

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПО СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУЕ, ВЫТЕКАЮЩЕЙ В АТМОСФЕРУ

М. Г. ЛЕБЕДЕВ

(Москва)

Рассмотрена задача о распространении акустических возмущений, заданных в выходном сечении канала, по вытекающей из него сверхзвуковой струе и об акустическом излучении с поверхности струи в атмосферу. Решение задачи получено в линейном приближении численным методом. Исследованы закономерности распространения возмущений в зависимости от частоты возмущения и от других определяющих параметров: скорости и температуры струи, скорости дозвукового спутного потока во внешней среде и характера возмущения в начальном сечении струи.

Результаты решения рассмотренной задачи могут быть использованы для объяснения некоторых особенностей направленного акустического излучения, которое, согласно экспериментальным данным [1-6] может вносить существенный вклад в шум сверхзвуковой струи. Направленное излучение обусловлено распространением по поверхности раздела двух сред (границе струи) возмущений со скоростью, превышающей скорость звука во внешней среде. (Это излучение называют также маховским, имея в виду аналогию из газовой динамики: образование волн Маха при движении в газе тонкого тела со сверхзвуковой скоростью.) Поле возмущений у поверхности раздела имеет, конечно, случайный характер. Однако, исследуя распространение возмущений с различными заданными частотами, можно получить представление и о статистических характеристиках акустического поля, учитывающих случайный характер пульсаций.

1. Пусть сверхзвуковая плоская струя с числом Маха M вытекает из плоского канала шириной $D=2R$ в затопленное пространство (фиг. 1); давление в струе и окружающей среде p_e . Течение в невозмущенной струе равномерное. Характеристики $z \pm y = (2k+1)R$ ($k=0, 1, \dots$) образуют ячеистую структуру сверхзвуковой расчетной струи ($z=x/\beta$, $\beta=(M^2-1)^{1/2}$); при воздействии возмущений на струю в последней возникает система волн сжатия и разрежения, которые в пределе (при уменьшении величины возмущения) совпадают с указанными характеристиками.

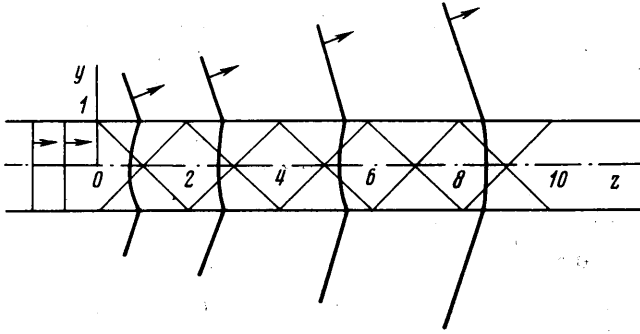
Возмущения в струе и внешней среде обусловлены приходом на начальное сечение струи плоской акустической волны, распространяющейся внутри канала. Возмущения давления в этой волне имеют вид

$$(1.1) \quad \frac{p'}{p_e} = P \cos \left(\omega t - \frac{\omega x}{a(M \pm 1)} \right)$$

Здесь P и ω — амплитуда и частота волны, a — скорость звука в потоке, верхний и нижний знаки соответствуют быстрой и медленной волнам, распространяющимся со скоростями $a(M+1)$ и $a(M-1)$.

В линейном приближении задача о дифракции акустической волны (1.1) на выходе из канала сводится к решению волновых уравнений, описывающих возмущенное течение в струе и во внешней среде, с граничными условиями в начальном сечении струи, на поверхности раздела, на внешней поверхности канала и на бесконечности.

