

РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ФЮЗЕЛЯЖА С КРЫЛОМ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Л. А. МАСЛОВ, В. П. ЮШИН

(Москва)

Расчеты обтекания сложных трехмерных тел идеальной жидкостью проводятся методами [1-3] при помощи аппроксимации поверхности множеством плоских элементов. По каждому элементу непрерывно распределяется слой поверхностных особенностей, интенсивность которых находится решением системы линейных алгебраических уравнений весьма большого порядка. Вычисление коэффициентов системы и ее решение требует значительных затрат машинного времени мощных ЭВМ. Если в методе [2] путем упрощений удастся полную систему уравнений разбить на несколько подсистем и получить приближенное решение задачи быстрее, чем по методу [1], то в работе [3] того же автора для расчета конкретных фюзеляжей используется практически метод [1].

В данной статье для расчета комбинации крыла с фюзеляжем развивается метод [4], разработанный для фюзеляжа. Отличаясь от метода [1] способом решения основного интегрального уравнения и не уступая ему в точности, данный метод оказывается менее трудоемким.

1. Постановка задачи. Геометрические соотношения. Течение идеальной несжимаемой жидкости вокруг твердого тела строится наложением заданного невозмущенного потока на систему источников, непрерывно распределенных по поверхности тела. Интенсивность источников должна удовлетворять интегральному уравнению, к которому приводится внешняя задача Неймана

$$(1.1) \quad 2\pi\mu(P) + \iint_{\omega} \mu(Q) R^{-3} \mathbf{R} \cdot \mathbf{n}(P) d\omega = \mathbf{v}(P) \cdot \mathbf{n}(P)$$

Здесь μ — интенсивность источников; ω — поверхность твердого тела; P — произвольная расчетная точка; Q — текущая точка поверхности ω ; $\mathbf{R} = \mathbf{QP}$; \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности ω ; \mathbf{v} — заданная скорость невозмущенного потока.

Определив интенсивность μ из (1.1), скорость жидкости относительно тела можно найти по формуле

$$(1.2) \quad \mathbf{u}(P) = 2\pi\mu(P) \mathbf{n}(P) + \iint_{\omega} \mu(Q) R^{-3} \mathbf{R} d\omega - \mathbf{v}(P)$$

Для всей конфигурации фюзеляж — крыло используется связанная с ней система декартовых координат x, y, z с осями $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, называемая основной системой. Координатная плоскость xOy является вертикальной плоскостью симметрии, а плоскость yOz проходит через носовую точку фюзеляжа (фиг. 1).

Форма фюзеляжа задается в основной системе координат набором поперечных сечений, перпендикулярных оси x . Обводы крыла задаются набором профилей в плоскостях, параллельных плоскости симметрии xOy . Для каждого профиля используется местная система безразмерных координат x_1, y_1 , отсчитываемых от носовой точки профиля x_0, y_0 в основной

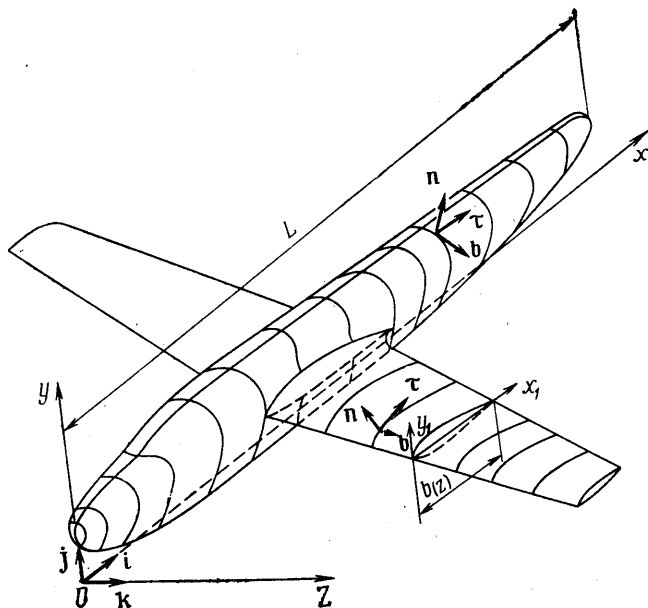
системе и отнесенных к длине местной хорды $b(z)$. Координаты точек профиля в основной системе определяются формулами

$$(1.3) \quad x = x_0(z) + b(z)x_1, \quad y = y_0(z) + b(z)y_1(z, x_1)$$

т. е. оси x_1, y_1 параллельны осям x, y .

