

ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКИХ ПАРОВЫХ ПУЗЫРЕЙ В ПЕРЕГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. А. КИРИЧЕНКО, А. В. КРЫТОВ, П. С. ЧЕРНЯКОВ

(Харьков)

Задачи о движении и расширении сферических паровых пузырей в перегретой вязкой жидкости возникают в связи с анализом тепловых процессов в паровых котлах, парогенераторах, пузырьковых камерах и т. п. Для расчета скорости подъема пузырей в жидкости обычно используются формулы из [1]; однако при выводе этих формул не учитывается расширение паровых пузырей. Для расчета роста пузырей при объемном кипении перегретых жидкостей используются формулы в [2-4], не учитывающие наличие поступательного движения пузыря.

В [5-7] показано, что при расчете роста паровых пузырей необходимо учитывать поступательное движение пузыря, и предложен полуэмпирический метод расчета расширения сферических паровых пузырей и сопоставление результатов расчетов с экспериментами по динамике паровых пузырей в пропановых и водородных пузырьковых камерах.

В [8, 9] предложен метод расчета роста и скорости подъема сферических пузырей, в котором используются формулы для силы сопротивления из монографии [1]. В [10, 11] рассматривается расчет динамики сферических паровых пузырей в перегретой жидкости для чисел Рейнольдса Re , значительно меньших и значительно больших единицы.

В данной статье рассматривается рост и подъем сферических паровых пузырей при кипении перегретых вязких жидкостей для чисел Рейнольдса $0 < Re < 5$ и чисел Якоба $Ia < 2Pr/k$. Приведено сопоставление результатов расчета скорости подъема и роста парового пузыря в перегретой жидкости с экспериментом.

1. Рассмотрим ламинарное и осесимметричное обтекание сферического пузыря, движущегося в неограниченном объеме несжимаемой вязкой жидкости для чисел Рейнольдса Re , меньших 5, чисел Прандтля Pr порядка единицы и числа Якоба Ia , меньшего $2Pr/k$; предполагается, что естественной конвекцией в жидкости можно пренебречь по сравнению с вынужденной конвекцией, обусловленной движением пузыря, и движением пара и переносом тепла в паре можно пренебречь [2, 3]. Полагается, что $We < 2$. Из этого условия следует, что пузырь при движении и расширении остается сферическим [12, 13]. Предполагается, что скорость роста пузыря значительно меньше скорости подъема пузыря в жидкости, что справедливо, например, для случая роста всплывающих пузырей в пропановых пузырьковых камерах [14]. Полагается, что скорость и температура жидкости не зависят от времени. Данное предположение означает, что при расчете расширения пузыря не учитывается инерционная сила, действующая со стороны жидкости на пузырь, что справедливо для асимптотической стадии роста пузыря.

Здесь $Re = RU_\infty / \nu$, R — радиус пузыря; U_∞ — скорость подъема пузыря; ρ , ν , a , λ , c_p — плотность, кинематическая вязкость, температуропроводность, теплопроводность и удельная теплоемкость жидкости; $Pr = \nu/a$; $k = 1 + \rho_g / \rho$; ρ_g — плотность пара; $We = 2\rho_g U_\infty^2 R / \sigma$; σ — коэффициент поверхностного натяжения; $\Delta T_0 = (T_s - T_0) / T_0$; L — скрытая теплота парообразования; T_0 и T_s — температуры (начальная и на линии насыщения); $Ia = c_p T_0 (-\Delta T_0) \rho / L \rho_g$.

Назовем режим движения и теплообмена в жидкости квазистационарным, если температура и скорость жидкости не зависят от времени. Это определение согласуется с определением квазистационарного приближения задач Стефана, приведенного в монографии [15] и в [16].

Движение и теплообмен в жидкости описываются уравнениями Навье — Стокса, переноса тепла и неразрывности [10]

$$(1.1) \quad \operatorname{Re} \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \Delta v_r - \\ - \frac{2v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2} v_\theta \operatorname{ctg} \theta$$

$$(1.2) \quad \operatorname{Re} \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} \right) = \\ = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \Delta v_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r^2 \sin^2 \theta}$$

$$(1.3) \quad \operatorname{Pe} \left(v_r \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \tau}{\partial \theta} \right) = \Delta \tau \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta \sin \theta) = 0$$

Здесь r, θ — сферические координаты; $r=r_1/R$; $\operatorname{Re}=\operatorname{RePr}$; $\mathbf{u}(u_r, u_\theta)$, P, T — распределение скоростей, давления и температуры жидкости; $\mathbf{v}=\mathbf{u}/U_\infty$; $p=P/\rho U_\infty^2$; $\tau=(T-T_0)/T_0$.

