

## ТУРБУЛЕНТНЫЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ПРИ $Pr \gg 1$ И ЗАКОН ЗАТУХАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ У ТВЕРДОЙ СТЕНКИ

Б. А. КАДЕР

(Москва)

Обсуждается вопрос определения закона затухания турбулентного коэффициента диффузии  $\epsilon$  у гладкой стенки по данным о массопереносе при  $Pr \gg 1$ . Доказывается, что гипотеза о том, что в диапазоне  $Pr$  от  $\sim 10^3$  до  $\sim 10^5$  этот закон определяется первым членом разложения  $\epsilon$  в ряд Тейлора  $\epsilon/\nu = \alpha y_+^n$ , справедлива лишь в предположении, что следующие за ним члены разложения имеют много меньшие коэффициенты. Статистический анализ электрохимических и других экспериментов, посвященных этой проблеме, показывает, что, по-видимому,  $n=3$ , но особенности опытных данных не позволяют сделать окончательного заключения. На основании проделанного анализа формулируются требования к доказательному эксперименту.

В случае больших значений числа Прандтля основное сопротивление переносу пассивной субстанции (теплоты и массы) сосредоточено в очень узкой зоне у твердой стенки, т. е. интенсивность тепло-массопереноса определяется законом затухания турбулентности из-за прилипания жидкости к стенке. Обычно при этом предполагается [1], что коэффициент турбулентной диффузии (который в рассматриваемых условиях является [2] одной из компонент тензора турбулентной диффузии) хорошо описывается своим первым членом разложения в ряд Тейлора по степеням расстояния от стенки  $\epsilon/\nu \approx \alpha y_+^n$ . Показатель степени в этом члене  $n$  называется «законом затухания» и обычно определяется [1] по данным о турбулентном массопереносе при  $Pr \gg 1$  [3-12]<sup>1</sup>. Ясно, однако, что это справедливо лишь при чрезвычайно больших значениях  $Pr$ , априорная оценка которых затруднительна. При меньших  $Pr$  из экспериментальных данных можно получить лишь «среднеэффективное» значение  $k$  ( $\epsilon/\nu \sim y_+^k$ ,  $Nu \sim Pr^{1/k}$ ), в котором отражается влияние последующих членов разложения  $\epsilon$ . Информацию о величине числа Прандтля, выше которого расчет коэффициентов тепло-массооборота можно вести с учетом лишь первого члена разложения, можно в принципе также получить [13] из экспериментальных данных: для этого достаточно статистически проанализировать изменение  $k$  в зависимости от диапазона чисел Прандтля, использованных для определения этой величины. Очевидно, что  $k \rightarrow n$  при  $Pr \rightarrow \infty$ .

Некоторые результаты такого анализа собраны в таблицу и дополнены фигурой, на которой для ясности представлены лишь прямые, аппроксимирующие соответствующие экспериментальные результаты в логарифмическом представлении. Линии на фигуре соответствуют данным следующих работ; 1 — [3, 6, 9]; 2 — [4, 8, 10-12]; 3 — [5]; 4 — [7]. В таблице представлены величина  $k$  с 90%-ным доверительным интервалом  $\Delta k_{90\%}$  и абсолютное значение коэффициента корреляции  $R$ , позволяющего судить о разбросе экспериментальных точек относительно аппроксимирующей их кривой. Кроме того, для экспериментальных данных, дающих  $k \approx 3$ , таблица дополнена значением коэффициента  $a \pm \Delta a_{90\%}$  в законе  $\epsilon/\nu = \alpha y_+^3$ , рассчитанного в предположении  $n=3$ . При обработке результатов, полученных в работе [7], поправка на влияние начального участка не вводилась, так как она существенно зависит от принятой модели (см., например, [2]). Проведенные оценки показывают, впрочем, что при использовании существующих моделей эти поправки лежат в пределах точности анализируемого эксперимента.