Пусть Φ_z , Ψ — комплексные потенциалы, описывающие возмущения в струе и во внешней среде. Представим Φ_z в виде $\Phi_z = \Phi_0 + \Phi$, где Φ_0 —



Фиг. 1

потенциал возмущенного течения в канале, а $\Phi=0$ при $x \leq 0$. Для потенциала Φ_0 из (1.1) можно получить следующее выражение:

$$(1.2) \quad \Phi_0 = -P \frac{a^2(1 \pm M)}{\gamma \omega} i \exp\left(\frac{i \omega x}{a(M \pm 1)}\right)$$

Очевидно, что $\partial \Phi / \partial y = \partial \Phi_x / \partial y$ во всей области $-\infty \leq x \leq \infty$.

Уравнения, описывающие процесс распространения возмущений, и граничные условия имеют вид

$$(1.3) \quad \beta^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - i 2M \frac{\omega}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\omega^2}{a^2} \Phi = 0 \quad (0 \leq y \leq R, 0 \leq x \leq \infty),$$

$$(1.4) \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{a_e^2} \Psi = 0 \quad (y \geq R, -\infty \leq x \leq \infty).$$

$$(1.5) \quad \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (x=0, 0 \leq y < R), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (0 \leq x \leq \infty, y=0)$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (-\infty \leq x \leq 0, y=R), \quad |\Psi| < \infty \quad (y > R, x^2 + y^2 = \infty)$$

$$(1.7) \quad \frac{\gamma}{a} \left(\frac{i \omega}{a} \Phi - M \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) = \frac{\gamma_e}{a_e} \frac{i \omega}{a_e} \Psi - P \exp\left(\frac{i \omega x}{a(M \pm 1)}\right)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = -i \omega Y \quad (0 \leq x \leq \infty, y=R)$$

Уравнения (1.7) представляют собой условия равенства возмущений давления и смещений на поверхности раздела между струей и внешней средой. Смещение границы струи Y может быть определено по параметрам возмущенного течения в струе из уравнения

$$(1.8) \quad M \frac{dY}{dx} - i \frac{\omega}{a} Y = \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{y=R}, \quad Y(0) = 0$$

Для решения уравнений (1.3), (1.4) с условиями (1.5)–(1.8) был применен метод, разработанный в [7, 8]. Этот метод состоит в подборе (посредством итераций) такого распределения давления на поверхности раздела, чтобы на этой поверхности выполнялось и условие равенства смещений. При этом на каждой итерации решения уравнений (1.3), (1.4) определяются численно с использованием соответственно преобразований Лапласа и Фурье.

Определяющими параметрами для задачи (1.3)–(1.8) являются число Маха струи M , отношение скоростей звука в струе и во внешней среде a/a_e , характер возмущения, приходящего из канала, т. е. знак плюс или минус в формуле (1.1) и число Маха спутного потока во внешней среде M_e . Заметим, что при наличии спутного потока ($M_e > 0$) уравнение (1.4) и условия (1.7), (1.8) несколько изменятся.

Серийные расчеты были проведены при значениях определяющих параметров, перечисленных ниже.

| Вариант | M | a/a_e | M_e | sign |
|---------|-----|---------|-------|------|
| 1 | 2 | 0.75 | 0 | + |
| 2 | 3 | 0.60 | 0 | + |
| 3 | 4 | 0.44 | 0 | + |
| 4 | 3 | 1 | 0 | + |
| 5 | 3 | 100 | 0 | + |
| 6 | 3 | 0.6 | 0.5 | + |
| 7 | 3 | 0.6 | 0 | – |

Для каждого указанного варианта расчеты проводились при частотах из диапазона $0.06 \leq S \leq 0.40$ (S — число Струхалия, вычисленное по ширине струи и скорости звука во внешней среде: $S = \omega D / 2\pi a_e$). Три первые серии расчетов проведены с целью исследования амплитудно-частотной характеристики холодной струи с температурой торможения, равной температуре внешней среды (в этом случае $a/a_e = (2/(1 + (\gamma - 1)M^2))^{1/2}$). Две следующие серии расчетов выполнены для изучения влияния подогрева струи на ее акустические характеристики; наконец, в двух последних сериях исследовано влияние дозвукового спутного потока и характера исходного возмущения. Все расчеты выполнены при показателях адиабаты в струе и во внешней среде $\gamma = \gamma_e = 1.4$.