Все линейные размеры в основной системе координат отнесены к длине фюзеляжа L и в отличие от местных безразмерных декартовых и криволинейных координат, используемых в дальнейшем, не имеют индексов.

Вдоль контуров поперечного сечения фюзеляжа и профиля крыла вводится в качестве координаты длина дуги s . Для фюзеляжа координата s отсчитывается от верхней точки контура, лежащей в плоскости сим-



Фиг. 1

метрии, а направление отсчета в окрестности этого начала совпадает с направлением оси z . Для крыла величина s отсчитывается от носовой точки профиля по верхней поверхности. Полупериметр поперечного сечения фюзеляжа $l(x)$ используется для представления координаты s в безразмерном виде $s_1 = s/l(x)$, для крыла $s_1 = s/b(z)$. Крайние значения параметра s_1 крыла обозначены $l_+(z)$ для верхней поверхности и $l_-(z)$ для нижней ($l_+ > 1, l_- < -1$). Таким образом, при интегрировании по поверхности тел переменная s_1 имеет интервалы изменения от 0 до 2 для фюзеляжа и от l_- до l_+ для крыла.

Контур поперечного сечения фюзеляжа и профиля крыла представляются в параметрическом виде соответственно

$$(1.4) \quad y = y(s), \quad z = z(s)$$

$$(1.5) \quad x_1 = x_1(s_1), \quad y_1 = y_1(s_1)$$

Для выражения дифференциальных элементов поверхности фюзеляжа и крыла соответственно введены обозначения

$$(1.6) \quad p_1 = \frac{\partial y}{\partial s}, \quad p_2 = \frac{\partial z}{\partial s}, \quad p_3 = p_1 \frac{\partial z}{\partial x} - p_2 \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$(1.7) \quad q_1 = \frac{\partial x_1}{\partial s_1}, \quad q_2 = \frac{\partial y_1}{\partial s_1}, \quad q_3 = q_2 \frac{\partial x}{\partial z} - q_1 \frac{\partial y}{\partial z}$$

Производные p_1 и p_2 вычисляются при $x = \text{const}$, q_1 и q_2 — при $z = \text{const}$, производные $\partial y / \partial x$ и $\partial z / \partial x$ для фюзеляжа — при $s_1 = \text{const}$, а $\partial x / \partial z$ и $\partial y / \partial z$ для крыла — при постоянном x_1 .

Элементы поверхности фюзеляжа и крыла оказываются соответственно равными

$$(1.8) \quad d\omega = l(x) \sqrt{1 + p_3^2} ds_1 dx, \quad d\omega = b(z) \sqrt{1 + q_3^2} ds_1 dz$$

В каждой точке поверхности вводится связанная с этой точкой прямоугольная система координат \mathbf{n} , $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{b} (фиг. 1). Ось \mathbf{n} является внешней нормалью, оси $\boldsymbol{\tau}$ и \mathbf{b} лежат в касательной плоскости. Для единичных векторов этих осей получены следующие выражения для фюзеляжа и крыла соответственно:

$$(1.9) \quad \mathbf{n} = (1 + p_3^2)^{-1/2} (p_3 \mathbf{i} + p_2 \mathbf{j} - p_1 \mathbf{k})$$

$$\boldsymbol{\tau} = (1 + p_3^2)^{-1/2} (\mathbf{i} - p_2 p_3 \mathbf{j} + p_1 p_3 \mathbf{k}), \quad \mathbf{b} = p_1 \mathbf{j} + p_2 \mathbf{k}$$

$$(1.10) \quad \mathbf{n} = (1 + q_3^2)^{-1/2} (-q_2 \mathbf{i} + q_1 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k})$$

$$\boldsymbol{\tau} = q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j}, \quad \mathbf{b} = (1 + q_3^2)^{-1/2} (q_2 q_3 \mathbf{i} - q_1 q_3 \mathbf{j} + \mathbf{k})$$

