

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. 2. М., Физматгиз, 1963.
2. Гонор А. Л. Обтекание треугольного крыла гиперзвуковым потоком. ПММ, 1970, т. 34, вып. 3.
3. Гонор А. Л. Обтекание конических тел при движении газа с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
4. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М., «Наука», 1970.
5. Бабаев Д. А. Численное решение задачи обтекания нижней поверхности треугольного крыла сверхзвуковым потоком газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 6.
6. Вазжин А. П. К расчету обтекания плоских треугольных крыльев при больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
7. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
8. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 3.

УДК 533.6.011.72+534.222.2

СТРУКТУРА ЗОНЫ РЕАКЦИИ ДВУХФАЗНОЙ ДЕТОНАЦИИ

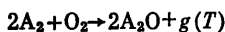
А. М. ГЛАДИЛИН

(Ленинград)

В [1] рассматривается структура зоны реакции в детонационной волне, распространяющейся по смеси газообразного взрывчатого вещества с химически активными мелкодисперсными частицами. Показывается, что за фронтом детонационной волны, распространяющейся по такой системе, возникают волны сжатия, которые, однако, не влияют на условие стационарного распространения детонационной волны, совпадающее с условием Чепмена — Жуге.

Изучение структуры зоны реакции двухфазной детонации, распространяющейся по смеси капельного горючего с газообразным окислителем, было проведено в [2]. Ниже предлагается иной, чем [1, 2], подход к рассматриваемой проблеме, позволяющий получить более широкую информацию о структуре зоны реакции двухфазной детонации. В частности, найдены условия существования самоподдерживающегося стационарного режима.

Задача решается в постановке [1], но с учетом только одной химической реакции



протекающей между испарившимся материалом частиц, состоящих из элемента А, и газообразным кислородом.

Для описания одномерного стационарного течения смеси газа с частицами за фронтом двухфазной детонации воспользуемся системой дифференциальных уравнений, записанной в системе координат, связанной с фронтом [1]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(\rho u) &= \alpha_0 \alpha \\ \frac{d}{dx}(p + \rho u^2) &= -\rho \beta_0 \beta + v \alpha_0 \alpha \\ (1) \quad \frac{d}{dx} \left[\rho u \left(E + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] &= -\rho u \beta_0 \beta + \alpha_0 \alpha \left(E + \frac{v^2}{2} \right) \\ \frac{dr}{dx} &= -d_0 dv^{-1}, \quad \frac{dv}{dx} = e_0 ev^{-1}, \quad \frac{d}{dx}(nv) = 0 \\ \alpha &= rn \text{Nu}(T - \theta), \quad \beta = r^2 n C_D |u - v|(u - v), \quad e = \rho C_D |u - v|(u - v) \\ d &= \text{Nu} r^{-1}(T - \theta), \quad E = g(T) - L + E^*, \quad g(T) = g_0 - k(T - T_0) \end{aligned}$$

Здесь $u = D - u'$, $v = D - v'$ — скорости газа и частиц в системе координат, связанной с детонационным фронтом; ρ , u' , p , E , T — соответственно плотность, массовая скорость, давление, внутренняя энергия и температура газа; D — скорость детона-

дионного фронта; r — радиус частиц; n — число частиц в единице объема; θ — температура частиц; Nu — число Нуссельта частицы; C_D — коэффициент сопротивления; $g(T)$ — тепловой эффект химической реакции; L — затраты энергии на испарение единицы массы частиц; E^* — внутренняя энергия паров материала частиц в зоне фазового перехода из твердой или жидкой фазы в газообразную; k — константа, учитывающая снижение теплового эффекта химической реакции с ростом температуры, при которой она происходит; $\alpha_0, \beta_0, d_0, e_0$ — константы, полученные при приведении системы дифференциальных уравнений к безразмерному виду.