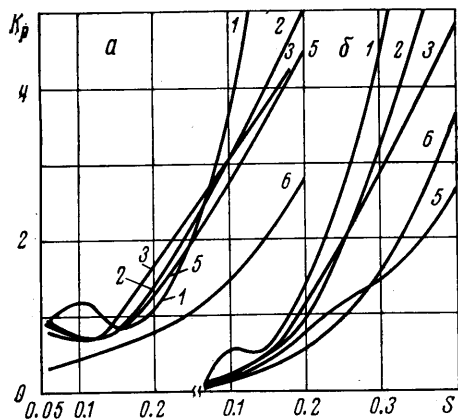
Задача о распространении по сверхзвуковой струе возмущений, заданных в начальном сечении, рассматривалась в близкой постановке в [9]; при помощи метода Винера — Хопфа был выписан общий вид решения. Для дозвуковой струи аналогичная задача рассматривалась в [10]; заметим, что в дозвуковом случае дело осложняется необходимостью рассчитывать волну, отраженную внутрь канала. В [10] также использован метод Винера — Хопфа, причем благодаря некоторым приближениям удалось выполнить процедуру факторизации и получить окончательное решение задачи.

2. Рассмотрим сначала вопрос об амплитудно-частотной характеристике сверхзвуковой струи, по которой распространяются заданные в начальном сечении возмущения. На фиг. 2 для точек с координатами $z=6$, $y=0$ (фиг. 2, а) и $z=6$, $y=1$ (фиг. 2, б) по результатам расчетов построены зависимости величины K_p — отношения амплитуды возмущений в той или иной точке к амплитуде акустической волны (1.1) в канале — от числа Струхалия S возмущения. Здесь и в дальнейшем линейные размеры отнесены к величине $R = D/2$. Цифры у кривых на фиг. 2 соответствуют номерам вариантов. Характерной чертой всех зависимостей $K_p(S)$ является быстрый рост возмущений с частотой. Особенно большие возмущения внутри струи и на ее границе развиваются при $S > 0.2 \div 0.3$, причем в этой области частот возмущения растут монотонно.

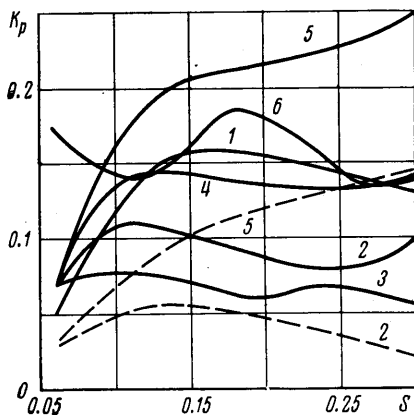
Отметим, что рассматриваемый тип возмущений не обладает критическими частотами, в узкой окрестности которых имели бы место пики величин возмущений. Этим исследуемая задача отличается от рассмотренной в [7, 8] задачи о взаимодействии струи с внешней акустической волной, распространяющейся по поверхности струи. В последней существование критических частот внешней волны было обусловлено синхронизацией при этих частотах периодической волны на поверхности струи с распростране-

нием возмущений по сверхзвуковой струе, также имеющим периодический характер [7, 8]. В случае, когда возмущение воздействует на струю не по всей ее длине, а лишь в одном сечении, подобная синхронизация возмущений не может иметь места, и, как показывает фиг. 2, для рассматриваемой задачи критические частоты не существуют.

Из данных фиг. 2 следует, что рост возмущений в струе и на ее поверхности происходит тем интенсивнее, чем меньше число Маха сверхзвуковой струи. Влияние температуры струи на величину развивающихся в струе возмущений невелико. Величины возмущений внутри струи и на ее



Фиг. 2



Фиг. 3

поверхности для холодных струй примерно одинаковы. Для горячей струи возмущения на оси значительно превышают возмущения на границе, т. е. основная доля акустической энергии в этом случае переносится внутри струи. Наличие слутного потока во внешней среде приводит к уменьшению возмущений в струе и на ее границе.

