

## РЕГУЛЯРНОЕ ОТРАЖЕНИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОТ ПРОВОДЯЩЕЙ СТЕНКИ

Е. А. ПУШКАРЬ

(Москва)

В двумерной сверхзвуковой газовой динамике одной из классических стационарных задач, которые включают в себя ударные волны и другие разрывы, является задача о наклонном отражении ударной волны от плоской стенки. Хорошо известно [1-3], что возможны два типа отражения: регулярное и маховское.

Рассматривается задача о регулярном отражении магнитогидродинамической ударной волны от бесконечно проводящей плоской стенки в рамках идеальной магнитной гидродинамики [4]. Предполагается, что нормальное к стенке магнитное поле не равно нулю. Решение задачи строится для падающих волн различных типов (быстрых и медленных). Найдено, что в зависимости от начальных данных решение может носить качественно различный характер. В отличие от газовой динамики падающая волна отражается в виде двух волн, которые могут быть центрированными волнами разрежения.

Подобная задача для частного случая магнитного поля, параллельного потоку, рассматривалась ранее [5, 6]. Нормальная составляющая магнитного поля на стенке равнялась нулю, решение было построено только для случая падения быстрой ударной волны, картина течения по форме аналогична газовой динамике.

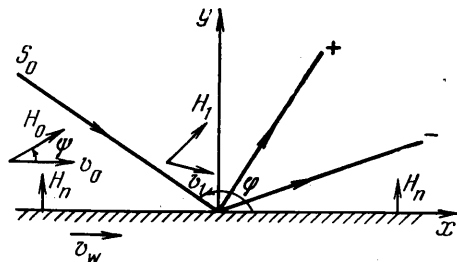
Построенное в данной работе решение задачи об отражении ударной волны необходимо для истолкования экспериментов в ударных трубах [7-10].

Рассмотрим задачу о регулярном отражении магнитогидродинамической ударной волны от бесконечно проводящей плоской стенки. Исследуемое течение будем считать плоскополяризованным [11], т. е. магнитное поле и скорость потока лежат в одной плоскости, электрическое поле и ток перпендикулярны этой плоскости.

Исследование будем проводить в системе координат, связанной с волной, т. е. будем считать, что ударная волна неподвижна, угол ее наклона фиксирован, бесконечно проводящий идеальный газ набегает на ударную волну, со скоростью  $v_0$ , стенка движется с той же скоростью  $v_w = v_0$ . Ось  $x$  направим вдоль стенки, ось  $y$  — перпендикулярно стенке (фиг. 1).

Граничными условиями на стенке являются условия непрерывности нормальной составляющей магнитного поля  $\{H_n\} = 0$  и параллельности потока стенке  $v_n = 0$ . Перед ударной волной граничные условия выполнены в силу постановки задачи.

Будем считать заданными скорость стенки и газодинамические характеристики потока перед падающей ударной волной. Интенсивность падающей ударной волны будем задавать, фиксируя ее угол наклона. В силу того что газ перед ударной волной бесконечно проводящий, магнитное поле



Фиг. 1

«вморожено» в среду, поэтому магнитное поле перед волной считается заданным.

Рассмотрим общий случай, когда нормальная составляющая магнитного поля на стенке не равна нулю. Поскольку стенка бесконечно проводящая, то электрическое поле в ней определяется из соотношения

$$(1) \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H}$$

и в системе координат, связанной с волной, электрическое поле в стенке и в газе не равно нулю.

Следует отметить, что из-за того, что нормальная к стенке компонента магнитного поля не равна нулю, газ должен покоиться относительно стенки, поэтому невозможны постановки задачи с различными скоростями набегающего потока  $v_0$  и стенки  $v_w$ .

Кроме газодинамического граничного условия параллельности скорости потока стенке за ударной волной на стенке необходимо удовлетворить условию непрерывности нормальной составляющей магнитного поля, т. е. вместо одного граничного условия, которое имеет место в газовой динамике и в случае параллельного скорости магнитного поля, имеем два граничных условия.

Чтобы удовлетворить этим условиям, течение за волной должно обладать двумя свободными параметрами. Если течение за падающей волной имеет гиперболический характер, то в нем возможны быстрая  $S^+$  и медленная  $S^-$  стационарные ударные волны, связанные с уходящими характеристиками, или быстрая  $R^+$  и медленная  $R^-$  стационарные простые волны. Каждая из этих волн характеризуется одним параметром — своей интенсивностью. В силу условий на нормальные скорости на ударных волнах и стационарных простых волнах в этом случае возможны следующие комбинации волн:  $S^+S^-$ ,  $S^+R^-$ ,  $R^+S^-$ ,  $R^+R^-$ . Таким образом, число граничных условий совпадает с числом свободных параметров и интенсивности отраженных волн могут быть однозначно определены.