Введем безразмерную функцию тока $\psi=\psi'/RU_\infty$ по следующим формулам:

$$(1.4) \quad v_\theta = - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

Уравнение для функции тока и температуры имеют следующий вид

$$(1.5) \quad D^4 \psi = \frac{\operatorname{Re}}{r^2} \frac{\partial (\psi, D^2 \psi)}{\partial (r, \mu)} + \frac{2\operatorname{Re}}{r^2} D^2 \psi L \psi$$

$$(1.6) \quad \Delta \tau = \frac{\operatorname{Pe}}{r^2} \frac{\partial (\psi, \tau)}{\partial (r, \mu)}, \quad \mu = \cos \theta$$

$$D^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1-\mu^2}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mu^2}, \quad D^4 \psi = D^2 (D^2 \psi)$$

$$L \psi = \frac{\mu}{1-\mu} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \mu}$$

$$\Delta \tau = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \tau}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1-\mu^2) \frac{\partial \tau}{\partial \mu} \right) \right]$$

$$\frac{\partial (\psi, \tau)}{\partial (r, \mu)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial r} & \frac{\partial \psi}{\partial \mu} \\ \frac{\partial \tau}{\partial r} & \frac{\partial \tau}{\partial \mu} \end{vmatrix}$$

Граничные условия на поверхности пузыря ($r=1$) и на бесконечности

$$(1.7) \quad \tau = \Delta T_0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} = \frac{Rk \sin \vartheta}{U_\infty}, \quad \psi = -\frac{Rk(1 + \cos \vartheta)}{U_\infty}$$

$$(1.8) \quad -\frac{\partial^2 \psi}{\partial \vartheta^2} + \operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$$

$$(1.9) \quad \int_0^\pi \frac{\partial \tau}{\partial r} \Big|_{r=1} \sin \vartheta d\vartheta = \frac{2L\rho_g R \dot{R}}{\lambda T_0}$$

$$(1.10) \quad \psi \rightarrow 0.5r^2 \sin^2 \vartheta, \quad \tau \rightarrow 0$$

Первое условие — равенство температуры жидкости температуре пара на линии насыщения, что справедливо в силу сделанных предположений. Второе условие — равенство радиальной компоненты скорости сумме скоростей расширения и фазового превращения, деленной на площадь поверхности пузыря и плотность жидкости; четвертое — равенство проекции касательного напряжения на нормаль $\tau_{r\vartheta}$ нулю. Соотношение (1.9) — равенство количества тепла, поглощаемого при испарении жидкости, количеству тепла, подводимому к пузырю из жидкости. Соотношение (1.10) — постоянство скорости и температуры на бесконечности.

2. Определим распределение скоростей и температур. Для решения задачи (1.5)–(1.10) применим метод асимптотических разложений [17], который использовался в [18] при расчете обтекания газовых (нерасширяющихся) пузырей.

Назовем r , τ , ψ внутренними переменными, а соотношения (1.5), (1.6) для ψ и τ — уравнениями для внутренних переменных. Введем внешние переменные $\rho = r \operatorname{Re}$, $\Psi = \psi \operatorname{Re}^2$, $\Theta^* = \tau(\rho \vartheta)$. Уравнения (1.5), (1.6), записанные для внешних переменных, имеют вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} D^4 \Psi &= \frac{1}{\rho^2 \sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) D^2 \Psi + \\ &+ \frac{1}{\rho^2 \sin \vartheta} \left(2 \operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} - \frac{2}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \right) D^2 \Psi \\ \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial \Theta^*}{\partial \rho} \right) &+ \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta^*}{\partial \vartheta} \right) = \\ &= \operatorname{Pr} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \vartheta} \frac{\partial \Theta^*}{\partial \rho} - \frac{\partial \Theta^*}{\partial \vartheta} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right) \end{aligned}$$