Если вдали от начального сечения струи возмущения в струе и во внешней среде быстро растут с частотой, во много раз превышая возмущения, приходящие из канала, то совсем иная картина имеет место во внешней среде в плоскости начального сечения струи ($z=0, y \geq 1$). На фиг. 3 построены зависимости $K_p(S)$ для плоскости $z=0$ при $y=1$ (сплошные линии) и $y=7$ (пунктир). Величины возмущений, излученных во внешнюю среду, в плоскости начального сечения в большинстве случаев не превышают 20% величины возмущений в канале. Можно отметить наличие максимума в зависимостях $K_p(S)$, который приходится на интервал частот $0.1 < S < 0.2$ (в случае горячей струи (вариант 5) вместо максимума существует точка перегиба). С удалением от оси струи максимум смещается в сторону больших частот, а кривые $K_p(S)$ становятся более пологими.

Сравнение данных фиг. 2, 3 показывает, что при распространении по сверхзвуковой струе возмущений, приходящих из канала, основная доля акустической энергии излучается во внешнюю среду в направлении вектора скорости струи. Интересно отметить, что по данным [10] акустическое излучение дозвуковой струи оказывается примерно изотропным при числах Маха струи $M < 0.5$; при высоких дозвуковых скоростях, так же как и при сверхзвуковых, акустическая энергия излучается главным образом в направлении струи.

Из данных фиг. 3 следует также, что при уменьшении числа Маха струи возмущения во внешней среде растут не только вдаль от начального сечения $z=0$, но и в плоскости этого сечения. Таким образом, с уменьшением скорости сверхзвуковой струи ее акустическое излучение растет во всех направлениях. В то же время из [10] следует, что излучение дозвуковой струи растет с увеличением ее скорости. Отсюда можно сделать вывод, что максимальное акустическое излучение струи, в начальном сечении которой заданы возмущения давления, имеет место в окрестности $M=1$.

Увеличение температуры струи и наличие спутного потока приводят к некоторому росту возмущений в плоскости $z=0$.

Представление о распределении величины K_p по длине дает фиг. 4, на которой построены зависимости $K_p(z)$ на оси струи ($y=0$), ее границе ($y=1$) и во внешней среде ($y=5$) для варианта 2 и частоты $S=0.22$. Разрывы в распределении $K_p(z)$ при $y=0$ обусловлены скачкообразным изменением параметров возмущенного течения в струе в волнах сжатия и разрежения, которые в линейном приближении изображаются характеристиками $z \mp y = 2k + 1$, $k=0, 1, \dots$ (фиг. 1). Для зависимостей $K_p(z)$ характерен рост возмущений, развивающихся в струе и во внешней среде, с удалением от начального сечения. Нарастание возмущений по длине струи тем больше, чем больше частота возмущения.

Изучим характер распространения возмущений по струе и во внешней среде. На фиг. 5 для варианта 3 и частоты $S=0.32$ построены линии равной фазы (для давления) в струе и внешней среде. Цифры у изолиний дают значение фазового угла $\Delta\phi_0 = \Delta\phi/\pi$ — разности фаз между пульсациями давления в той или иной точке и в начальном сечении струи.