В потоке могут присутствовать также альфвеновские разрывы  $A$ . При плоскополяризованном течении стационарные альфвеновские разрывы не имеют свободного параметра, их угол наклона совпадает с углом наклона альфвеновской характеристики, интенсивность однозначно определяется условием поворота магнитного поля на  $180^\circ$  вокруг нормали к волне. Поэтому наряду с вышеуказанными комбинациями волн возможны комбинации вида  $S^+AS^-$ ,  $S^+AR^-$ ,  $R^+AS^-$ ,  $R^+AR^-$ , каждая из которых обладает двумя свободными параметрами.

Если течение за падающей ударной волной имеет квазигиперболический тип, то в зависимости от угла наклона ударной волны наряду с двумя медленными ударными волнами  $S^-$ , связанными с уходящими характеристиками, или соответственно двумя медленными стационарными простыми волнами  $R^-$ , возможна медленная волна, связанная с приходящими характеристиками. В этом случае для однозначного определения течения за отраженной волной необходимо задавать еще и условие на бесконечности [12].

Если за падающей ударной волной течение имеет эллиптико-гиперболический тип, то в таком потоке возможна только одна из медленных волн — ударная или простая центрированная, число граничных условий больше числа свободных параметров, автомодельного решения не существует.

В силу вмороженности магнитного поля в проводящую стенку нормальные к стенке компоненты магнитного поля перед и за падающей ударной

волной в стенке должны быть равны, касательное магнитное поле различно по обе стороны от точки отражения и испытывает произвольный разрыв на границе раздела жидкость — твердое тело из-за присутствия токовых слоев на этой границе. Кроме того, на границе между стенкой и газом должны быть непрерывны перпендикулярные стенке составляющие магнитного поля.

В плоскополяризованном стационарном течении электрическое поле постоянно и непрерывно на разрывах, границах раздела. В однородных областях и в стационарных простых волнах оно определяется по формуле (1). Поэтому из совпадения нормальных стенке компонент магнитного поля до и после точки отражения и непрерывности нормального поля на границе раздела стенка — поток следует, что скорость газа перед падающей волной должна быть равна скорости газа за отраженными волнами.

Наоборот, условие непрерывности скорости влечет за собой совпадение нормального магнитного поля до и после точки отражения в силу постоянства электрического поля. Таким образом, два граничных условия для  $v_n$  и  $H_n$  эквивалентны условию равенства векторов скорости потока перед падающей и за отраженными волнами вектору скорости стенки  $v_w$ .

Используя исследованные и построенные ранее поляры магнитогидродинамических ударных волн [13] и найденное качественное изменение скорости в стационарных простых волнах [14], можно построить картину регулярного отражения магнитогидродинамической волны от бесконечно проводящей стенки.

Решение будем строить для случая, когда течение за падающей ударной волной имеет гиперболический тип. Если течение имеет эллиптико-гиперболический тип, то автомодельное решение отсутствует. В случае квазигиперболического типа течения для однозначного решения задачи отражения необходимо привлекать условия на бесконечности, которые в данной постановке не рассматриваются.

Используя параметры газа за падающим скачком в качестве начальных, можно построить поляры скорости для уходящих волн  $S^+$ ,  $S^-$ ,  $R^+$ ,  $R^-$ . Поляры этих волн, выходящие из конца вектора  $v_1$ , служат на плоскости  $v_x, v_y$  границами между областями, каждая точка которых представляет собой скорость за определенной комбинацией отраженных волн. Например, скорость в секторе между полярами  $S^+$  и  $S^-$  может быть достигнута в комбинации  $S^+S^-$  (фиг. 2).