Из приведенного материала можно сделать следующие выводы. Опытные данные, основанные на изучении растворения внутренней поверхности трубы [3, 6, 7, 9], оставляют впечатление, что  $k \rightarrow 3$  при увеличении  $Pr$ . Согласно результатам работ [3, 6, 9] значение  $k$  можно полагать постоянным и равным трем во всем исследованном диапазоне  $500 \leq Pr \leq 10^6$ . По данным же исследования [7] величина  $k$  становится близкой к трем лишь при  $Pr > 5 \cdot 10^4$  и опытные данные при этом лежат

<sup>1</sup> Экспериментальные данные, использованные при статистическом анализе результатов, полученных в этих работах, заимствовались из подробных таблиц, приведенных в диссертациях:

Hamilton R. M. Solid-liquid mass transfer in turbulent pipe flow. Doct. dis., Cornell Univ., 1963.

Hubbard D. W. Mass transfer in turbulent flow at high Schmidt numbers. Doct. dis., Univ. Wisconsin, 1964.

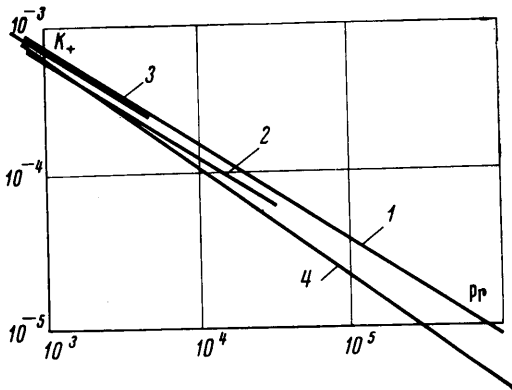
Dawson D. A. High Schmidt number mass transfer near rough surfaces. Doct. dis., Univ. Toronto, 1968.

Кадер Б. А. Структура турбулентности в вязком подслое турбулентного пограничного слоя. Канд. дис., МИХМ, 1969.

значительно ниже результатов, полученных в перечисленных выше опытах, которые были проведены с применением того же способа измерений. Это расхождение объясняется особенно значительным при  $Pr \geq 5 \cdot 10^5$ .

В литературе [14, 15] уже обсуждались возможные причины такого различия. Отметим здесь лишь, что использование значений физических постоянных, принятых в работе [6], приводит к тому, что соответствующие опытные данные [7] хорошо ложатся на прямую 1 (фигура); в то же время при расчетах, основанных на коэффициентах диффузии, определенных в [14], опытные точки, лежащие на прямой 1 в области экстремальных значений  $Pr$ , сдвигаются в сторону прямой 4. Это может объясняться как различием в физических свойствах использованного глицерина, так и тем обстоятельством, что коэффициенты диффузии при этих значениях  $Pr$  в обеих работах определялись также методом растворения трубы (при ламинарном режиме течения) и, следовательно, несут в себе те же источники ошибок (в частности, состояние поверхности, изменяющееся в процессе опыта), что и основные эксперименты. Поэтому эти опытные данные не могут быть признаны вполне надежными.

Второй вывод, который может быть сделан на основании таблицы, заключается в том, что все опытные данные, полученные электрохимическим способом измерений [4, 5, 8, 10-12], в диапазоне изменения  $Pr$  от 400 до  $40 \cdot 10^3$  дают значение  $k \approx 3$ . К аналогичному выводу о величине  $k$  пришли также авторы электрохимической работы [16], результаты которой не анализируются здесь из-за отсутствия таблиц опытных данных. В то же время экспериментальные результаты, найденные без электрохимической очистки поверхности электродов-датчиков [4, 8, 10-12], лежат ниже большинства опытных результатов [3, 6, 9], полученных растворением твердой стенки в турбулентном потоке жидкости, и по величине при небольших  $Pr$  близки к результатам работы [7] (хотя значения  $k$ , полученные в этих работах, различаются статистически значимо). Между тем опытные данные [5], определенные при специальной электрохимической очистке рабочей поверхности, хорошо согласуются с результатами работ [3, 6, 9] (ср. прямые 2 и 3 на фигуре).