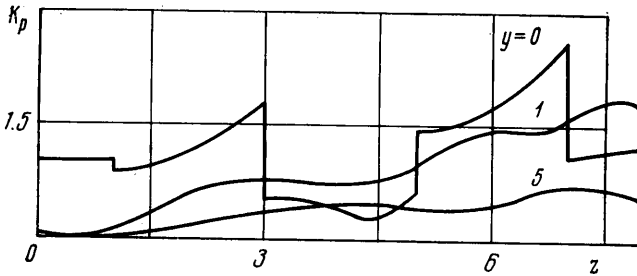
При $x \leq 0$, т. е. внутри канала, акустическая волна (1.1) представляет собой плоскую волну со скоростью распространения $w = a(M+1)$; в рассматриваемом случае $w/a_s = 0.6 \cdot 4 = 2.4$. Распространение акустической волны в струе имеет весьма сложный характер. Фазовые линии $\Delta\phi = \text{const}$ терпят разрывы непрерывности на характеристиках $z \mp y = 2k + 1$; с ростом x величины этих разрывов уменьшаются и постепенно в струе формируется новая единая акустическая волна, однако уже не плоская. Скорость распространения этой волны приближается к скорости звука во внешней среде; аналогичная ситуация имеет место и для других частот.

Возмущения во внешней среде, как следует из данных фиг. 5, распространяются примерно как цилиндрические волны, излучаемые некоторым эффективным источником. С увеличением частоты положение этого источника сдвигается в сторону начального сечения и при достаточно больших частотах находится в пределах первой ячейки струи. Отметим, что за первой ячейкой излучаемые во внешнюю среду возмущения можно приближенно рассматривать как плоские волны, наклоненные под углом ψ к поверхности струи. Для рассматриваемого случая $\psi = 50-55^\circ$; величина ψ почти не зависит от частоты волны, приходящей из канала.

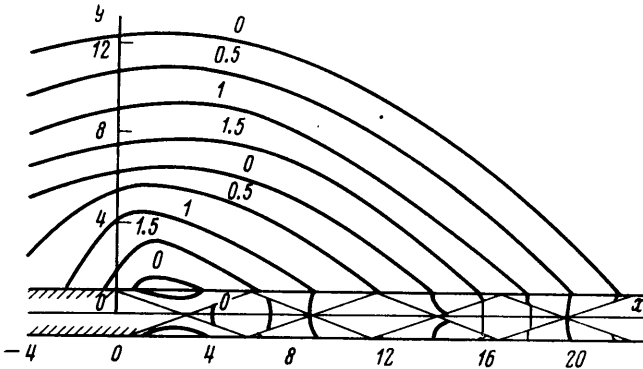
Заметим, что рост возмущений по координате x (фиг. 4) связан с характером распространения возмущений по струе и внешней среде и конкретно с тем, что скорость распространения возмущений у поверхности раздела имеет составляющую, направленную по вектору скорости газа в струе (фиг. 5). Это следует из сопоставления полученных результатов с результатами решения задачи об устойчивости распространяющихся по сверхзвуковой равномерной бесконечной в обе стороны струе и окружающей ее среде возмущений вида $\exp(ikx - i\omega t)$.

В работе [11], где решена эта задача, показано, что возмущения указанного типа неограниченно растут по x (мнимая часть волнового числа $\text{Im } k > 0$, причем для симметричных возмущений при больших частотах

величина инкремента $|\text{Im } k|$ растет с частотой приблизительно по линейному закону). Разумеется, распространение по струе возмущений, приходящих из канала, подчиняется гораздо более сложным закономерностям; однако сохраняется основная черта рассмотренной в [41] задачи, а именно наличие волн, бегущих по обеим сторонам поверхности раздела в направлении вектора скорости струи. Надо отметить, что образование именно



Фиг. 4



Фиг. 5

этой, неустойчивой системы волн при воздействии на струю возмущений, заданных в начальном сечении, не является очевидным фактом и могло быть получено только при решении полной задачи.

Картина возмущений, построенная на фиг. 5, сохраняется и при увеличении числа Маха струи. При этом величина угла ψ между направлением волн, излучаемых во внешнюю среду, и поверхностью струи слабо зависит от числа Маха.