Ограничившись двумя членами асимптотического ряда, ищем решение краевой задачи (1.5)–(1.10) в виде

$$(2.2) \quad \Psi = \Psi_0 + \operatorname{Re} \Psi_1, \quad \tau = \tau_0 + \operatorname{Re} \tau_1, \quad \Theta^* = \Theta^* + \operatorname{Re} \Theta_1^*$$

Оценка числа Рейнольдса, для которого верны асимптотические разложения (2.2), приводится ниже. Выражения для ψ_0 и τ_0 получены в [10]

$$(2.3) \quad \Psi_0 = -\frac{kRQ_0(\mu)}{U_\infty} + Q_1(\mu)(r-r^2)$$

$$\tau_0 = \frac{\Delta T_0}{r}, \quad Q_s = \int_{-1}^{\mu} P_s(x) dx$$

Здесь $P_s(x)$ — полином Лежандра.

Для Ψ согласно решениям для Ψ_0 и Ψ_1 работы [18] имеем

$$(2.4) \quad \Psi = -0.5 \left(2\rho^2 + \frac{1}{\rho} \right) Q_1(\mu) - Q_0(\mu) [1 - \exp(-0.5\rho(\mu-1))]$$

Легко показать, что $\Theta_0^* = 0$.

Найдем Θ_1^* . Подставив (2.2) и (2.4) в (2.1) и пренебрегая величинами порядка Re^2 , получим следующее уравнение для Θ_1^* :

$$(2.5) \quad \mu \frac{\partial \Theta_1^*}{\partial x} + \frac{(1-\mu^2)}{x} \frac{\partial \Theta_1^*}{\partial \mu} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 \frac{\partial \Theta_1^*}{\partial x} \right) + \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1-\mu^2) \frac{\partial \Theta_1^*}{\partial \mu} \right)$$

Воспользуемся решением уравнения (2.5), полученного в работе [19], соотношением (2.2) и равенством $\Theta_0^* = 0$. Имеем

$$(2.6) \quad \Theta^* = \text{Re} \exp(0.5x\mu) \sqrt{\frac{\pi}{x}} \sum_{n=0}^{\infty} A_n K_{n+1/2}(0.5x) P_n(\mu)$$

Применив метод асимптотического разложения [17] к (2.2) и (2.6), получим

$$(2.7) \quad A_0 = \frac{\sqrt{2} \Delta T_0 \text{Pr}}{\pi}, \quad A_n = 0 \quad (n > 0)$$

$$(2.8) \quad \Theta^* = \frac{\text{Re} \sqrt{2} \Delta T_0}{\rho} \exp(0.5\rho \text{Pr}(\mu-1))$$

Найдем второй член τ_1 внутреннего разложения для температуры, подставив (2.2), (2.3) в (1.6), и пренебрегая величинами порядка Re^2 , получим

$$(2.9) \quad \Delta \tau_1 = \frac{\text{Pr}}{r^2} \frac{\partial (\Psi_0, \tau_0)}{\partial (r, \mu)} = \frac{\Delta T_0 \text{Pr}}{r^4} \left[-\frac{k\dot{R}}{U_\infty} + P_1(\mu) (r-r^2) \right]$$

Граничные условия: $\tau_1|_{r=1} = 0$, τ_1 — ограниченная функция при $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi$.

На бесконечности решение задачи (2.9) сравнивается с (2.8). Решим краевую задачу для (2.9) со сформулированными выше граничными условиями. Ищем τ_1 в виде

$$(2.10) \quad \tau_1 = \Delta T_0 \tau_{10}(r) + \Delta T_0 P_1(\mu) \tau_{11}(r)$$

Подставив (2.10) в (2.9) и воспользовавшись ортогональностью полиномов Лежандра на $[0, \pi]$, получим

$$(2.11) \quad \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tau_{10}}{dr} \right) = -\frac{k \text{Pr} \dot{R}}{U_\infty r^2}$$

$$(2.12) \quad \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\tau_{11}}{dr} \right) - 2\tau_{11} = \frac{\text{Pr}(r-r^2)}{r^2}$$

Функции τ_{1i} ($i=0,1$) обращаются в нуль при $r=1$. Проинтегрировав (2.11), удовлетворив граничному условию при $r=1$ и срачивая τ_1 с внешним разложением (2.8), получим

$$(2.13) \quad \tau_{10} = 0.5 \Delta T_0 \left[\frac{\dot{R}k}{U_\infty r} - \frac{\sqrt{2} \text{Pr}}{r} + \sqrt{2} \text{Pr} - \frac{\dot{R}k}{U_\infty r^2} \right]$$

Решение уравнения (2.12) — неоднородного дифференциального уравнения Эйлера, легко решаемого в квадратурах, — в силу громоздкости выражения здесь не приводится.