Представляется полезным определить порядок значений  $Pr$ , свыше которого члены разложения вихревой диффузии в ряд Тейлора, следующие за первым, перестают влиять на интенсивность теплопереноса. Представив это разложение в виде  $\epsilon/\nu = \alpha y_+^n + \beta y_+^{n+1} + O(y_+^{n+2})$ , можно получить формулу

$$(1) \quad Nu = \frac{\sin(\pi/n)}{\pi/n} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \left[ 1 + \frac{1}{n \cos(\pi/n)} \frac{\beta}{\alpha \sqrt{\alpha Pr}} + O(Pr^{-2/n}) \right] Re Pr^{1/n} \sqrt{c_f/2}$$

справедливую в области стабилизировавшегося теплопереноса. Тогда, задавшись точностью  $r\%$ , легко показать, что искомые значения  $Pr$  находятся в области

$$(2) \quad Pr \approx \frac{1}{\alpha} \left( \frac{1}{n \cos(\pi/n)} \frac{100}{r} \frac{\beta}{\alpha} \right)^n$$

и существенно зависит от величины отношения  $\alpha/\beta$ . Так, например, если использовать значения  $\alpha$  и  $\beta$ , полученные чисто теоретически в работе [17] (предположив, что  $Pr_t=1$  и  $r=10\%$ ), то получим неравенство  $Pr > 10^9$ ; если принять для  $\alpha$  более реальное значение [6, 13], сохранив соотношение  $\beta/\alpha=7$  и  $n=3$ , то получим  $Pr > 10^8$ ; даже предположение  $\alpha=\beta$  приводит к выводу, что степень затухания может быть определена лишь по данным о теплопереносе, полученным в области  $Pr \approx 3 \cdot 10^6$ . Надежные данные такого рода пока отсутствуют. Действительно, эксперименты, основанные на растворении обтекаемой поверхности, в области таких  $Pr$  не могут считаться достоверными по двум причинам. Неконтролируемое изменение состояния поверхности в процессе эксперимента может внести существенные погрешности в получаемые результаты. При этом возникающая шероховатость оказывает наибольшее влияние именно при больших значениях  $Pr$  [18, 19]. Этого недостатка в значительной степени лишен электрохимический способ измерений. Однако в этом случае величина достигнутых значений числа Прандтля ( $Pr \approx 40 \cdot 10^3$ ) не может еще считаться достаточной.

№ п/п	Ссылка	Метод исследования	Диапазон $Pr \cdot 10^{-3}$	$a \pm \Delta a_{gr} \% \cdot 10^3$	$k \pm \Delta k_{90} \%$	R
1	[3]	Растворение	0.4÷100 0.4÷15 10÷100	0.80±0.07	2.77±0.13 2.96±0.24 2.61±0.21	0.999 0.997 0.996
2	[4]	Электрохимия	1.7÷30 1.7÷6 6÷30	0.42±0.03	2.94±0.21 2.43±0.25 3.28±0.57	0.994 0.983 0.986
3	[5]	Электрохимия	0.4÷5	0.75±0.03	3.20±0.11	0.999
4	[6]	Растворение	0.5÷1000 0.5÷50 10÷1000	0.89±0.11	2.81±0.13 2.86±0.34 2.72±0.26	0.999 0.998 0.999
5	[7]	Растворение	0.5÷1200 0.5÷50 50÷200 50÷1200	—	3.73±0.15 3.82±0.23 2.95±0.60 3.43±0.47	0.999 0.999 0.985 0.993
6	[8]	Электрохимия	0.6÷15	0.39±0.03	2.82±0.18	0.999
7	[3, 6, 9]	Растворение	0.5÷1000 0.5÷50 10÷100	0.88±0.06	2.78±0.09 2.85±0.11 2.74±0.15	0.999 0.998 0.998
8	[4, 8, 10, 11]	Электрохимия	0.6÷30 0.6÷6 6÷30	0.42±0.02	2.87±0.13 2.60±0.18 3.23±0.50	0.996 0.992 0.986
9	[12]	Электрохимия	0.6÷35 2.5÷35	0.53±0.11	3.05±0.15 2.90±0.20	0.999 0.999

В дополнение к этому отметим, что все данные, полученные при  $Pr \geq 5 \cdot 10^5$  в работах [6, 7], относятся к  $Re < 10^4$ . Имеются определенные указания на то, что турбулентность в этих условиях не может считаться вполне развитой [20, 21].