2. Расчетные формулы. Каждой расчетной точке пространства присваиваются координаты x , y , z , а если эта точка лежит на поверхности ω конфигурации, то и значение параметра s_1 , соответствующего крылу или фюзеляжу. Аналогичные координаты текущей точки поверхности ω обозначаются соответственно ξ , η , ζ и σ_1 . Вектор \mathbf{R} в формулах (1.1) и (1.2) равен

$$(2.1) \quad \mathbf{R} = (x - \xi) \mathbf{i} + (y - \eta) \mathbf{j} + (z - \zeta) \mathbf{k}$$

$$(2.2) \quad R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

При движении тела в невозмущенной жидкости с углом атаки α переносная скорость точки твердого тела записывается в виде

$$(2.3) \quad \mathbf{v} = -(\mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \sin \alpha) v_0$$

Здесь v_0 — скорость начала связанной с телом системы координат относительно некоторой неподвижной системы.

Вместо интенсивности μ используются функции g_1 для фюзеляжа и g_2 для крыла, связанные с μ соотношениями

$$(2.4) \quad g_1 = 2\pi l \sqrt{1 + p_3^2} \mu / v_0, \quad g_2 = 2\pi b \sqrt{1 + q_3^2} \mu / v_0$$

Для безразмерных компонент возмущенной скорости в любой точке пространства, не принадлежащей поверхности, с учетом (1.8), (2.1) и (2.4) получены формулы

$$(2.5) \quad v_v = \iint_0^1 \int_0^2 g_1(\xi, \sigma_1) K_v d\sigma_1 d\xi + \iint_{z_1}^{z_2} \int_{l_1}^{l_2} g_2(\zeta, \sigma_1) K_v d\sigma_1 d\zeta, \quad v = x, y, z$$

$$(2.6) \quad K_x = \frac{x - \xi}{2\pi R^3}, \quad K_y = \frac{y - \eta}{2\pi R^3}, \quad K_z = \frac{z - \zeta}{2\pi R^3}$$

Здесь z_1 и z_2 — ординаты вдоль оси z соответственно корневого сечения крыла, т.е. плоскости примыкания крыла к фюзеляжу, и конца крыла.

Заметим, что внешний интеграл второго слагаемого в (2.5) вычисляется для основной консоли крыла в пределах от z_1 до z_2 и для симметричной — в пределах от $-z_2$ до $-z_1$.

Интегральное уравнение (1.1) для определения функций g_1 и g_2 при помощи (1.9)–(2.4) после преобразований можно получить в следующем виде:

$$(2.7) \quad \begin{aligned} g_1 &= l[f_1 - (p_3 v_x + p_2 v_y - p_1 v_z)] \\ g_2 &= b[f_2 - (-q_2 v_x + q_1 v_y + q_3 v_z)] \end{aligned}$$

где неизвестные функции g_1 и g_2 включены в правые части под знаком интеграла за счет (2.5), а для свободных членов уравнений введены обозначения

$$f_1 = -p_3 \cos \alpha - p_2 \sin \alpha, \quad f_2 = q_2 \cos \alpha - q_1 \sin \alpha$$

Совместным решением интегральных уравнений (2.7) находится распределение функций g_1 и g_2 по крылу и фюзеляжу, после чего вычисляются безразмерные касательные скорости на поверхности по формулам, полученным соответственно для фюзеляжа и крыла

$$(2.8) \quad \begin{aligned} u_\tau &= (1 + p_3^2)^{-1/2} (\cos \alpha - p_2 p_3 \sin \alpha + v_x - p_2 p_3 v_y + p_1 p_2 v_z) \\ u_b &= p_1 \sin \alpha + p_1 v_y + p_2 v_z \end{aligned}$$

$$(2.9) \quad \begin{aligned} u_\tau &= q_1 \cos \alpha + q_2 \sin \alpha + q_1 v_x + q_2 v_y \\ u_b &= (1 + q_3^2)^{-1/2} (q_2 q_3 \cos \alpha - q_1 q_3 \sin \alpha + q_2 q_3 v_x - q_1 q_3 v_y + v_z) \end{aligned}$$

Безразмерный коэффициент давления вычисляется в случае поступательного движения по формуле Бернулли

$$p^0 = 1 - u_\tau^2 - u_b^2$$

3. Методы вычислений. Определение решения интегральных уравнений (2.7) и подсчет скоростей и давлений проводятся в конечном числе дискретных расчетных точек поверхности крыла и фюзеляжа. Эти точки располагаются в произвольно выбранных поперечных сечениях фюзеляжа и сечениях крыла, параллельных плоскости симметрии. Информация о расчетных точках является информацией о поверхности конфигурации и вводится в ЭВМ в виде таблиц ординат.