Следя [3], разрешим первые три уравнения системы (1) относительно производных

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{d\rho}{dx} &= -\frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha u E}{c^2-u^2} - \frac{\rho c^2\beta_0\beta}{c^2-u^2} + \frac{\alpha_0\alpha c^2(v-u)}{c^2-u^2} + \frac{1}{2} \frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha u(v-u)^2}{c^2-u^2} \\ \frac{d\rho}{dx} &= -\frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha E}{u(c^2-u^2)} - \frac{\rho u\beta_0\beta}{u(c^2-u^2)} + \frac{\alpha_0\alpha u(v-u)}{u(c^2-u^2)} + \frac{\alpha_0\alpha(c^2-u^2)}{u(c^2-u^2)} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha(v-u)^2}{\rho(c^2-u^2)} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha E}{\rho(c^2-u^2)} + \frac{\rho u\beta_0\beta}{\rho(c^2-u^2)} - \frac{\alpha_0\alpha u(v-u)}{\rho(c^2-u^2)} + \frac{1}{2} \frac{(\gamma-1)\alpha_0\alpha(v-u)^2}{\rho(c^2-u^2)} \end{aligned}$$

Дифференцируя уравнение состояния идеального газа и выражая из него dT/dx , получаем с помощью (2) следующее уравнение:

$$(3) \quad \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{\alpha_0\alpha E(c^2-\gamma u^2)}{c_p \rho u(c^2-u^2)} - \frac{\rho u c^2 \beta_0 \beta}{c_p \rho u(c^2-u^2)} + \frac{1}{2} \frac{\alpha_0\alpha(v^2-u^2)(c^2-\gamma u^2)}{c_p \rho u(c^2-u^2)} - \\ &\quad - \frac{\alpha_0\alpha u^2(c^2-\gamma u(v-u))}{c_p \rho u(c^2-u^2)} - \frac{1}{\gamma-1} \frac{\alpha_0\alpha c^2(c^2-\gamma u^2)}{c_p \rho u(c^2-u^2)} \end{aligned}$$

Здесь c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении; $c = \sqrt{\gamma RT}$ — скорость звука в газе (в силу малости объемной концентрации частиц, требующихся для обеспечения стехиометрического состава смеси, их влиянием на скорость звука в газе пренебрегается).

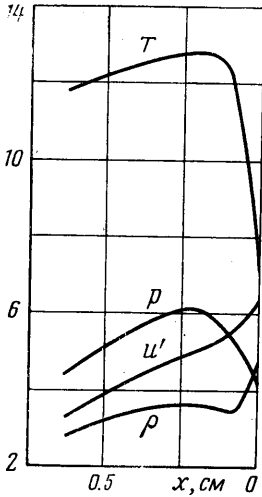
Первые члены правой части (2), (3) учитывают влияние тепловыделения химической реакции; вторые связаны с силой сопротивления между газом и частицами, вызванной несовпадением скоростей движения фаз; остальные члены описывают воздействие со стороны испаряющегося материала частиц. Как видно из (2), (3), знаки всех членов правой части зависят от знака разности c^2-u^2 , т. е. от того, является ли скорость газа относительно детонационного фронта больше или меньше скорости звука.

Не проводя численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (2), (3), можно сделать определенные выводы о поведении решения этих уравнений за фронтом детонационной волны. Для этого совместим фронт детонационной волны с началом системы координат, а ось x направим в глубь зоны химической реакции. Поскольку за фронтом детонационной волны в зоне химической реакции $c > u$, то из (2), (3) следует, что выделение тепловой энергии приводит к уменьшению давления и плотности, но к увеличению температуры и скорости газа по мере увеличения расстояния от фронта. Далее, исходя из того, что на фронте детонационной волны $v > u$, в некоторой его окрестности $\beta < 0$ и, следовательно, в этой окрестности сила сопротивления, возникающая между газом и частицами в результате несовпадения скоростей движения фаз, приводит к увеличению давления, плотности, температуры и к уменьшению скорости газа относительно детонационного фронта. Аналогичный эффект оказывает и сумма остальных членов правой части, связанных с продуктами испарения материала частиц, что будет продемонстрировано результатами численного расчета. Из проведенного здесь анализа следует, что природа волн сжатия, возникающих за фронтом детонационных волн в двухфазных средах [1-3], связана, как это было отмечено в [2], с торможением газа испаряющимися частицами.