Подставив (2.13) в (1.9), получим следующее уравнение для радиуса сферического пузыря:

$$(2.14) \quad \frac{dR}{dt} = - \frac{\nu \lambda T_0 (2 + \sqrt{2} \text{Pe}) \Delta T_0}{R(2L\rho_g \nu + k\lambda T_0 \Delta T_0)}$$

Так как $\Delta T_0 < 0$ и выполняются предложения п. 1, то $\dot{R} > 0$ и пузырь расширяется.

Найдем второй член $\psi_1(r, \mu)$ во внутреннем разложении функции тока, подставив (2.2) в (1.5)

$$(2.15) \quad D^4 \psi_1 = M$$

$$(2.16) \quad M = \frac{1}{r^2} \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} & \frac{\partial D^2 \psi_0}{\partial r} \\ \frac{\partial \psi_0}{\partial \mu} & \frac{\partial D^2 \psi_0}{\partial \mu} \end{array} \right] + \frac{2}{r^2} D^2 \psi_0 L \psi_0$$

Подставив (2.3) в (2.16) и воспользовавшись предположениями п. 1, получим

$$M = - \frac{3(1-\mu^2)}{r^3} \left[(r-1)\mu + \frac{k\dot{R}}{U_\infty r} \right]$$

Подставив (2.2) в (1.7) и (1.8), получим граничные условия для функции ψ_1 на поверхности пузыря

$$(2.17) \quad \psi_1 = 0, \quad 2 \frac{\partial \psi_1}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} = 0$$

Наряду с граничными условиями (2.17) используется асимптотическое сращивание решения уравнения (2.15) с внешним решением (2.4) [20].

Решение (2.15)–(2.17) ищется в виде

$$(2.18) \quad \psi_1 = \psi_{10} - \frac{3k\dot{R}\psi_{1,1}}{U_\infty}$$

где ψ_{10} , $\psi_{1,1}$ – решение уравнений

$$(2.19) \quad D^4 \psi_{1,0} = - \frac{3\mu(1-\mu^2)(r-1)}{r^3}, \quad D^4 \psi_{1,1} = \frac{(1-\mu^2)}{r^4}$$

Выражение для ψ_{10} получено в [18]

$$(2.20) \quad \psi_{10} = (A - 0.125 \cos \vartheta) \sin^2 \vartheta r(r-1) \quad (A = \text{const})$$

Подставим $\psi_{1,1} = \varphi Q_2$ в (2.19) и (2.17)

$$\frac{d^4 \varphi}{dr^4} - \frac{4}{r^2} \frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{8}{r^3} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{8\varphi}{r^4} = \frac{1}{r^4}$$

$$\varphi|_{r=1} = 0, \quad \left(2 \frac{d\varphi}{dr} - \frac{d^2 \varphi}{dr^2} \right) \Big|_{r=1} = 0$$

В результате решения этой краевой задачи

$$\varphi = -0.125 + \frac{1}{24r} + \frac{r}{12}$$

Подставив (2.20) и решение уравнения (2.19) в (2.18) и сращивая с внешним разложением (2.4), получим

$$(2.21) \quad \psi = -\dot{R}k(1 + \cos \vartheta)/U_\infty + 0.5 \sin^2 \vartheta (r^2 - r) + 0.125 \text{Re} \sin^2 \vartheta (1 - \cos \vartheta) r(r-1) + 0.125k\dot{R} \text{Re}(-1.5 + 0.5/r + r) \sin^2 \vartheta$$

Вычислим силу сопротивления D по формуле

$$(2.22) \quad D = 2\pi R^2 \int_0^\pi \left(p - 2\mu_0 \frac{\partial u_r}{\partial r_1} \right) \Big|_{r_1=R} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta$$

В силу соотношений (1.1), (1.2), (1.4) и (2.2) имеем

$$(2.23) \quad v_r = v_{0r} + \operatorname{Re} v_{1r}, \quad v_\vartheta = v_{0\vartheta} + \operatorname{Re} v_{1\vartheta}, \quad p = p_0 + \operatorname{Re} p_1 \quad \left(p = \frac{PR}{\mu_0 U_\infty} \right)$$