Интегральные уравнения (2.7) решаются методом последовательных приближений. В качестве начального приближения используются функции $l(x)f_1$ для фюзеляжа и $b(z)f_2$ для крыла.

Несобственные двумерные интегралы (2.5) вычисляются с помощью замен переменных. Замены для каждой переменной имеют один и тот же вид. Например, при интегрировании по ξ (для фюзеляжа)

$$(3.1) \quad h_\xi = \operatorname{sgn}(\xi - x) [|\xi - x| / (|\xi - x| + a_\xi)]^{1/2}$$

Здесь x — координата расчетной точки, являющейся для интеграла особой, играет роль параметра; a_ξ — постоянная, выбранная на основе практики вычислений как некоторая часть диапазона интегрирования.

При интегрировании по ζ (для крыла) роль параметра играет координата расчетной точки z . При вычислении внутренних интегралов (2.5) по σ_1 параметром особой точки σ_{10} считается координата σ_1 той точки на контуре поперечного сечения фюзеляжа ($\xi = \text{const}$) или профиля крыла ($\zeta = \text{const}$), расстояние которой r_0 от расчетной точки минимально. При этом новые переменные h_σ используются только при следующих условиях соответственно для фюзеляжа и крыла:

$$(3.2) \quad |x - \xi| < 0.05, \quad |\sigma_{10} - \sigma_1| \leq 1/12, \quad r_0^2 < 0.004$$

$$(3.3) \quad |z - \zeta| < 0.1 b(\zeta), \quad r_0 < 0.2 b(\zeta)$$

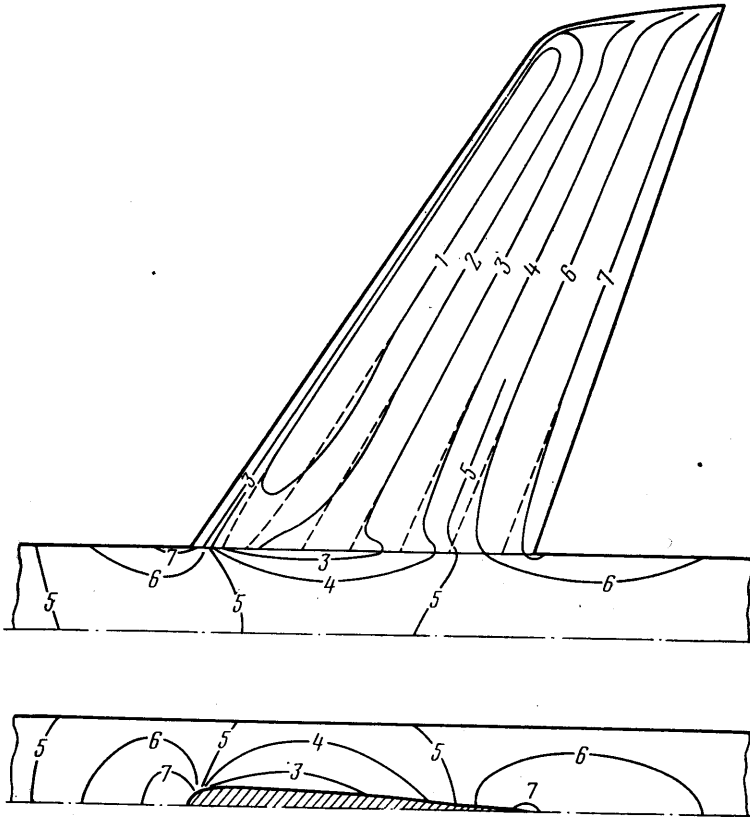
где $b(\zeta)$ — местное значение хорды, а оценка r_0 , как и вообще интегрирование по σ_1 , для крыла ведется отдельно для верхней и нижней поверхностей профиля.

