

БИЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ РАЗРУШЕНИИ
ВИХРЕВЫХ СЛОЕВ

В. И. ЛИХОПЕРСКИЙ

(Москва)

В рамках линейной модели медленного плоского течения вязкой несжимаемой жидкости показана возможность биений и выявлена их роль в формировании вихревых структур, что открывает возможность воздействия на колебания в следах за телами и в струях.

Пусть имеется плоское течение вязкой несжимаемой жидкости. Выберем систему координат oxy так, что уравнение Гельмгольца в приближении Стокса в плоском случае имеет вид уравнения теплопроводности

$$(1) \quad \frac{\partial \Omega}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right)$$

Здесь Ω – завихренность, ν – кинематический коэффициент вязкости.

Зададим тангенциальный разрыв скорости в момент времени $t=0$ на плоскости $y=0$ в виде отдельных вихрей – периодических синусоидальных возмущений. Начальное условие для уравнения (1) запишется в форме

$$(2) \quad \Omega(x; y; 0) = \delta(y) [2U_0 + 2A_n \cos(nx + \varphi_n)]$$

где $\delta(y)$ – дельта-функция Дирака, U_0 – скорость потока, A_n – амплитуда, n – круговая частота, а φ_n – фаза. В силу малости возмущений коэффициенты в (2) удовлетворяют условию

$$(3) \quad |U_0| \geq \sum_n |A_n|$$

Граничное условие для Ω

$$(4) \quad \Omega(x; \pm\infty; t) = 0$$

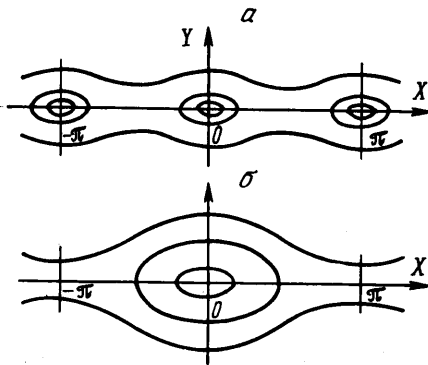
Так как уравнение (1) линейно, то можно решить задачу не разбивая течение на основное и возмущенное.

Решение задачи можно найти, например, с помощью операционного исчисления

$$(5) \quad \Omega(x; y; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\nu t}} \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu t}\right) [2U_0 + 2A_n \exp(-n^2\nu t) \cos(nx + \varphi_n)]$$

Выражение (5) описывает диффузию вихревой поверхности, на которую в начальный момент наложены периодические возмущения. Из (3) следует, что по оси X на каждом интервале длиной 2π располагается n вихрей. Периодическое возмущение с круговой частотой n имеет добавочную диссипацию, равную $\exp(-n^2\nu t)$. Чем больше частота n , тем быстрее затухают возмущения. В зависимости от количественных характеристик возмущений возможны различные картины разрушения вихревых слоев. Приведем характерные случаи.

Пусть имеются два периодических возмущения с частотами, отличающимися в 2 раза ($n_2=2n_1$), с разницей фаз, равной нулю, и амплитудами, удовлетворяющими условию $A_2 > A_1$. На фиг. 1 показаны две последовательные картины течения ($n_1=1$; $\varphi_1-\varphi_2=0$; $A_2/A_1=10$). На фиг. 1, а построены линии $\Omega=\text{const}$ в момент времени, близкий к $t=0$. На фиг. 1, б те же линии построены в более поздние моменты времени. Видно, что первоначально слабое возмущение с меньшей частотой с течением времени проявится, а возмущение с более высокой частотой исчезнет.



Фиг. 1

Подобный результат приведен как пример вторичного течения в работах [1, 2]. В качестве основной переменной в этих работах используется функция тока. Это усложняет задачу, делает выводы менее понятными с физической точки зрения, и, кроме того, использование в этих работах начальных условий в виде (2) для функции тока неправомерно.

Когда имеется жидкая плоская струя, т. е. не один, а два вихревых слоя с противоположными знаками, то картина распада возмущений усложняется вследствие влияния одного слоя на другой. Начальное условие в случае двух поверхностей тангенциального разрыва скорости — без наложения возмущений и расположенных одна от другой на расстоянии h — можно написать в виде

$$(6) \quad \Omega(x; y; 0) = U_0 \delta(y+h/2) - U_0 \delta(y-h/2)$$

где U_0 — скорость струи. Возмущения обоих вихревых слоев представим в виде периодических возмущений с одинаковой амплитудой, одинаковой частотой n и разницей фаз, равной либо нулю, либо π . Соответствующее решение имеет вид

$$(7) \quad \Omega(x; y; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi vt}} \left\{ U_0 \left[\exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) - \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right] + \exp(-n^2 vt) A_n \cos(nx) \times \right. \\ \left. \times \left[\exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) \mp \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right] \right\}$$

Из формулы (7) видно, что шахматная вихревая дорожка (знак плюс) разрушается медленнее, чем симметричная (знак минус). Исследование формулы (7) дает возможность установить скорость удаления вихревых рядов в дорожке [3].