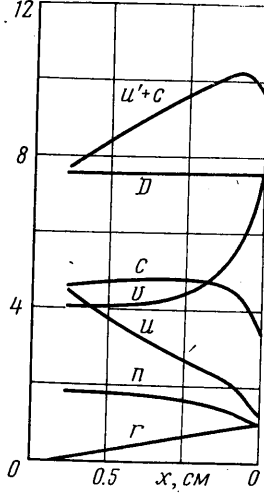
Перейдем теперь к рассмотрению конкретных числовых примеров. Определим скорость стационарного режима и структуру зоны химической реакции двухфазной детонации, которая распространяется по стехиометрической смеси кислорода, находящегося при атмосферном давлении, с жидкими частицами ($L=5$ ккал/моль) одинакового начального радиуса $r_0=2.5 \cdot 10^{-6}$ м, дающими тепловой эффект $g_0=100$ ккал/моль. Для этого необходимо найти решение системы дифференциальных уравнений

(2), (3) и трех последних уравнений системы (1) в зоне химической реакции за фронтом детонационной волны, которое удовлетворяет определенным граничным условиям.

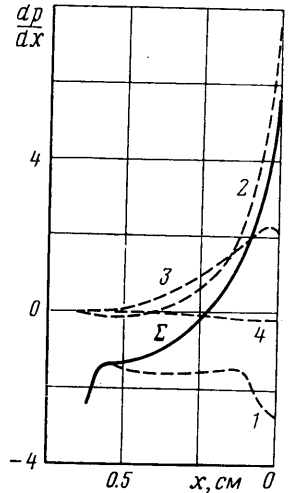
Пусть детонационная волна распространяется вправо. В этом случае фронт детонационной волны будет правой, а конец зоны химической реакции, определяемый условием полного испарения частиц, — левой границей рассматриваемой области. Совместим фронт детонационной волны с началом подвижной системы координат, а ось x направим в глубину зоны химической реакции. Поскольку фронт детонацион-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

ной волны представляет собой ударную волну [6], то правое граничное условие для первой фазы определяется по формулам, связывающим параметры фронта ударной волны со скоростью ее распространения D , а для второй фазы — из предположения о непрерывности ее параметров при переходе через разрывы в первой фазе

$$(4) \quad p = p_0[(1 + \eta)M_0^2 - \eta], \quad \rho = \rho_0 M_0^2 [(1 - \eta) + \eta M_0^2]^{-1}$$

$$u = D - c_0(1 - \eta) \left[M_0 - \frac{1}{M_0} \right], \quad T = \frac{p}{R\rho}$$

$$r = r_0, \quad v = D, \quad n = n_0, \quad \left(M_0 = \frac{D}{C_0}, \quad h = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)$$

Нулем отмечены невозмущенные параметры двухфазной среды перед фронтом.

На левой границе рассматриваемой области должно выполняться условие Чепмена — Жуге $u = c$. Это условие следует непосредственно из (2), (3), поскольку в конце зоны химической реакции числители всех членов правой части равны нулю. Если при этом знаменатель не равен нулю, то стационарное решение однозначно продолжается за пределы зоны химической реакции и является там ударной волной, движущейся со скоростью D . Такая детонация называется пересжатой.

Нормальная самоподдерживающаяся детонация в двухфазной среде, так же как и в однофазной, может существовать только в том случае, если в конце зоны химической реакции выполняется условие $u = c$, так как только в этом случае возмущения из области, расположенной ниже зоны химической реакции, не проникают в эту зону. При этом точка x , в которой выполняется условие $u = c$, является особой точкой системы (2), (3), отделяющей стационарную область зоны химической реакции от нестационарной области волны разрежения.

