

РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОГО ДИФФУЗИОННОГО ФАКЕЛА
ГОРЕНИЯ С УЧЕТОМ ПУЛЬСАЦИЙ КОНЦЕНТРАЦИИ
И АРХИМЕДОВЫХ СИЛ

В. Р. КУЗНЕЦОВ, А. Б. ЛЕБЕДЕВ, А. Н. СЕКУНДОВ, И. П. СМИРНОВА

(Москва)

Исследование турбулентного диффузионного горения представляет большой практический интерес. Наибольшее значение для построения модели диффузионного факела имеют работы [1-4]. В [1-3] показано, что при описании диффузионного факела горения скорость химической реакции может быть исключена из определяющей системы уравнений и, таким образом, расчет сводится к отысканию поля концентрации пассивной примеси. В [4] исследовалось влияние пульсаций концентрации на характеристики турбулентного диффузионного факела и было установлено, что оно может быть значительным.

В последние годы для расчета турбулентного диффузионного факела привлекаются уравнения, вытекающие из полуэмпирической теории турбулентности [5-7]. Однако известные модели турбулентности [8-10] по разным причинам не могут быть непосредственно использованы для расчета диффузионного факела без дополнительного усовершенствования. Так, предложенная в [8] модель неточно описывает «основной» участок турбулентных струй без горения. Модель турбулентности [8] не была апробирована на примере струй и требует, по-видимому, видоизменения диффузионного члена в уравнении для масштаба. Сполдинг и его сотрудники предложили три разных модели турбулентности [9]. К сожалению, в известных авторам данной работы публикациях не содержится результатов детальных расчетов струйных течений и сопоставления этих расчетов с опытными данными. В то же время в работе [11] отмечается плохое согласие с опытом одной из моделей Сполдинга. Заметим также, что для описания факела горения, модель турбулентности должна, вообще говоря, учитывать пульсации плотности.

Кроме того, уравнения полуэмпирической теории турбулентности, как правило, выводятся для течений несжимаемой жидкости, в силу чего их обобщение на случай диффузионного горения наталкивается на ряд трудностей. Во-первых, тепловыделение может достаточно сильно повлиять на динамическую структуру турбулентности. Поэтому значения эмпирических постоянных, входящих в эти уравнения, могут, вообще говоря, изменяться. Во-вторых, возникающие при горении большие градиенты плотности приводят к заметному воздействию архимедовых сил. В рамках полуэмпирических теорий турбулентности влияние этих сил на параметры турбулентных течений изучено недостаточно. В-третьих, на характеристики турбулентного диффузионного горения значительное влияние оказывают пульсации концентрации. Это влияние также мало изучено. В силу указанных особенностей пригодность уравнений полуэмпирической теории турбулентности для описания диффузионного горения окончательно не ясна.

В данной работе предпринята попытка проанализировать этот вопрос. Предложена новая полуэмпирическая модель турбулентности, которая пригодна для расчета как процессов смешения в изотермических потоках, так и характеристик диффузионного горения.

1. Пусть в химических реакциях, происходящих в диффузионном пламени, участвует N веществ, для каждого из которых, зная скорость его образования, можно написать уравнение баланса

$$(1.1) \quad \Lambda(c_l) = w_l, \quad l=0, 1, \dots, N$$
$$\Lambda = \rho \frac{\partial}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \rho D \frac{\partial}{\partial x_j}, \quad j=1, 2, 3$$

Здесь c_l — массовая концентрация ($l \geq 1$) или энтальпия при $l=0$ ($c_0 = c_p T$, c_p — теплоемкость, T — температура); w_l ($l \geq 1$) — скорость выделения (поглощения) данного вещества, w_0 — скорость тепловыделения, ρ — плотность, x — координата, u — скорость, t — время. Предполагается, что все коэффициенты молекулярного переноса равны друг другу. Такое предположение вполне пригодно при описании диффузионного горения в турбулентных потоках с большими числами Рейнольдса, так как в этом случае характеристики смешения слабо зависят от молекулярных коэффициентов переноса. Кроме того, предполагается, что скорость мала (число Маха $\ll 1$) и плотность меняется только за счет изменения состава и температуры.

Пусть вещества, участвующие в реакции, состоят из n различных атомов (или нераспадающихся групп атомов). Очевидно, что общая масса атомов каждого вида (или нераспадающихся групп атомов) сохраняется. Сохраняется также и полная энергия в рассматриваемой системе (сумма энергии теплового движения и энергии химических связей). Указанные законы сохранения можно записать в виде

$$(1.2) \quad \sum_{l=0}^N L_l^i w_l = 0, \quad i=0, 1, \dots, n$$

Здесь L_l^i ($l \geq 1, i \geq 1$) — стехиометрические коэффициенты, т. е. величины, характеризующие массовую долю атомов с номером i в химическом веществе с номером l ; L_l^0 — теплота образования вещества l .

