкции полимера в растворе, не рассматриваются.

1. Ламинарный пограничный слой рассчитывается по методу Польгаузена с аппроксимацией профиля скорости полиномом шестой степени [1] в предположении о том, что малые полимерные добавки практически не оказывают влияния на его развитие. Подобное допущение подтверждается известными экспериментальными данными, полученными в трубах [2]. При расчете ламинарного пограничного слоя интегрируется уравнение импульсов, начальные данные для которого определяются из точного решения для окрестности носовой критической точки [3].

За точку начала ламинарно-турбулентного перехода принимается точка начала разрушения ламинарного профиля скорости, соответствующая району зарождения турбулентных пятен. Точка потери устойчивости и дальнейшее развитие возмущений за ней определяются с помощью методов линейной теории устойчивости. Предлагается считать, что введение в поток малых добавок полимеров не оказывает влияния на положение точки потери устойчивости и на развитие малых возмущений в ламинарном пограничном слое. Подобное допущение подтверждается результатами расчетов устойчивости и развития возмущений в ламинарном пограничном слое с малыми полимерными добавками [4]. Слабое влияние полимерных присадок на развитие возмущений в ламинарном пограничном слое позволяет считать положение точки начала перехода не зависящим от наличия в потоке полимерных добавок, что подтверждается результатами измерений в трубах и плоских каналах [5].

В таких допущениях для определения точки потери устойчивости можно использовать следующую зависимость:

$$(1.1) \quad \text{Re}_0^* = 4084 + 4000 \text{ th } [0.359(\lambda - 4.3)]$$

Здесь  $\text{Re}_0^*$  — число Рейнольдса потери устойчивости, построенное по толщине вытеснения  $\delta^*$  и скорости на внешней границе пограничного слоя

$U_0$ ,  $\lambda$  — форм-параметр Польгаузена. Формула (1.1) получена в результате аппроксимации результатов расчетов  $Re_0^*$  по линейной теории устойчивости.

Непосредственно за точкой потери устойчивости начинается расчет нарастания амплитуд пульсационных скоростей с учетом существующего распределения давлений по телу [3]

$$(1.2) \quad \ln \frac{A}{A_0} = \int_{Re_0^*}^{Re^*} f(c_i, Re^*, \lambda) d Re^*$$

где  $Re^*$  — значение числа Рейнольдса в данной точке,  $A$  — амплитуда пульсаций скорости в той же точке,  $A_0$  — та же величина в точке потери устойчивости,  $c_i$  — скорость нарастания возмущений. Значение интеграла в соотношении (1.2) определяется с использованием рассчитанных по линейной теории устойчивости зависимостей  $\ln(A/A_0)$  для постоянных значений  $\lambda$ , которые могут быть аппроксимированы с помощью следующих соотношений:

$$(1.3) \quad \ln \frac{A}{A_0} = a + b Re^* + c Re^{*2} \quad (Re_0^* < Re^* < Re_1^*)$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = \left( \ln \frac{A}{A_0} \right)_1 + e (Re^* - Re_1^*) \quad (Re^* \geq Re_1^*)$$

$$e = 0.00664 + 0.00424 \operatorname{th} [-0.41(1.5 + \lambda)]$$

$$c = \left[ e (Re_1^* - Re_0^*) - \left( \ln \frac{A}{A_0} \right)_1 \right] (Re_1^* - Re_0^*)^{-2}$$

$$b = e - 2c Re_1^*, \quad a = -b Re_0^* - c Re_0^{*2}$$

$$Re_1^* = 5000 + 3287 \operatorname{arc} \operatorname{tg} (\lambda - 2.6) \quad (\lambda \leq 0)$$

$$Re_1^* = 5000 + 4580 \operatorname{th} [0.506(\lambda - 2.6)] \quad (\lambda > 0)$$

$$\left( \ln \frac{A}{A_0} \right)_1 = 3.56 + 2.36 \operatorname{th} [0.458(\lambda - 2.6)]$$

При расчете принимается, что точка начала ламинарно-турбулентного перехода располагается там, где величина  $\ln(A/A_0)$  достигает критического значения, определяемого по формуле

$$(1.4) \quad \left( \ln \frac{A}{A_0} \right)_0 = 2.1 - 3.6 \ln \varepsilon$$

Зависимость (1.4) получена на основании анализа экспериментальных данных по ламинарно-турбулентному переходу и справедлива в диапазоне изменения степени турбулентности внешнего потока  $\varepsilon$  от 0.02 до 1.8%. Значение  $\varepsilon$  в формулу (1.4) в процентах.