Проведенный анализ показывает, во-первых, что подавляющее большинство имеющихся результатов в интервале  $500 \leq Pr \leq 5 \cdot 10^4$  с хорошей точностью описывается в предположении о значении среднеэффективного показателя степени  $k=3$ . Во-вторых, все проанализированные опытные данные свидетельствуют о том, что  $k \rightarrow n=3$  при  $Pr \rightarrow \infty$ , хотя имеющийся эмпирический материал и не позволяет сделать окончательных выводов. По-видимому, корректное определение величины  $n$  может быть выполнено лишь после проведения дополнительных электрохимических опытов, поставленных с тщательной очисткой поверхности электродов, в области  $Pr \approx 10^5$  при достаточном больших значениях  $Re$ .

Отметим, кроме того, что если результаты последующих тщательных экспериментов покажут, что величина  $k$  остается постоянной в очень широком диапазоне изменения  $Pr$  ( $\sim 10^3 \div \sim 10^6$ ), то это будет означать, что члены разложения в ряд Тейлора, следующие за первым, имеют коэффициенты, очень близкие к нулю ( $\beta/\alpha \ll 1, \dots$ ). Это явилось бы весьма интересным результатом для теории пристенной турбулентности. В настоящее время, однако, физические основания этого не ясны.

Поступила 8 VII 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кадер Б. А. К строению вязкого подслоя турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
2. Кадер Б. А., Дильман В. В. Тепло- и массообмен на входном участке при турбулентном режиме течения и  $Pr \gg 1$ . Теорет. основы хим. технол., 1973, т. 7, № 2.
3. Harriott P., Hamilton R. M. Solid - liquid mass transfer in turbulent pipe flow. Chem. Engng Sci., 1965, vol. 20, No. 12.
4. Hubbard D. W., Lightfoot E. N. Correlation of heat and mass transfer data for high Schmidt and Reynolds numbers. Industr. Engng Chem. Fundam., 1966, vol. 5, No. 3.
5. Dawson D. A., Trass O. Mass transfer at rough surfaces. Internat. J. Heat and Mass Transfer, 1972, vol. 15, No. 7.
6. Гухман А. А., Кадер Б. А. Массоотдача от стенки трубы к турбулентному потоку жидкости при больших числах Шмидта. Теорет. основы хим. технол., 1969, т. 3, № 2.
7. Кишиневский М. Х., Корниенко Т. С., Парменов В. А. Экспериментальное исследование закона затухания турбулентных пульсаций у твердой стенки. Теорет. основы хим. технол., 1970, т. 4, № 4.
8. Mizushima T., Ogino F., Oka Y., Fukuda H. Turbulent heat and mass transfer between wall and fluid streams of large Prandtl and Schmidt numbers. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1971, vol. 14, No. 10.