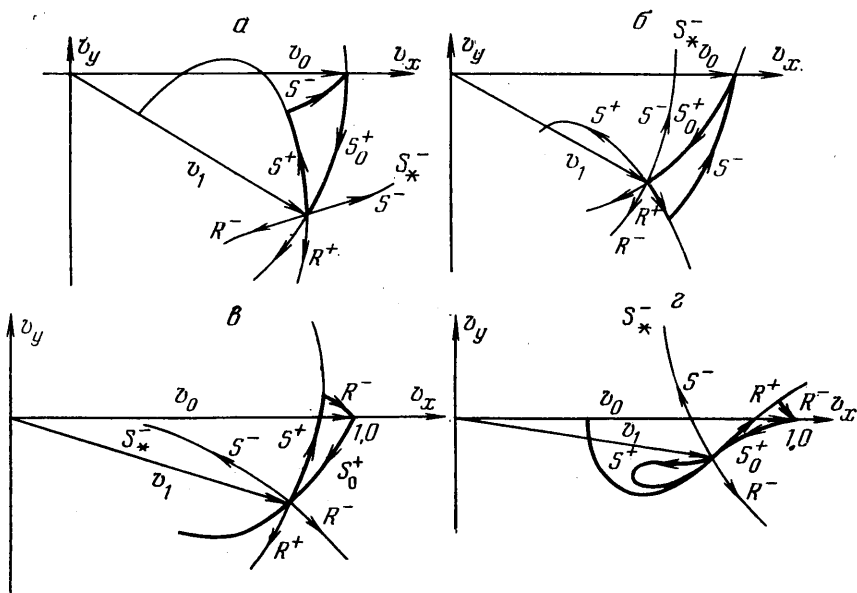
Имеются также другие границы между областями на плоскости  $v_x, v_y$  с разными комбинациями отраженных волн. Интенсивность медленных ударных волн ограничена интенсивностью выключающих ударных волн  $S_*^-$  [4], нормальная скорость перед которыми равна альфвеновской, а магнитное поле за волной перпендикулярно плоскости скачка. Все возможные комбинации волн  $S^+S_*^-$ , в которых интенсивность быстрой волны  $S^+$  переменна, дают на плоскости  $v_x, v_y$  линию, служащую границей области с комбинацией волн  $S^+S^-$ . Еще одна граница этой области получается из-за ограниченности интенсивности быстрой ударной волны в стационарном течении. Совершенно аналогично можно построить границу, задаваемую комбинацией волн  $R^+S_*^-$ .

Интенсивность быстрой простой волны ограничена в силу того, что на предельной характеристике скорость равна альфвеновской, магнитное поле перпендикулярно предельной характеристике [14]. Такую быструю простую волну — максимальный сектор разрежения — будем обозначать  $R_*^+$ . Тогда комбинация волн  $R_*^+S^-$  даст еще одну границу области. Подобным же образом строится граница вида  $S^+R_*^-$  и  $R^+R_*^-$ , где  $R_*^-$  — медленная волна максимальной интенсивности, плотность газа за которой равна нулю. Для решения рассматриваемой задачи эта граница несущест-

венна, поскольку медленный сектор разрежения до вакуума имеет угол раствора больший, чем позволяют условия задачи.

Точно так же строятся границы областей, в которых имеются альфвеновские разрывы, их дают следующие комбинации волн:  $S^+A$ ,  $R^+A$ ,  $AS^-$ ,  $AR^-$ ,  $S^+AS_*^-$ ,  $R^+AS_*^-$ ,  $S^+AR_*^-$ ,  $R^+AR_*^-$ . При этом комбинации волн  $S^+S_*^-$  и  $S^+AS_*^-$ , а также  $R^+S_*^-$  и  $R^+AS_*^-$  дают одну и ту же границу.

Таким образом, после построения границ плоскость  $v_x, v_y$  будет разбита на области, в каждой из которых возможна определенная комбинация волн вида  $S^+S^-$ ,  $S^+R^-$ ,  $R^+S^-$ ,  $R^+R^-$  или  $S^+AS^-$ ,  $S^+AR^-$ ,  $R^+AS^-$ ,



Фиг. 2

$R^+AR^-$ . Регулярному отражению ударной волны соответствует комбинация, результирующая скорость за которой совпадает со скоростью  $v_0$  набегающего потока, т. е. решение задачи будет определяться исходя из того, в какую из областей попадает конец вектора  $v_0$ .

Исследование картины отражения осложнено тем что кроме параметра, характеризующего падающую ударную волну (угол падения), поставленная задача имеет еще три безразмерные характеристики: число Маха  $M=v_0/a_0$ , число Альфвена  $N=v_A/a_0 \equiv H/\sqrt{4\pi\rho a_0}$  и угол  $\psi$  наклона магнитного поля к стенке. Здесь  $a_0$  — газодинамическая скорость звука,  $H$  — напряженность магнитного поля,  $\rho$  — плотность газа,  $v_A$  — альфвеновская скорость.

В соответствии с характерными условиями экспериментов [7-10] будем предполагать, что число Маха велико, а магнитное давление сравнимо с динамическим давлением, хотя и меньше последнего. Это означает, что отношение  $\alpha=N^2/M^2$  меньше единицы, но  $\alpha$  сравнимо с единицей. Угол наклона магнитного поля к стенке будем изменять.