Учет влияния малых полимерных добавок на характеристики турбулентного пограничного слоя может быть выполнен либо с использованием реологических соотношений, описывающих связь между тензором напряжений и тензором скоростей деформаций в полимерных потоках, либо с помощью полуэмпирических методов, в которых влияние полимерных добавок учитывается с помощью изменения универсальных констант турбулентности. Второй подход, перспективность которого для расчета характеристик турбулентных сдвиговых потоков слабых растворов полимеров показана в [6, 7], принимается и в данном случае.

По аналогии с описанием профиля осредненной скорости при течении слабых растворов полимеров в трубах предлагается использовать логарифмический профиль скорости с добавкой Коулса и аддитивной постоянной  $B$ , являющейся функцией параметров растворенного полимера и параметров течения

$$(1.5) \quad \frac{u}{v^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yv^*}{\nu} + \frac{\Pi}{\kappa} \left( 1 - \cos \frac{\pi y}{\delta} \right) + B$$

В соответствии с корреляцией Мейера [8] предполагается, что универсальная константа турбулентности  $\kappa$  в слабых растворах полимеров не изменяет своего значения и принимается равной  $\kappa=0.4$ , а параметр  $B$  представляется в следующем виде:

$$(1.6) \quad B=B_0+\Delta B, \quad \Delta B=0, \quad v^* < v_0^*; \quad \Delta B = \alpha \lg \frac{v^*}{v_0^*}, \quad v^* \geq v_0^*$$

Здесь  $y$  — поперечная координата,  $v^*$  — динамическая скорость,  $\Pi$  — параметр Коулса,  $\delta$  — толщина пограничного слоя,  $B_0$  — универсальная константа, сохраняющая свое обычное значение  $B_0=5.2$ ,  $\alpha$  — параметр, учитывающий свойства растворяемого полимера и его концентрацию в растворе,  $v_0^*$  — значение динамической скорости, соответствующее началу проявления эффекта Томса. На основании опытных данных полагается, что значение  $v_0^*$  определяется в основном видом растворенного полимера и его молекулярным весом. Численные значения  $\alpha$  и  $v_0^*$  находятся на основании анализа экспериментальных данных по течениям растворов полимеров в трубах [6-8] с учетом вида полимера и его концентрации в растворе.

Характеристики турбулентного пограничного слоя рассчитываются с помощью метода работы [9]. При этом используются: уравнение импульсов, уравнение захвата массы и закон трения на стенке, получаемый из соотношения (1.5) при  $y=\delta$ .

Для определения профиля осредненных скоростей, интегральных характеристик и коэффициента местного трения в пограничном слое в области ламинарно-турбулентного перехода, начиная от точки начала перехода вплоть до района полностью сформировавшегося турбулентного пограничного слоя, используются следующие основанные на анализе экспериментальных данных предположения. Район зарождения турбулентных пятен (точка начала перехода) совпадает с виртуальным началом турбулентного пограничного слоя. Толщина потери импульса ламинарного пограничного слоя, рассчитываемого от носовой критической точки, совпадает с толщиной потери импульса турбулентного пограничного слоя, рассчитываемого от его виртуального начала, при значении коэффициента перемежаемости  $\gamma$ , равном 0.5. Распределение коэффициента перемежаемости по длине переходной области подчиняется нормальному закону распределения Гаусса.

Анализ экспериментальных данных и представление о переходном пограничном слое как о слое, в котором в данной точке ламинарный профиль скорости существует в течение промежутка времени, пропорционального  $1-\gamma$ , а турбулентный профиль — в течение промежутка времени, пропорционального  $\gamma$ , позволяет представить значение скорости в переходной области в виде [10]

$$(1.7) \quad u(y) = (1-\gamma)u_L(y) + \gamma u_T(y)$$

Здесь  $u_L(y)$  — профиль скорости в ламинарном пограничном слое, который рассчитывается от носовой критической точки,  $u_T(y)$  — профиль

скорости в турбулентном пограничном слое, определяемый зависимостями (1.5) и (1.6), который рассчитывается от его виртуального начала.

