

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сорокин В. И. Об эффекте фонтанизирования капель с поверхности вертикально колеблющейся жидкости. Акуст. ж., 1957, т. 3, вып. 3.
2. Brand R. P., Nyborg W. L. Parametrically excited surface waves. J. Acoust. Soc. Amer., 1965, vol. 37, No. 3, p. 510–515.
3. Брикман В. А., Неволин В. Г., Шайдуров Г. Ф. Параметрическая неустойчивость поверхности проводящей жидкости в скрещенных электрическом и магнитном полях. Уральская конференция по применению магнитной гидродинамики в металлургии. (Тез. докл.), вып. 2. Пермь, 1974.
4. Филатов А. Н. Методы усреднения в дифференциальных и интеграло-дифференциальных уравнениях. Ташкент, «Фан», 1971.
5. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Механика сплошных сред, гл. 2. М.–Л., Гостехиздат, 1944.
6. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, гл. 16. М., «Наука», 1967.
7. Наборщиков П. В., Неволин В. Г. Механизм дробления нефти гидродинамическим вибратором. Нефтепромысловое дело. Тр. ПермНИПИнефть, 1976, вып. 14.

УДК 532.516.013.2

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЫТЕСНЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ  
ИЗ ТРУБЫ

И. М. АСТРАХАН, С. М. ГАДИЕВ

(Москва)

Рассмотрена задача о вытеснении одной вязкой жидкости другой в круглой трубе при нестационарном пульсирующем ламинарном движении. Получено, что наложение пульсаций определенной частоты на процесс стационарного вытеснения может привести к увеличению коэффициента вытеснения до 10–12%.

В работах [1, 2] рассмотрено нестационарное вытеснение вязкой жидкости между двумя стенками, совершающими гармонические колебания. Рассмотрим задачу о вытеснении одной вязкой жидкости другой в круглой трубе радиуса  $a$  и длины  $l$  при ламинарном пульсирующем движении. Считаем, что вытесняемая и вытесняющая жидкости имеют одинаковые вязкости и плотности. Ось  $z$  направим по оси трубы, а ось  $r$  — по радиусу. В начальный момент времени  $t=0$  граница раздела жидкостей имеет уравнение  $z=0$ . Градиент давления задан в виде

$$(1) \quad -\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\Delta p}{l} + \rho A \cos \omega t_1$$

где  $\Delta p$  — постоянная составляющая перепада давления на участке длиной  $l$ ,  $\omega$  — частота колебаний давления,  $\rho$  — плотность жидкости,  $A$  — характеристика амплитуды колебания давления.

Уравнение границы раздела получается путем интегрирования уравнения  $dz/dt = v(r, t)$  при условии  $z=0$  при  $t=0$ . Профиль скорости  $v(r, t)$  при ламинарном пульсирующем движении с градиентом давления (1) известен [3].

Время появления вытесняющей жидкости в концевом сечении трубы  $t_1$  определяется из уравнения границы раздела между жидкостями при  $z=l$  и  $r=0$ . Коэффициент вытеснения находится по формуле

$$K = \frac{2}{a^2 l} \int_0^a z(r, t_1) r dr$$

Введем безразмерные переменные  $\tau = vt/a^2$  и  $\alpha = a\sqrt{\omega/v}$ . Безразмерное время появления первых частиц вытесняющей жидкости в концевом сечении трубы  $\tau_1$  определяется из уравнения

$$(2) \quad 1 = B\tau_1 + \frac{D}{\alpha^4} \left\{ \left[ 1 - \frac{\operatorname{ber} \alpha}{\operatorname{ber}^2 \alpha + \operatorname{bei}^2 \alpha} \right] (1 - \cos \alpha^2 \tau_1) + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{bei} \alpha}{\operatorname{ber}^2 \alpha + \operatorname{bei}^2 \alpha} \sin \alpha^2 \tau_1 \right\}$$