9. Meyerink E. S. C., Friendlander S. K. Diffusion and diffusion controlled reactions in fully developed turbulent pipe flow. Chem. Engng Sci., 1962, vol. 17, No. 2.
10. Shaw P., van Reiss L. P., Hanratty T. J. Rates of turbulent transfer to a pipe wall in the mass transfer entry region. A.I.Ch.E. Journal, 1963, vol. 9, No. 3.
11. Schütz G. Untersuchung des Stoffaustausch - anlaufgebietes in einem Rohr bei vollausgebildeter hydrodynamischer Strömung mit einer elektrochemischen methode. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1964, vol. 7, No. 10.
12. Борисова Р. Д., Гулман А. А., Дильман В. В., Кадер Б. А. Экспериментальное изучение интенсивности турбулентного тепло- и массопереноса на начальном участке трубы в условиях  $Pr \gg 1$ . Материалы к 5-й Всесоюзной конференции по тепломассообмену, 1976, т. 1, ч. 1. Минск, 1976.
13. Кадер Б. А., Аронов А. Р. Статистический анализ экспериментальных работ по тепло- и массообмену при больших числах Прандтля. Теорет. основы хим. технол., 1970, т. 4, № 5.
14. Кишиневский М. Х., Корниенко Т. С., Попович В. П., Парменов В. А. К экспериментальному изучению закономерностей турбулентного переноса в вязком подслое. Теорет. основы хим. технол., 1970, т. 4, № 3.
15. Гулман А. А., Кадер Б. А. К письму М. Х. Кишиневского с соавторами. Теорет. основы хим. технол., 1970, т. 4, № 3.
16. Dreesen E. W., Heindrichs A., Vielstich W. Elektrochemische Untersuchungen zum Stofftransport in turbulenter Rohrströmung zu Ringelektroden. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 1975, Bd 79, Nr 1.
17. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Моногармоническая модель вязкого подслоя. Труды 18-го Сибирского теплофизического семинара, ч. 1. Новосибирск, 1975.
18. Ляхов В. К. Гидравлическое сопротивление, тепло- и массообмен при турбулентном обтекании поверхностей с малой шероховатостью. Инж.-физ. ж., 1974, т. 26, № 1.
19. Yaglom A. M., Kader R. A. Heat and mass transfer between a rough wall and turbulent fluid flow at high Reynolds and Peclet numbers. J. Fluid Mech., 1974, vol. 62, No. 3.
20. Кишиневский М. Х., Корниенко Т. С., Губер Ю. Е. Исследование диффузионных потоков к вращающемуся цилиндрическому электроду при турбулентном режиме течения. Электрохимия, 1972, т. 8, № 4.
21. Gowen R. A., Smith J. W. The effect of the Prandtl number on temperature profiles for heat transfer in turbulent pipe flow. Chem. Engng Sci., 1967, vol. 22, No. 12.

УДК 532.517.4:532.522.2

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ТЕЧЕНИИ СПУТНЫХ ПЛОСКИХ СТРУЙ В ЗАКРЫТОМ КАНАЛЕ

Ю. В. ВИНОГРАДОВ, В. Н. ГРУЗДЕВ, В. Ф. ПОСТНОВ,  
А. В. ТАЛАНТОВ

(Казань)

В работе представлены результаты экспериментального исследования характеристик турбулентности при смешении плоской струи со спутным ограниченным потоком. Исследование проведено в диапазоне коэффициентов соотношения скоростей  $m=0.2 \div 2.0$ . Установлено влияние начальной разности скоростей смешивающихся потоков на уровень интенсивности турбулентности в слое смешения в основном участке на длине до 100 калибров. Эксперименты качественно подтвердили имеющиеся результаты по зависимости интенсивности турбулентности от коэффициента соотношения скоростей.

В соответствии с полуэмпирическими теориями Прандтля и Г. Н. Абрамовича [1] процесс смешения спутных потоков во многом определяется уровнем турбулентности, генерируемой в слоях смешения.

Характеристики турбулентности реальных газовых потоков находятся в довольно сложной зависимости от условий течения. Даже зная эти условия, трудно с достаточной достоверностью предсказать уровень турбулентности и характер изменения интенсивности турбулентности вдоль и поперек струй при течении их в закрытом канале.

В литературе имеется ограниченное число экспериментальных работ по изучению влияния градиентов скорости на пульсационные характеристики в слоях смешения и на процесс смешения спутных потоков. Так, в работе [2] проведены исследования характеристик турбулентности в основном участке смешения спутных осесимметричных струй в сравнительно узком диапазоне коэффициента соотношения скоростей  $m \approx 0 \div 0.5$ .

В работе [3] исследовано влияние начальной турбулентности и соотношения скоростей ( $m=0 \div 3$ ) на уровень турбулентности в слоях смешения и на характеристики смешения спутных плоских изотермических струй в начальном участке.