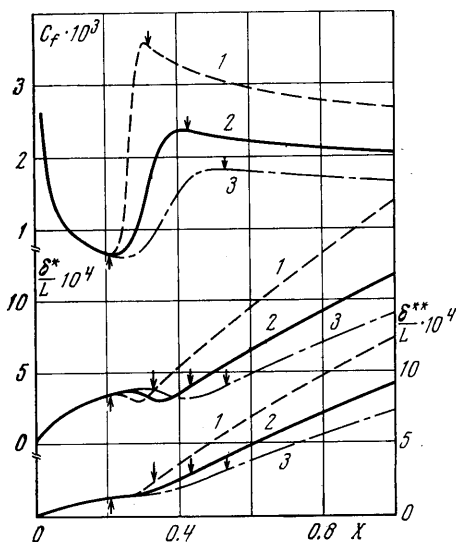
Необходимые для расчетов по формуле (1.7) значения коэффициента перемежаемости в каждой точке по длине переходной области определяются из условия равенства коэффициента перемежаемости 0.5 в точке совпадения толщин потери импульса ламинарного и турбулентного пограничных слоев и равенства всей протяженности переходной области четырем стандартным отклонениям для закона нормального распределения Гаусса.

2. По изложенному методу были проделаны систематические расчеты характеристик пограничного слоя на плоской пластине и крыловых профилях в широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса и степени турбулентности внешнего потока. Сопоставление результатов расчетов, выполненных применительно к обычной жидкости, с экспериментальными данными работ [10-12] показывает их удовлетворительное согласование [13].

Для анализа влияния малых полимерных добавок на характеристики течения в переходной зоне были выполнены расчеты пограничного слоя на плоской пластине. Расчеты выполнялись при числе Рейнольдса  $Re$ , построенном по длине пластины  $L$  и скорости ее движения  $U_0$ , равном  $5 \cdot 10^6$ , степени свободной турбулентности  $\epsilon = 0.5\%$  и  $v_0^*/U_0 = 0.01$ . Результаты расчетов коэффициента местного трения  $c_f$ , безразмерной толщины вытеснения  $\delta^*/L$  и безразмерной толщины потери импульса  $\delta^{**}/L$  в зависимости от безразмерной продольной координаты  $X = x/L$  представлены на фиг. 1. Кривые 1 соответствуют значению  $\alpha = 0$  (обычная жидкость), кривые 2 и 3 соответствуют значениям  $\alpha = 10$  и 20. Рассматриваемые расчетные параметры примерно соответствуют движению в растворе полиокса WSR-301 ( $v_0^* \approx 0.023$  м/сек) с концентрацией  $C \approx 0, 10$  и 30 ppm со скоростью  $U_0 = 2.3$  м/сек. Точки начала и конца ламинарно-турбулентного перехода отмечены на фиг. 1 стрелками.

Расчеты показывают существенное увеличение длины переходной области при введении в поток полимерных добавок. Их влияние приводит к уменьшению максимального значения коэффициента местного трения в переходной области течения и смещению его вниз по потоку. Из-за влияния полимерных присадок положение минимума толщины вытеснения смещается вниз по потоку, а величина  $\delta^*$  в области развитого турбулентного слоя уменьшается. Величина толщины потери импульса  $\delta^{**}$  под воздействием полимерных добавок уменьшается всюду, начиная от точки начала перехода.

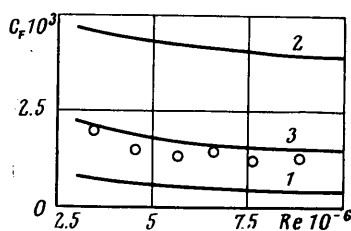
Результаты расчетов коэффициента сопротивления трения пластины в предположении о чисто турбулентном режиме ее обтекания при  $\alpha = 10$ ,  $v_0^*/U_0 = 0.01$ ,  $L = 0.9144$  м сопоставлены с данными экспериментов при буксировке пластины в растворе полиокса WSR-301 при концентрации  $C = 15$  ppm и длине пластины  $L = 0.9144$  м [2] на фиг. 2. Здесь кривая 1 со-



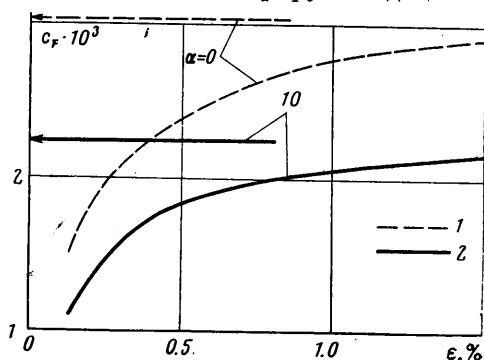
Фиг. 1

ответствует ламинарному обтеканию пластины, кривая 2 — турбулентному обтеканию обычной жидкостью, кривая 3 — турбулентному обтеканию раствором полимера. Результаты расчетов находятся в удовлетворительном качественном и количественном согласовании с экспериментальными данными.