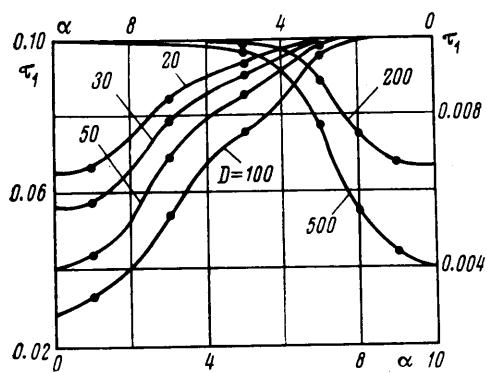
Коэффициент вытеснения определяется для найденного значения  $\tau_1$  по формуле

$$(3) \quad K = \frac{B}{2} \tau_1 + \frac{2D}{\alpha^5} \left\{ \left[ \frac{\alpha}{2} + \frac{\operatorname{bei} \alpha \operatorname{ber}' \alpha - \operatorname{ber} \alpha \operatorname{bei}' \alpha}{\operatorname{ber}^2 \alpha + \operatorname{bei}^2 \alpha} \right] (1 - \cos \alpha^2 \tau_1) + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{bei} \alpha \operatorname{bei}' \alpha + \operatorname{ber} \alpha \operatorname{ber}' \alpha}{\operatorname{ber}^2 \alpha + \operatorname{bei}^2 \alpha} \sin \alpha^2 \tau_1 \right\}$$

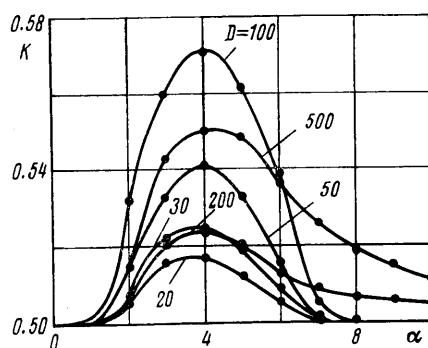
$$B = \frac{\Delta p a^4}{4l^2 \rho v^2}, \quad D = \frac{A a^4}{l v^2}$$

Расчеты проводились на ЭВМ «Наира» следующим образом. Задаваясь определенными значениями безразмерных параметров  $B$  и  $D$ , из уравнения (2) находили значения  $\tau_1$  при различных значениях параметра  $\alpha$ .

Зависимости  $\tau_1$  от  $\alpha$  при различных значениях параметров задачи  $B$  и  $D$  представлены на фиг. 1. При  $B=10$  параметр  $D$  изменялся в пределах от 20 до 100,



Фиг. 1



Фиг. 2

а при  $B=100$  — от 200 до 500. Полученные результаты показывают, что при  $\alpha > 10$  безразмерное время появления первых частиц вытесняющей жидкости в концевом сечении трубы  $\tau_1$  практически не зависит от величины  $\alpha$ , определяемой частотой сечений трубы, и равно соответствующему времени при стационарном вытеснении пульсаций давления, и равно соответствующему времени при стационарном вытеснении с постоянным градиентом давления, равным  $\Delta p / l$ . При  $\alpha < 10$  время появления первых частиц в концевом сечении трубы значительно сокращается и при  $\alpha=0$  равно времени стационарного вытеснения с градиентом давления, равным  $\Delta p / l + \rho A$ .

Коэффициент вытеснения  $K$  вычисляли по формуле (3) как функцию от  $\alpha$  при найденных значениях  $\tau_1$ . Зависимость  $K$  от  $\alpha$  представлена на фиг. 2 ( $B=10$ ,  $20 \leq D \leq 100$  и  $B=100$ ,  $200 \leq D \leq 500$ ). Полученные результаты показывают, что при  $\alpha \approx 4$  коэффициент вытеснения  $K$  имеет максимальное значение для всех рассмотренных значений параметров  $B$  и  $D$ . Известно, что при стационарном вытеснении  $K=0.5$ . Получено, что наложение пульсаций на процесс стационарного вытеснения при  $\alpha \approx 4$  может привести к увеличению коэффициента вытеснения до 10—12%.

Поступила 14 V 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шихалиев Ф. А., Мехтиев В. М., Абдуллаева М. Г. Об оценке влияния продольных колебаний на коэффициент вытеснения. Докл. АН АзербССР, 1972, т. 28, № 6—7.
2. Мехтиев В. М., Абдуллаева М. Г. Определение коэффициента вытеснения между двумя колеблющимися стенками. Нефть и газ, 1975, № 4.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.