Пусть падающей волной является быстрая  $S_0^+$  магнитогидродинамическая ударная волна. Скорость набегающего потока  $v_0$  в этом случае направлена по оси  $x$ , скорость за ударной волной  $v_1$  лежит на быстрой ветви поляры скорости, соответствующей уходящим вверх по потоку ударным волнам (фиг. 2).

При небольшом угле между стенкой и магнитным полем падающая быстрая ударная волна  $S_0^+$  распадается при отражении на комбинацию из быстрой и медленной ударных волн (фиг. 2, а).

При увеличении  $\psi$  характер поведения быстрых волн изменяется и, как следствие, изменяется вид отражения. При не очень сильных полях ударная волна распадается при отражении на быструю центрированную волну  $R^+$  и медленную ударную волну  $S^-$  (фиг. 2, б). При более сильных полях возможна комбинация отраженных волн  $S^+R^-$  (фиг. 2, в).

При углах  $\psi$ , близких к  $\pi/2$ , в падающей ударной волне скорость может поворачиваться как к стенке ( $v_y < 0$ ), так и от стенки ( $v_y > 0$ ). При этом за ударной волной угол между скоростью и магнитным полем больше  $\pi/2$ , сила Лоренца может вызывать ускорение газа в простых волнах таким образом, что поток поворачивается навстречу повороту характеристик против часовой стрелки. В этом случае ударная волна отражается в виде двух центрированных волн  $R^+R^-$  (фиг. 2, в). При дальнейшем увеличении  $\psi$  происходит смена вида отражения на  $S^+R^-$  (фиг. 2, в). Таким образом, угол  $\psi$  между стенкой и магнитным полем является для картины отражения быстрой ударной волны определяющим параметром.

Альфвеновские разрывы будут присутствовать в построенных решениях, если скорость газа близка к альфвеновской перед падающей ударной волной или за ней, при этом медленная магнитогиродинамическая волна (ударная или центрированная) разделяется на альфвеновский разрыв и медленную волну.

Автомодельное решение рассматриваемой задачи (регулярное отражение) будет существовать, только если изменение скорости течения в вышеуказанных комбинациях достаточно велико, чтобы скорость за отраженными волнами совпала со скоростью стенки. В противном случае отражение носит нерегулярный характер, картина течения, возможно, нестационарная.

Решим подобную задачу для случая падающей медленной  $S_0^-$  магнитогиродинамической ударной волны, когда набегающий поток имеет гиперболический тип. Постановка задачи в этом случае тождественна постановке задачи для падающей быстрой ударной волны. Скорость за ударной волной  $v_1$  в этом случае лежит на медленной ветви поляры скорости, соответствующей приходящим характеристикам, с углом наклона медленных волн больше прямого.

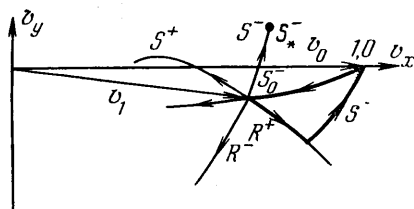
На фиг. 3 построено решение задачи о регулярном отражении медленной ударной волны. Падающая медленная магнитогиродинамическая ударная волна  $S_0^-$  в этом случае распадается при отражении на быструю стационарную простую волну  $R^+$  и следующую за ней медленную ударную волну  $S^-$ .

Проведенное построение отражения медленной ударной волны выполнено для небольшого угла  $\psi$ , число Маха невелико. В случае больших чисел Маха отражение происходит в виде комбинации  $S^+S^-$  при небольшой интенсивности падающей волны, при большей интенсивности  $S_0^-$  отраженная медленная волна распадается на альфвеновский разрыв и медленную ударную или центрированную волну, так что отражение имеет вид  $S^+AS^-$  или  $S^+AR^-$ . При достаточно больших числах Маха в случае увеличения угла  $\psi$  между стенкой и магнитным полем отражение медленной ударной волны имеет качественно такой же характер. При этом для углов, близких к прямому, и большой интенсивности падающей волны возможно решение вида  $S^+R^-$ .