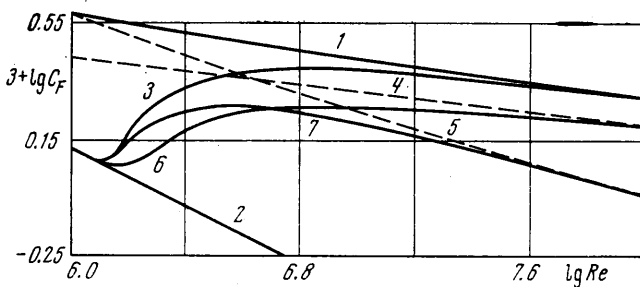
Влияние степени турбулентности на величину коэффициента сопротивления трения пластины  $C_F$ , движущейся в слабом растворе полимера (полиокса WSR-301,  $C \approx 10$  ppm) при  $Re = 5 \cdot 10^6$  иллюстрируется данными,



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

приведенными на фиг. 3. Линии 1 соответствуют обтеканию обычной жидкостью, а линии 2 — обтеканию раствором полимера. Стрелками указаны величины сопротивления трения при чисто турбулентном режиме обтекания. Видно, что при увеличении степени турбулентности сопротивление трения возрастает как для случая движения в растворителе, так и при движении в растворе полимера. Однако относительное снижение сопротивления трения плоской пластины  $\Delta C_F / C_{F0}$ , связанное с введением в поток малых полимерных добавок, слабо изменяется с изменением степени турбулентности и составляет в данном случае  $25 \div 28\%$  (здесь  $C_{F0}$  — коэффициент сопротивления трения при движении в растворителе,  $\Delta C_F$  — абсолютная величина изменения коэффициента сопротивления трения).

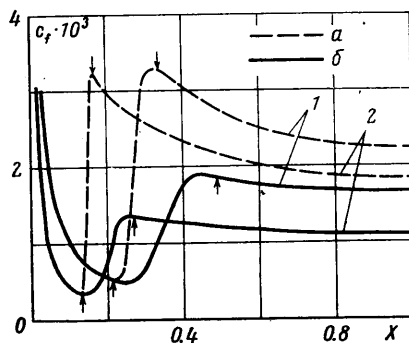
Результаты исследования влияния числа Рейнольдса на сопротивление трения пластины, обтекаемой слабым раствором полимера, представлены на фиг. 4. Кривая 1 соответствует чисто турбулентному обтеканию пластины обычной вязкой жидкостью, кривая 2 — ламинарному обтеканию пластины, кривая 3 — обтеканию пластины обычной жидкостью при степени свободной турбулентности  $\epsilon = 0.5\%$ . Кривые 4–7 соответствуют результатам расчетов обтекания пластины полимерным раствором при  $\alpha = 10$  и  $v_0^* = 0.023$  м/сек, при этом кривые 4 и 5 получены в предположении

о чисто турбулентном режиме течения в пограничном слое, а кривые 6 и 7 получены в ходе расчетов при  $\varepsilon=0.5\%$ .

При выполнении расчетов, результаты которых представлены кривыми 4 и 6, число Рейнольдса изменялось за счет изменения длины пластины при постоянной скорости ее обтекания  $U_0=2.3$  м/сек ( $v_0^*/U_0=0.01$ ). Кривые 5 и 7 представляют собой результаты расчетов при изменении числа Рейнольдса за счет изменения скорости обтекания пластины при постоянной ее длине  $L=3$  м. Приведенные результаты подтверждают тот факт, что при обтекании пластины раствором полимера одной и той же концентрации влияние числа Рейнольдса на величину  $C_F$  различно при его изменении за счет изменения длины или изменения скорости.

При наличии на пластине ламинарного и переходного участков в пограничном слое графики зависимостей  $C_F$  от  $Re$  отклоняются от кривой ламинарного сопротивления трения при постоянном для заданной степени турбулентности числе Рейнольдса, не зависящем от параметров растворенного полимера, и асимптотически приближаются к соответствующим зависимостям для чисто турбулентного режима обтекания (см. кривые 3, 6, 7 на фиг. 4).