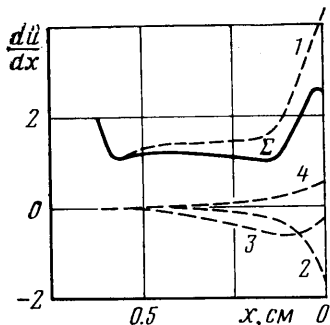
Равенство $u = c$ может быть достигнуто и внутри зоны химической реакции [1]. Согласно (2), (3) в этом случае в точке достижения равенства $u = c$ должен образоваться разрыв решения, представляющий собой ударную волну сжатия или разрежения. Однако можно показать, что никакого разрыва, движущегося со скоростью D , в указанной точке существовать не может, а следовательно, не могут существовать и такие стационарные режимы детонации. Для этого достаточно построить адиабату Гюгонно, проходящую через точку O на плоскости PV , соответствующую состоянию газа при $u = c$, и прямую Михельсона и убедиться, что построенная адиабата не

имеет других точек пересечения с прямой Михельсона, кроме точки O . Это доказывает невозможность ударного перехода из точки O в какую-либо другую точку адиабаты Гюгонио, связанную стационарно с детонационным фронтом, так как все такие точки должны лежать на прямой Михельсона.

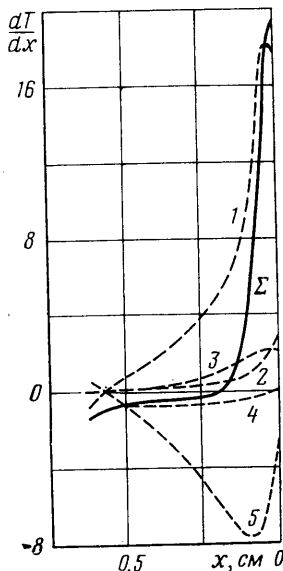
Обратимся снова к граничным условиям. Поскольку скорость стационарного режима заранее не известна, то граничное условие (4) позволяет найти решение системы дифференциальных уравнений в зоне химической реакции, зависящее от параметра D . Выделение стационарного режима осуществляется подбором такой скорости D^* , при которой на левой границе $u=c$ [1].

Результаты численного расчета параметров и структуры зоны химической реакции за фронтом детонационной волны с использованием указанных выше начальных данных приведены на фиг. 1 и 2. Из них видно, что скорость стационарного распространения этой детонационной волны составляет 7.6 (1900 м/сек). Несовпадение скоростей газа и частиц в конце зоны химической реакции связано с тем, что численные расчеты проводились не до точки $r=0$, в которую попасть практически невозможно, а до некоторой области $0 < r < 0.05 r_0$.

На фиг. 3-5 приведены кривые, описывающие вклад каждого члена правых частей (2), (3) (номер кривой совпадает с порядковым номером члена) в значение



Фиг. 4



Фиг. 5

соответствующей производной в зоне химической реакции, которое изображается сплошной кривой со значком Σ . Из представленных результатов видно, что поведение давления и скорости газа непосредственно за фронтом двухфазной детонации определяется в основном соотношением между плотностью выделяющейся тепловой энергии (кривые 1) и силой сопротивления между частицами и газом, обусловленной несопадением скоростей движения фаз (кривые 2).

Из фиг. 2 и 4 видно, что несмотря на выполнение за фронтом детонационной волны неравенства $v > u$, частицы уменьшают скорость газа и относительно детонационного фронта. Это вызвано тем, что при $v > u$ и $c > u$ частицы создают впереди себя возмущение в виде волны сжатия, которое и приводит к торможению газа.

Многочисленные расчеты, проведенные при различных r_0 , g_0 и L , показали, что скорость самоподдерживающегося стационарного режима двухфазной детонации может быть представлена следующей зависимостью:

$$D = F(L) \sqrt{g_0}$$

где F — некоторая функция, вид которой не установлен.

Суммируя результаты, полученные в [1] и данной работе, можно сделать вывод, что условия стационарного распространения одномерных детонационных волн в двухфазных и однофазных средах полностью совпадают.