С уменьшением числа Маха струи для всего рассмотренного диапазона частот картина внешнего поля теряет упорядоченность и начиная с $M \sim 2.2$ приобретает очень сложный характер. Во внешнем поле струи при $M \leq 2$ имеются точки, в которых амплитуда пульсаций давления обращается в нуль. Через такие точки проходит некоторое множество фазовых линий, причем при переходе через такую точку фаза на каждой из этих линий скачком меняется на π . Картина, близкая к картине волн, излучаемых эффективным источником, имеет место лишь вблизи поверхности струи. Отметим, что при $M \leq 2$ возмущения, излученные во внешнюю среду, по-прежнему распространяются в сторону вектора скорости струи, что приводит к быстрому росту возмущений.

В случае горячей струи интересно отметить быстрое изменение скорости распространения возмущений по струе. Скорость распространения w акустической волны в канале в этом случае во много раз превышает скорость звука во внешней среде (так, для варианта б отношение $w/a_e = (w/a)(a/a_e) = (M+1)(a/a_e) = 400$). Однако уже после перехода через первую поверхность разрыва скорость распространения волны по струе существенно уменьшается и по прохождении волной нескольких ячеек струи незначительно отличается от скорости звука во внешней среде.

Данные фиг. 2 показывают, что и амплитуды возмущений, развивающихся в горячих и холодных струях, несильно отличаются друг от друга. Таким образом, для всего исследованного диапазона температур (от случая холодной струи до случая, когда температура струи неограниченно растет) характеристики распространения по струе возмущений рассматриваемого типа слабо зависят от температуры струи. Надо только иметь в виду, что сравнение амплитудно-частотных характеристик горячих и холодных струй следует проводить, вычисляя число Струхала по скорости звука во внешней среде.

Внешнее акустическое поле горячей струи представляет собой картину цилиндрических волн от эффективного источника. Величина угла ψ растет с увеличением температуры струи. Интересной особенностью внешнего поля горячих струй является наличие в нем зон молчания. На линиях молчания, исходящих примерно из конца второй ячейки струи и наклоненных к ее оси под углом $\sim 70^\circ$, амплитуда возмущений давления обращается в нуль, а фаза скачком меняется на π . Такая особенность внешнего поля появляется при $a/a_e \gtrsim 2$ для всех частот.

Отметим, наконец, что все основные особенности распространения возмущений по струе сохраняются и в том случае, когда из канала приходит медленная волна (знак минус в уравнении (1.1)).

3. Распространение возмущений по поверхности раздела между струей и внешней средой может быть причиной направленного акустического излучения во внешнюю среду [1-6]. Сами возмущения могут приходиться из сопла, а также могут возникать в слое смещения струи с атмосферой. Поскольку направленное излучение проявляется уже на малых расстояниях от среза сопла, возмущения первого типа должны играть в этом излучении определенную роль. Поэтому интересно сопоставить экспериментальные данные по направленному акустическому излучению сверхзвуковых струй с приведенными выше результатами решения задачи о распространении по струе возмущений, заданных в выходном сечении сопла.

Направленное излучение регистрировалось при различных режимах истечения струй: как при расчетном режиме, так и при истечении с недодоминированием. Акустические волны, соответствующие этому излучению, распространяются в атмосфере симметрично по отношению к оси струи, составляя с ней определенный угол. На фотографиях [1-5] эти волны имеют вид почти параллельных отрезков прямых, наклоненных к оси струи и занимающих пространство внутри угла, ограниченного некоторой прямой, выходящей с кромки сопла.

Как показано в п. 2, при распространении по сверхзвуковой струе возмущений, приходящих из сопла, внешнее поле имеет вид цилиндрических волн с источником, расположенным вблизи выходного сечения канала; при этом в значительной части пространства эти волны можно приближенно рассматривать как плоские (фиг. 5). Такая картина излучения соответствует картине, наблюдавшейся в экспериментах. Следует заметить, что по данным расчетов в той области, где начинается искривление фронтов акустического излучения струи, величины возмущений весьма малы. Поэтому такое искривление с трудом может быть зафиксировано в эксперименте и

на фотографиях излучаемые струей волны представляются отрезками прямых, заполняющими некоторый сектор пространства. Все же на отдельных фотографиях (например, в [4]) можно видеть искривление этих волн в окрестности верхней границы сектора.