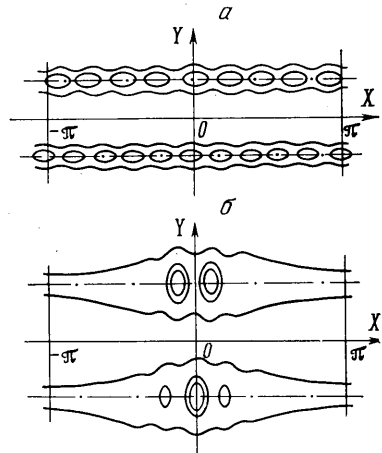
Если на каждый вихревой слой наложены по два возмущения с различными частотами, как в примере с одним вихревым слоем, то картина разрушения вихревой структуры похожа на показанную на фиг. 1, но с двумя рядами дискретных вихрей, которые смещены один относительно другого на соответствующую разницу фаз.

Описанные выше факты: выявление возмущений более низкой частоты, расплывание вихревых дорожек и более сильное затухание симметричных возмущений по сравнению с шахматными — известны в теории устойчивости плоских струй и найдены в рамках других моделей [1-5]. Получим на основе выбранной модели новые результаты для объяснения формирования вихревых структур в следе за телом и в струе.

Интерес представляет случай, когда вихревые слои разбиваются на более частые дискретные вихри, а с течением времени все же образуются крупные вихревые «облака». Пусть на вихревые слои с начальным условием (6) наложены такие периодические возмущения, что амплитуды и частоты возмущений различны для каждого вихревого слоя, а разница фаз равна π . Соответствующее решение имеет вид

$$(8) \quad \Omega(x; y; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi vt}} \left\{ U_0 \left[\exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) - \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right] + \right. \\ \left. + A_1 \exp(-n_1^2 vt) \cos(n_1 x) \exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) + \right. \\ \left. + A_2 \exp(-n_2^2 vt) \cos(n_2 x) \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right\}$$

Если взять круговые частоты n_1 и n_2 в (8) отличающимися на малую величину, то подбором характеристик струи и возмущений можно добиться картины разрушения вихревой структуры струи показанной на фиг. 2. На фиг. 2, а построены линии $\Omega = \text{const}$ в момент времени, когда вихревые слои еще не влияют друг на друга ($n_1=10$; $n_2=9$). В более отдаленные моменты времени те же линии $\Omega = \text{const}$



Фиг. 2

имеют вид, показанный на фиг. 2, б. Вихревые слои начинают влиять друг на друга, и наблюдается явление биения. Из (8) следует, что разрушение подобных вихревых возмущений возможно только симметричным путем.

Приведем еще один интересный пример. Пусть на оба вихревых слоя наложены по два возмущения с различными, но близкими частотами $n_1 > n_2$, амплитудами $A_1 > A_2$, с разницей фаз, равной либо нулю, либо π . Решение задачи с такими характеристиками возмущения имеет вид

$$\Omega(x; y; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi vt}} \left\{ U_0 \left[\exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) - \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right] + [A_1 \exp(-n_1^2 vt) \cos(n_1 x) + A_2 \exp(-n_2^2 vt) \times \right. \\ \left. \times \cos(n_2 x) \right] \left[\exp\left(-\frac{(y+h/2)^2}{4vt}\right) \mp \exp\left(-\frac{(y-h/2)^2}{4vt}\right) \right] \right\}$$

Картина биения, аналогичная показанной на фиг. 2, проявится независимо от расстояния h между вихревыми слоями в струе.

Если учесть еще взаимное влияние вихревых слоев, то получим, что симметричная вихревая конфигурация разрушается быстрее шахматной.

Рассмотренное здесь явление биения существенно для понимания процессов образования крупномасштабных пульсаций. Биения открывают реальную возможность воздействия на формирование вихревой структуры следа и струи, например, путем выбора геометрических характеристик обтекаемой поверхности или акустических характеристик звуковых воздействий.

Существование биений в потоке можно установить по экспериментальным данным работы [5].

Поступила 23 IV 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Lugt H. J., Schwiderski E. W. Birth and decay of vortices. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 5.
2. Lugt H. J. Decay of a discontinuity line in viscous fluid. Acta. Mech., 1967, vol. 4, No. 2.
3. Chen Y. N. 60 Jahre Forschung über die Kármánschen Wirbelstrassen — Ein Rückblick. Schweiz. Bauzeitung, 1973, Bd. 91, Nr 44.
4. Беглов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М., «Мир», 1974.
5. Hattori Naozo, Hatta Keizo, Kotake Susumu. On the shedding modes of vortices behind bodies and its transition. Bull. Inst. Space and Aeronaut. Sci. Univ. Tokio, 1974, Vol. 10, No. 1a.

УДК 532.5:532.135

О НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ СТРУКТУРНОМ РЕЖИМЕ ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СРЕДЫ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Р. М. МАМЕДОВ, Р. М. САТТАРОВ

(Баку)

Движения ньютонической и неньютонической сред с учетом теплоты трения и зависимости реологических характеристик среды от температуры рассматривались многими авторами [1-6]. Подробная библиография этих работ дана в [3, 5]. В диссертации одного из авторов¹ сделана попытка исследования теплообмена при движении нелинейно-вязкопластичной среды с учетом зависимости пластической вязкости от температуры при постоянном значении предельного напряжения сдвига τ_0 . Последнее допущение не всегда оправдано, поскольку чаще встречаются случаи, когда с изменением температуры меняется не только пластическая вязкость, но и предельное напряжение сдвига.

В данной работе рассматривается влияние теплоты внутреннего трения с учетом зависимости пластической вязкости и предельного напряжения сдвига от температуры на гидравлические характеристики ламинарного режима движения в:

¹ Саттаров Р. М. Некоторые изотермические и неизотермические движения вязкопластичных сред. Канд. дис. Фонды ИТМО АН БССР, Минск, 1973.