На фиг. 5 приведены результаты расчетов коэффициента местного трения для пограничного слоя на 12%-ном профиле Жуковского при  $Re=5 \cdot 10^6$  и  $2 \cdot 10^7$  и  $\alpha=0$  и 10. Расчеты выполнены для профиля с длиной



Фиг. 5

Re	Смешанный пограничный слой, $\varepsilon=0.5\%$		Турбулентный пограничный слой	
	$5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^7$
I	25.2	40.5	26.5	41.9
II	32.3	44.8	32.8	45.3

$L=2$  м. Для выбранных чисел Рейнольдса отношение  $v_0^*/U_0$  при использовании полиокса WSR-301 ( $v_0^*=0.023$  м/сек) составляет соответственно 0.00586 и 0.001465. В расчетах использовано экспериментально замеренное распределение скоростей на внешней границе пограничного слоя профиля Жуковского при нулевом угле атаки [12]. Кривые а относятся к обтеканию профиля обычной жидкостью, а кривые б — раствором полимера. Кривые 1 соответствуют числу Рейнольдса  $5 \cdot 10^6$ , а кривые 2 —  $2 \cdot 10^7$ . Стрелками показаны границы переходных зон течения. Как и в случае безградиентного течения, при введении в поток малых полимерных добавок наблюдается существенное увеличение длины переходной области течения в пограничном слое.

Рассчитанные для профиля Жуковского значения относительного снижения сопротивления  $\Delta C_F/C_{F0}$  (в процентах) сопоставлены с результатами расчетов для плоской пластины в таблице. Здесь I — пластина, II — 12%-ный профиль Жуковского.

Данные таблицы свидетельствуют о том, что относительное снижение сопротивления трения при введении в поток полимерных добавок на

профиле несколько больше при прочих равных условиях, чем в случае обтекания пластины.

Как и в случае безградиентного течения, наличие ламинарно-турбулентного перехода на профиле Жуковского несущественно влияет на величину относительного снижения сопротивления трения из-за введения в поток малых добавок полимеров.

Поступила 10 VI 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Schlichting H., Ulrich A.* Zur Berechnung des Umschlages laminar-turbulent. J. Dtsch. Luftfahrtforschung, 1942.
2. Гидробионика в судостроении. ЦНИИ ТЭИС, 1970.
3. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.
4. *Дробленков В. В., Каневский Г. И.* Ламинарный пограничный слой и его устойчивость в слабых растворах полимеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 4.
5. *Хабалнашева Е. М., Перепелица Б. В.* Поля скоростей и турбулентных пульсаций при малых добавках к воде высокомолекулярных веществ. Инж.-физ. ж., 1968, т. 14, № 4.
6. *Васецкая Н. Г., Иселевич В. А.* О построении полумпирической теории турбулентности слабых растворов полимеров. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
7. *Иселевич В. А., Пилипенко В. Н.* О турбулентном течении жидкости с полимерными добавками в пограничном слое с продольным градиентом давления. Докл. АН СССР, 1973, т. 213, № 4.
8. *Meyer W. A.* A correlation of frictional characteristics for turbulent flow of dilute viscoelastic non-newtonian fluids in pipes. A.I.Ch.E. Journal, 1966, vol. 12, No. 3.
9. *Левкович, Ходли, Хорлок, Перкинс.* Семейство интегральных методов для расчета турбулентного пограничного слоя. Ракетная техника и космонавтика, 1970, т. 8, № 1.
10. *Dhawan S., Narasima R.* Some properties of boundary layer flow during the transition from laminar to turbulent motion. J. Fluid Mech., 1958, vol. 3, No. 4.
11. *Schubauer G. B., Klebanoff P. S.* Contributions on the mechanics of boundary-layer transition. Nat. Advis. Comm. Aeronaut., 1956, Rept No. 1289.
12. *Preston J. H., Sweeting N. E.* The experimental determination of the boundary layer and wake characteristics of a simple Joukowski aerofoil, with particular reference to the trailing edge region. Aeronaut. Res. Council., Rep. and mem., 1943, No. 1998.
13. *Дробленков В. В., Каневский Г. И.* Метод расчета положения и интегральных характеристик переходного пограничного слоя. Рукопись депонирована в ВИНТИ, № 1795-74 от 1 июля 1974 г.