В п. 2 отмечалось, что угол наклона плоских волн к поверхности струи почти не зависит от частоты возмущения. Этот результат помогает объяснить направленность акустического излучения струи. Действительно, если бы волны, падающие на поверхность струи изнутри, преломлялись под разными углами в зависимости от частоты, то поле возмущений в струе, обладающее сплошным спектром, не могло бы создать направленного излучения в атмосферу.

По экспериментальным данным спектр направленного излучения сверхзвуковой струи является ровным, без дискретных составляющих. Этот факт соответствует сделанному выше выводу об отсутствии критических частот у возмущений, приходящих из сопла и распространяющихся по струе.

По экспериментальным данным направленное излучение особенно характерно для струй с высокими числами Маха (например, по оценкам [3] для $M > 2$). При этом угол, под которым направлено излучение, слабо зависит от M . Отсутствие зависимости угла, под которым холодная струя излучает акустические волны в атмосферу, было обнаружено и в данной работе. Интенсивность акустического излучения во внешнюю среду по данным расчетов растет с уменьшением скорости струи (фиг. 2); однако при высоких скоростях струи ее внешнее поле не имеет упорядоченной структуры с одним выделяющимся направлением.

Значения углов направленности излучения в расчетах и экспериментах совпадают не слишком хорошо; различие составляет $\sim 10^\circ$. Это отличие следует приписать тому, что рассмотренная задача является, конечно, весьма упрощенной моделью реального явления. К тому же расчеты выполнены для плоских струй, тогда как эксперименты проводились с осесимметричными струями. Заметим, однако, что разность значений углов, под которыми направлено акустическое излучение горячих и холодных струй, по данным расчетов и экспериментов [3, 4] составляет одну и ту же величину ($\sim 15^\circ$).

Поступила 10 II 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lowson M. V., Ollerhead J. B.* Visualization of noise from cold supersonic jets. J. Acoust. Soc. Amer., 1968, vol. 44, No. 2.
2. *Dosanjk D. S., Montegani F. J.* Underexpanded jet noise reduction using radial flow impingement. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 3.
3. *Jones I. S. F.* Finite amplitude waves from a supersonic jet. AIAA paper, 1971, No. 151.
4. *Tam C. K. W.* Directional acoustic radiation from a supersonic jet generated by shear layer instability. J. Fluid Mech., 1974, vol. 46, pt 4.
5. *Мамин В. М., Римский-Корсаков А. В.* Сверхзвуковая воздушная струя как источник звука. В сб. «Физика аэродинамических шумов». М., «Наука», 1967.
6. *Красильников В. А., Шихлинская Р. Э.* Высокочастотная область спектра шумообразования струи. Вестн. МГУ, Сер. Физика, астрономия, 1964, № 3.
7. *Лебедев М. Г., Теленин Г. Ф.* Исследование взаимодействия сверхзвуковой струи с акустическим полем. Изв. АН СССР, МЖТ, 1970, № 4.
8. *Лебедев М. Г., Теленин Г. Ф.* Сверхзвуковая струя во внешнем акустическом поле. Изв. АН СССР, МЖТ, 1974, № 2.
9. *Седелников Т. Х., Семенов А. Г.* Применение метода Винера – Хопфа к задаче о шумообразовании полубесконечной свободной сверхзвуковой струи. Тр. Акуст. ин-та, 1968, вып. 4.
10. *Mani R.* Refraction of acoustic duct waveguide modes by exhaust jets. Quart. Appl. Math., 1973, vol. 30, No. 4.
11. *Седелников Т. Х.* Автоколебательное шумообразование при истечении газовых струй. М., «Наука», 1971.