Поступила 16 IV 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Гладиллин А. М. Стационарный режим детонации в смеси газообразного ВВ с мелкодисперсным наполнителем. Физика горения и взрыва, 1975, № 3.
2. Борисов А. А., Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Козарко С. М., Поддубенков А. Л. Зона реакции при детонации двухфазных смесей. Физика горения и взрыва, 1970, № 3.
3. Нигмагулин Р. И. К вопросу о волнах уплотнения в двухфазных средах. Вестн. МГУ. Сер. матем.-механ., 1969, № 4.

4. Антонов Э. А., Гладиллин А. М. Усиление детонационной волны зоной вторичных реакций в двухфазной среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
5. Pierce T. H., Nicholls J. A. Two-phase detonations with bimodal drop distributions. *Astronaut. Acta*, 1972, vol. 17, No. 4/5.
6. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. Теория детонации. М., Гостехиздат, 1955.

УДК 533.6.011.8

К ВОПРОСУ О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ В УСЛОВИЯХ ЗАКОНА ЛОКАЛЬНОСТИ

Н. И. САЗОНОВА

(Москва)

Решается задача об определении аэродинамических характеристик тел в условиях неустановившегося режима полета в случаях, когда можно применять закон локальности (модифицированная теория Ньютона, свободномолекулярное течение газа, течение разреженного газа в промежуточном режиме и т. д.). Показано, как сравнительно легко можно рассчитать коэффициенты вращательных производных первого порядка. Приведены примеры расчета.

1. Для вычисления сил и моментов, действующих на летящее тело, часто используют закон локальности, который заключается в том, что поток импульса на поверхности тела в основном зависит от положения тела относительно направления скорости набегающего потока. При этом предположении местные коэффициенты давления касательного напряжения в некоторой точке поверхности тела могут быть заданы соответственно в форме

$$c_p = \sum_{k=1}^R A_k(v, n)^k, \quad c_\tau = (v, \tau) \sum_{k=1}^{R-1} B_k(v, n)^k$$

где v , n , τ — соответственно орты скорости набегающего на тело потока, внутренней нормали и касательной к обтекаемой поверхности, $R \geq 2$.

Постоянные A_k , B_k определяют законы взаимодействия потока с поверхностью тела. Коэффициент действующей на тело аэродинамической силы определяется в этом случае соотношением

$$c_F = \frac{1}{S_0} \int_S (c_p n + c_\tau \tau) dS$$

где интегрирование проводится по области $(v, n) \geq 0$. Закон локальности при анализе обтекания тел установившимся однородным потоком газа использовался в [1-5].

Приведем соображения, подтверждающие, что закон локальности можно применять в некоторых случаях неустановившегося обтекания.

В работе [6] рассматривается гиперзвуковое ньютоновское обтекание покоящегося тела неустановившимся потоком газа. Из результатов работы следует, что в этом случае ньютоновскую формулу для давления можно применять при тех же ограничениях, что и для установившегося обтекания.

В [7, 8] изучается в ньютоновском приближении поступательное нестационарное движение с гиперзвуковой скоростью некоторого плоского или осесимметричного тела. При этом формула для давления кроме основного ньютоновского члена содержит член с ускорением ($a(t) = dV(t)/dt$, где $V(t)$ — скорость поступательного движения). Таким образом, если предположить, что $a(t) \ll V^2/l_0$ (l_0 — наибольший линейный размер тела), то и в данном случае с полным основанием можно применять закон локальности.

Очевидно, что при неустановившемся обтекании тел гиперзвуковым свободномолекулярным потоком газа закон локальности можно применять только в том случае, когда на тело не попадают молекулы, отраженные от тела в более ранние моменты времени. В [8] выведены условия, при выполнении которых можно пренебречь вкладом вторично отраженных молекул.

Вопрос о применении закона локальности для неустановившегося обтекания тел в промежуточном режиме сводится к вопросу о возможности подбора коэффициентов $A_k B_k$, что можно выяснить только при наличии хотя бы минимального числа экспериментов.

2. Рассмотрим произвольное неустановившееся движение пространственного тела. Представим это движение в виде суммы поступательного движения некоторой точки со скоростью $U(t)$ и вращения вокруг этой точки со скоростью $\Omega(t)$

$$V(t, s) = U(t) + [\Omega(t) \times R(s)]$$