Функции p_i , v_{ir} , $v_{i\vartheta}$ ($i=0,1$) удовлетворяют следующим системам уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta v_{0r} - \frac{2v_{0r}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{0\vartheta}}{\partial \vartheta} - \frac{2v_{0\vartheta} \operatorname{ctg} \vartheta}{r^2} &= \frac{\partial p_0}{\partial r} \\ \Delta v_{0\vartheta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{0r}}{\partial \vartheta} - \frac{v_{0\vartheta}}{r^2 \sin^2 \vartheta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial \vartheta}, \quad \Delta v_{1r} - \frac{2v_{1r}}{r^2} - \\ - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{1\vartheta}}{\partial \vartheta} &= \frac{\partial p_1}{\partial r} + v_{0r} \frac{\partial v_{0r}}{\partial r} + \frac{v_{0\vartheta}}{r} \frac{\partial v_{0r}}{\partial \vartheta} - \frac{v_{0\vartheta}^2}{r} \\ \Delta v_{1\vartheta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_{1r}}{\partial \vartheta} - \frac{v_{1\vartheta}}{r^2 \sin^2 \vartheta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial p_1}{\partial \vartheta} + v_{0r} \frac{\partial v_{0\vartheta}}{\partial r} + \frac{v_{0\vartheta}}{r} \frac{\partial v_{0\vartheta}}{\partial \vartheta} + \frac{v_{0r} v_{0\vartheta}}{r} \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_{1r}) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (v_{1\vartheta} \sin \vartheta) &= 0 \quad (i=0,1) \end{aligned}$$

Подставив (2.23) в (2.22) и воспользовавшись результатами работы [18], получим

$$D = 4\pi R \mu_0 U_\infty + \operatorname{Re} D_1$$

где выражение для D_1 после преобразований приводится к виду

$$\begin{aligned} D_1 = & -2\pi R \mu_0 U_\infty \left[0.5 \int_0^\pi \left(\frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_{1\vartheta}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial v_{1\vartheta}}{\partial \vartheta} \right) \right) \Big|_{r=1} \sin 2\vartheta d\vartheta + \int_0^\pi (1 - \cos 2\vartheta) \times \right. \\ & \left. \times \left(0.25 v_{0\vartheta} \frac{\partial v_{0\vartheta}}{\partial \vartheta} + 0.5 R v_{0\vartheta} / U_\infty \right) \Big|_{r=1} d\vartheta - 2 \int_0^\pi \frac{\partial v_{1r}}{\partial r} \Big|_{r=1} \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \right] \end{aligned}$$

Подставив (1.4), (2.2), (2.18), (2.23) в (2.24), получим

$$D_1 = \pi \mu_0 R U_\infty (1 - 5Rk / 6U_\infty)$$

следовательно

$$D = 4\pi \mu_0 R U_\infty (1 + 0.25 \operatorname{Re}) - 5\pi k \mu_0 R \operatorname{Re} / 6$$

Таким образом, в случае расширения пузыря сила сопротивления уменьшается. Положив в этой формуле $R=0$, получим формулу для силы сопротивления из работы [18]. Оценим применимость разложений (2.2), воспользовавшись выражением для силы сопротивления [18], из которого следует условие применимости $\operatorname{Re} \ln \operatorname{Re} \ll 2.5$. Отсюда следует, что $\operatorname{Re} \ll 2.5$.

3. Уравнение движения пузыря имеет вид [10]

$$(3.1) \quad \frac{d}{dt} (R^2 \text{Re}) = \frac{2(\rho - \rho_g) R^3 g}{\mu_0 (2k-1)} - \frac{1.5D}{\pi \mu_0 (2k-1)}$$

Воспользовавшись (2.14), (2.24), (2.25) и (3.1), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую рост и подъем сферического парового пузыря в перегретой вязкой жидкости