Вне пределов (3.2) и (3.3) интегралы вычисляются непосредственно по переменной σ_1 по правилу трапеций с шагом расчетных точек в ближайшем расчетном сечении. Интегрирование в новых переменных ведется по правилу трапеций с постоянным шагом Δh . В результате узлы интегрирования располагаются симметрично относительно особой точки, сгущаясь в ее окрестности, что позволяет вычислить главную часть несобственного интеграла, а разрывные значения ядра при $\xi = x$, $\zeta = z$ и $\sigma_1 = \sigma_{10}$ в интегральные суммы не включать. Необходимые при таком способе интегрирования промежуточные значения координат поверхности и интенсив-

ности источников между расчетными точками определяются двойной квадратичной интерполяцией.

На примерах расчетов изолированных тел было найдено, что приемлемая точность для фюзеляжа получается при $\Delta h_\xi = 384^{-1/2}$ и $\Delta h_\sigma = 2^{-4}$, для крыла $\Delta h_\xi = \Delta h_\sigma = 384^{-1/2}$. Константы a в формуле (3.1) равны: $a_\xi = 0.5$, $a_\zeta = 0.5(z_2 - z_1)$, $a_\sigma = 0.5$.

4. Пример расчета. Выполнены расчеты обтекания под нулевым углом атаки симметричной конфигурации крыло – фюзеляж. Фюзеляж выбран в виде кругового цилиндра с эллиптическими законцовками. Длина законцовок фюзеляжа равнялась двум его диаметрам, а вся длина – десяти диаметрам. Стреловидное крыло с суже-



Фиг. 2

нием, имеющее в плоскости xOy симметричный профиль Жуковского толщиной 12% по всему размаху, устанавливалось в плоскости горизонтальной симметрии фюзеляжа. Расстояние от носовой точки фюзеляжа до передней кромки крыла составляло три диаметра фюзеляжа. Удлинение крыла с учетом подфюзеляжной части равнялось 2.2, сужение 2, стреловидность по передней кромке 34° .

На фиг. 2 сплошными линиями построены изобары в области сопряжения крыла с фюзеляжем. Кривые 1–7 соответствуют постоянным значениям безразмерного коэффициента давления p° , равным $-0.4, -0.3, -0.2, -0.1, -0.05, 0, 0.1$. Для сравнения пунктирными линиями показаны изобары, рассчитанные для изолированного крыла того же размаха. При этом изобары изолированного крыла на подфюзеляжной части не строились.

В концевых сечениях крыла влияние фюзеляжа мало и сплошные линии практически совпадают с пунктирными. По мере приближения к фюзеляжу изобары крыла по сравнению с изолированным крылом претерпевают незначительную деформацию, связанную с расширением области разрежения. Существенное перераспределение давления по сравнению с изолированным фюзеляжем получается на поверхности фюзеляжа, в основном в области сопряжения крыла с фюзеляжем, где давление достигает заметных величин. Сгущение изобар на поверхности фюзеляжа в районе передней кромки крыла свидетельствует о значительном градиенте давления в этом

месте. В случае реальной жидкости такой сильный градиент будет связан с нежелательными вторичными течениями, ослабление которых обычно достигается применением в области бортовой хорды крыла различного рода обтекателей или наплывов. Влияние таких наплывов на распределение давления может быть оценено с помощью изложенного в настоящей статье метода.

Поступила 16 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hess J. L.* Review of integral-equation techniques for solving potential flow problem with emphasis on the surface-source method. *Comput Meth. Appl. Mech. and Engng.* 1975, vol. 5, No. 2.
2. *Woodward F. A.* A unified approach to the analysis and design of wing-body combinations at subsonic and supersonic speeds. AIAA paper, 1968, No. 55.
3. *Woodward F. A.* An improved method for the aerodynamic analysis of wing-body-tail configurations in subsonic and supersonic flow, pt. 1. Theory and Appl. NASA Contract Rep., 1973, N2228.
4. *Маслов Л. А., Юшин В. П.* К расчету обтекания фюзеляжа произвольной формы при малых скоростях. Уч. зап. ЦАГИ, 1976, т. 7, № 1.