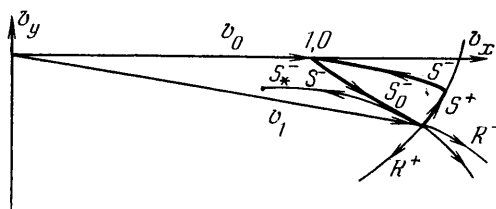
Углам наклона магнитного поля  $\psi > \pi/2$  соответствуют поляры скорости с углом наклона магнитного поля к скорости потока перед волной  $\psi_1 = \pi - \psi$ , симметричные относительно оси  $v_x$ , так что углу  $\phi$  наклона

ударной волны соответствует угол  $\pi - \varphi$ . В этом случае ветвь поляры, соответствовавшая при  $\psi < \pi/2$  уходящим характеристикам, будет при  $\psi > \pi/2$  соответствовать приходящим характеристикам и, наоборот, ветвь, соответствовавшая уходящим характеристикам, будет соответствовать приходящим характеристикам [4].

На фиг. 4 построено решение задачи об отражении медленной ударной волны  $S_0^-$  для угла наклона магнитного поля к скорости набегающего потока, большего  $\pi/2$ . Как видно из фигуры, набегающая медленная магнитогидродинамическая ударная волна  $S_0^-$  в этом случае распадается



Фиг. 3



Фиг. 4

при отражении на быструю ударную волну  $S^+$  и следующую за ней медленную ударную волну  $S^-$ .

Характерной особенностью отражения медленных волн является возникновение альфвеновского разрыва, отщепляющегося от медленной отраженной волны, при большой интенсивности падающей ударной волны.

Необходимо подчеркнуть, что исследуемая задача об отражении ударных волн существенно нелинейна. Например, если течение перед ударной волной имеет эллиптико-гиперболический тип, то в линейной постановке автомодельное решение задачи отсутствует из-за того, что за ударной волной тип течения также эллиптико-гиперболический, и в силу вышесказанного число свободных параметров меньше числа граничных условий. В то же время при нелинейной постановке задачи в медленной волне достаточно большой интенсивности происходит смена типа течения на гиперболический и автомодельное решение задачи становится возможным.

Когда магнитное поле составляет со скоростью угол больше прямого, то в медленных волнах, связанных с приходящими характеристиками, газ ускоряется, происходит «перекачка» энергии магнитного поля в кинетическую энергию движущейся среды. При этом число Маха уменьшается на гораздо меньшую величину по сравнению с числом Альфвена и в ударных волнах достаточно большой интенсивности течение за волной имеет гиперболический тип.

Решение задачи о регулярном отражении медленной ударной волны для эллиптико-гиперболического типа набегающего потока строится аналогично случаю гиперболического типа течения, рассмотренного выше (фиг. 4). Падающая медленная магнитогидродинамическая ударная волна распадается при отражении на быструю ударную волну и следующую за ней медленную ударную волну. Такое решение будет существовать только при достаточно большой интенсивности падающей ударной волны.

Автор благодарит А. А. Бармина, А. Г. Куликовского и Г. А. Любимова за полезное обсуждение полученных результатов.

Поступила 9 XII 1976

## ЛИТЕРАТУРА

1. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., Изд-во иностр. лит., 1950.
  2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
  3. Основы газовой динамики. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
  4. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.
  5. Natter M. MHD — Stosspolarendiagramme für Plasmen unendlicher Leitfähigkeiten, VDJ — Forschungsh., 1974, Nr 565.
  6. Natter M. Shock reflexion and shock-wave interaction in field-aligned flows. J. Plasma Phys., 1975, vol. 14, No. 1.
  7. Craig A. D. An experimental investigation of slow-mode shock waves. J. Plasma Phys., 1974, vol. 12, No. 1.
  8. Walenta Z. A. Regular reflection of the plane shock waves from an inclined wall. Arch. Mech. Stosow., 1974, vol. 26, No. 5.
  9. Robertson S., Chen Y.-G. Some experimental studies of transverse plasma shock waves. Phys. Fluids, 1975, vol. 18, No. 7.
  10. Sandel F. L., Niimura M., Robertson S. H., Gross R. A. Focusing of fast plasma shock waves. Phys. Fluids, 1975, vol. 18, No. 8.
  11. Kulikovskiy A. G. On the discontinuities of solution in the continuum mechanics. Theoret. and Appl. Mech., 14-th JUTAM Congress. Delft, Netherlands, 1976, Abstracts papers. North-Holland — Amsterdam — New York — Oxford, 1976.
  12. Бармин А. А., Куликовский А. Г. О плоских стационарных течениях с ионизирующими ударными волнами в магнитном поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
  13. Пушкарь Е. А. Исследование магнитогидродинамических косых ударных волн и течения типа Прандтля — Майера при произвольном магнитном поле. Отчет, НИИМехан. МГУ, 1973, № 1514.
  14. Пушкарь Е. А. Простые стационарные волны в наклонном магнитном поле. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 5.
-