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= - \frac{2\nu\lambda T_0 \Delta T_0 (2a + \sqrt{2Q} U_\infty)}{a(2L\rho_g \nu + k\lambda T_0 \Delta T_0)} \equiv F_0, \quad Q=R^2 \\ \frac{dU_\infty}{dt} &= \beta^2 A_0 - \frac{3U_\infty}{Q} \left[0.5F_0 + \frac{2}{2k-1} \left(\nu^{1/4} U_\infty \sqrt{Q} - \frac{5}{48} F_0 k \right) \right] \end{aligned}$$

$$(3.3) \quad R(0) = R_0, \quad U_\infty(0) = U_{\infty 0}$$

Для случая $\text{Re} \ll 1$ в результате интегрирования задачи (3.2)–(3.3) получим

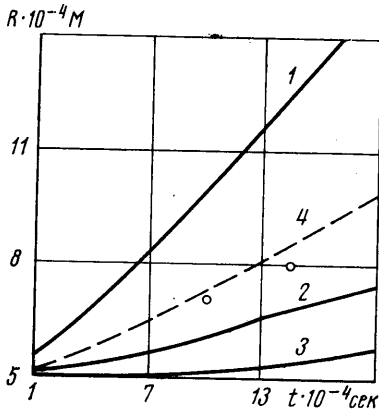
$$\begin{aligned} R &= (\beta^2 t + R_0^2)^{1/2} \quad \left(\beta = \left(\frac{2\lambda(T_0 - T_s)}{L\rho_g} \right)^{1/2} \right) \\ U_\infty &= \left(U_{\infty 0} - \frac{R_0^2 A_0}{k_0 + 1.5} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{2k_0 + 1} + \frac{R^2 A_0}{k_0 + 1.5} \\ k_0 &= 1 + \frac{6\nu}{\beta^2 (2k-1)}, \quad A_0 = \frac{2(\rho - \rho_g)g}{\rho\beta^2 (2k-1)}. \end{aligned}$$

В случае $0 < \text{Re} < 5$ задача (3.2), (3.3) решалась на ЭВМ М-222 по методу Рунге – Кутты. По вышеуказанным формулам были рассчитаны радиусы R , скорость подъема U_∞ , коэффициенты сопротивления C_D и коэффициенты теплоотдачи на поверхности пузыря α при движении паровых пузырей в перегретом пропане. На фиг. 1 приведена зависимость радиуса пузыря от времени при разных числах Якоба Ja . Из фиг. 1 следует, что радиус пузыря – монотонно растущая функция времени и критерия Ja .

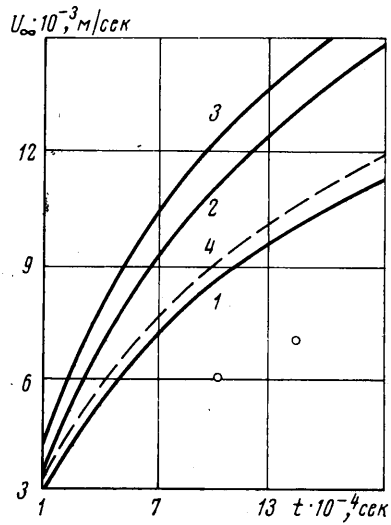
На фиг. 2 приведена зависимость скорости подъема пузыря от времени и критерия Якоба. Из этого графика следует, что в случае подъема паровых пузырей в перегретой жидкости скорость подъема U_∞ монотонно убывает с увеличением числа Якоба, что не имеет места при подъеме газовых пузырей в жидкости. На фиг. 3 приведена зависимость коэффициента сопротивления C_D от времени, который вычислялся по формуле $C_D = 2D / \pi \rho U_\infty^2 R^2$. На фиг. 4 приведена зависимость коэффициента теплоотдачи от времени, который вычислялся по формуле $\alpha = L\rho_g R / (T_0 - T_s)$. Из этого графика следует, что при подъеме паровых пузырей в перегретой жидкости коэффициент теплоотдачи α – монотонно растущая функция времени и критерия Якоба. Все нанесенные графики на фиг. 1–4 соответствуют исходным данным

$$R_0 = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}, \quad T_s = 51.1^\circ, \quad U_{\infty 0} = 0.25 \cdot 10^{-4} \text{ см/сек},$$

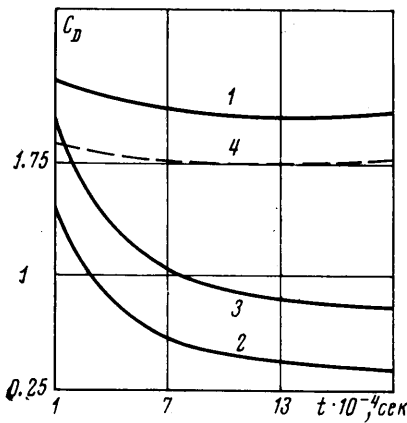
причем кривые 1–4 соответствуют следующим значениям чисел Якоба и перегревов $(T_0 - T_s)$ в град: 2.21, 18.9; 0.995, 8; 0.23, 2; 2.08, 18. Точки 0 соответствуют экспериментальным данным из [14], полученным при умеренных числах Ja для последнего случая.



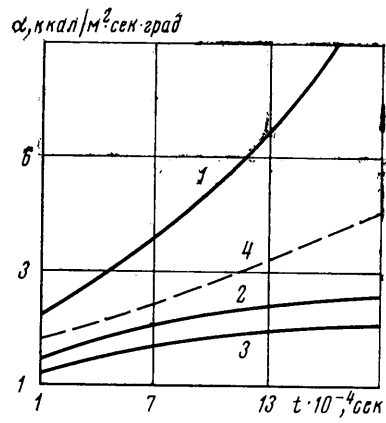
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Из сопоставления результатов расчетов с результатами экспериментов следует, что расчетные радиусы отличаются на 10%, а скорость на 40% от экспериментальных значений.

Поступила 10 X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газожидкостных систем. М.—Л., Госэнергоиздат, 1958.
2. Плезет М. С., Цвик С. А. Рост паровых пузырей в перегретых жидкостях. В кн. «Вопросы физики кипения». М., «Мир», 1964.
3. Форстер Г., Зубр Н. Рост парового пузыря в перегретой жидкости. В кн. «Вопросы физики кипения». М., «Мир», 1964.
4. Scriven L. E. On the dynamics of phase growth. Chem. and Engng Sci., 1959, vol. 10, No. 1—2.
5. Александров Ю. А., Воронов Г. С., Горбунков В. М., Делоне Н. Б., Нечаев Ю. И. Пузырьковые камеры. М., Атомиздат, 1963.
6. Александров Ю. А., Воронов Г. С., Делоне Н. Б. Измерение скорости роста пузырьков в пропановой камере. Приборы и техника эксперимента, 1963, № 3.

7. Александров Ю. А., Воронов Г. С., Делоне Н. Б. Рост и конденсация пузырьков в пузырьковых камерах. Приборы и техника эксперимента, 1963, № 2.
8. Ruckenstein E., Davis E. J. The effects of bubble translation on vapor bubble growth in a superheated liquid. Interant. J., Heat Mass Transfer, 1971, vol. 14, No. 4.
9. Pinto J., Davis E. J. The motion of vapor bubbly growing in uniformly superheated liquids. A. I. Ch. E. Journal, 1971, vol. 17, No. 6.
10. Кириченко Ю. А., Черняков П. С. Динамика сферических пузырей в перегретой жидкости при малых числах Рейнольдса. В сб. «Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах», вып. 3. Харьков, 1973.
11. Кириченко Ю. А., Черняков П. С. Динамика сферических пузырей в перегретой жидкости при больших числах Рейнольдса. В сб. «Вопросы гидродинамики и теплообмена в криогенных системах», вып. 3. Харьков, 1973.
12. Александров Ю. А., Делоне Н. Б., Лихачев В. М., Горбунков В. М. О скорости роста и скорости всплывания пузырьков в пропановой камере. Приборы и техника эксперимента, 1960, № 6.
13. Рубинштейн Л. И. Проблемы Стефана. Рига, «Звайгзне», 1967.
14. Лейбензон Л. С. Собр. соч., т. 3. М., Изд. АН СССР, 1955.
15. Moore D. W. The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, pt 4.
16. Воинов О. В., Головин А. М., Петров А. Г. Движение эллипсоидального пузыря в жидкости малой вязкости. ПМТФ, 1970, № 3.
17. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
18. Головин А. М., Иванов М. Ф. Движение пузыря в вязкой жидкости. ПМТФ, 1971, № 1.
19. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О массо- и теплообмене сферической частицы в ламинарном потоке вязкой жидкости. ПММ, 1971, т. 35, вып. 2.
20. Прудмен И., Пирсон Д. Разложения по малым числам Рейнольдса в задачах обтекания сферы и кругового цилиндра. Механика. Период. сб. перев. статей, 1958, № 2.