В силу линейности оператора Λ из (1.1) и (1.2) можно, следуя [1-3], исключить w_l . При этом получается $n+1$ уравнений, которые не содержат скоростей химических реакций

$$(1.3) \quad \Lambda(\varphi_i) = 0, \quad \varphi_i = \sum_{l=0}^N L_l^i c_l$$

В каждой точке потока в данный момент времени величины φ_i характеризуют концентрации атомов данного типа в смеси и полную энергию потока (включая энергию химических связей). Заметим, что в диффузионном пламени процесс горения определяется исключительно процессом смешения, так как характерные времена химических реакций много меньше, чем время выравнивания температурных и концентрационных неоднородностей. Следовательно, можно считать, что в каждой точке в каждый момент времени среда находится в термодинамически равновесном состоянии. Такое состояние при заданном давлении полностью определяется величинами φ_i . При этом $c_l = F_l(\varphi_i)$, где F_l — функции, которые определяются из расчетов термодинамически равновесного состояния смеси и не зависят от особенностей гидродинамики течения. Таким образом, нахождение характеристик диффузионного пламени сводится к определению φ_i из $n+1$ уравнений (1.3), в которые не входят скорости химических реакций.

Обычно задача еще более упрощается, если учесть следующие два обстоятельства. Во-первых, в большинстве случаев начальные распределения энтальпии и концентрации подобны. Следовательно, достаточно решить только одно из уравнений (1.3), например уравнение для φ_0 , а решения остальных уравнений оказываются линейно связанными с φ_0 . Во-вторых, для большинства горючих смесей при реально встречающихся температуре и давлении термодинамическое равновесие характеризуется малыми концентрациями промежуточных продуктов химических реакций (атомов и радикалов) и в смеси в основном присутствуют исходные вещества и конечные продукты реакции. При этом часто реализуется случай, когда количество различных веществ, присутствующих в пламени,

на единицу больше количества атомов ($N=n+1$). Типичными примерами являются горение водорода ($n=3$, $N=4$) или углеводородов ($n=4$, $N=5$) в воздухе. В первом случае в заметных количествах присутствуют лишь водород, кислород, азот и вода, во втором — углеводород, вода, азот и углекислый газ.

В указанном случае отпадает необходимость в проведении термодинамических расчетов. Действительно, при диффузионном горении можно считать, что горючее бесконечно быстро реагирует с окислителем. Поэтому в любой точке одновременно не могут присутствовать горючее и окислитель. Тогда условиями, позволяющими по величинам φ_i определить значения c_i , являются равенство нулю концентрации горючего по одну сторону фронта пламени и равенство нулю концентрации окислителя по другую сторону фронта пламени. Положение фронта пламени находится из условия равенства нулю и концентрации горючего и концентрации окислителя.

2. Проанализируем истечение водорода из осесимметричного сопла в неподвижный воздух. В этом случае происходит реакция $H_2 + 1/2 O_2 = H_2O$.

Обозначим концентрации H_2 , O_2 , H_2O и N_2 через c_1 , c_2 , c_3 и c_4 и припишем атомам H, O и N индексы $i=1, 2, 3$ соответственно. Тогда отличные от нуля элементы матрицы коэффициентов L_i^j равны $L_0^0=1$, $L_3^0=-Q=-13000$ дж/кг, $L_1^1=1$, $L_3^1=1/9$, $L_2^2=1$, $L_3^2=8/9$, $L_4^3=1$ ($i, l=0, 1, 2, 3, 4$).

В начальном сечении ($x=0$) имеем

$$(2.1) \quad \begin{aligned} c_1=c_{11}=1; \quad c_2=c_{21}=0, \quad c_4=c_{41}=0, \quad T=T_1 \\ c_1=c_{12}=0, \quad c_2=c_{22}=0.23, \quad c_4=c_{42}=0.77, \quad T=T_2 \end{aligned}$$

где второй индекс у концентрации и индекс у температуры соответствуют начальному состоянию в сопле — 1 и в окружающей среде — 2. Для простоты будем в дальнейшем считать, что температура внутри сопла и в окружающем пространстве в начальном сечении одинакова, т. е. $T_1=T_2=T_0$.

Применяя подход, изложенный в предыдущем разделе, получим

$$(2.2) \quad \varphi_0 = -Qc_3 + c_0, \quad \varphi_1 = c_1 + 1/9 \cdot c_3, \quad \varphi_2 = c_2 + 8/9 \cdot c_3, \quad \varphi_3 = c_4$$

Поскольку величины φ_i линейно связаны (они удовлетворяют одинаковым уравнениям (1.3) и имеют подобные начальные условия), то задача сводится к решению одного дифференциального уравнения для концентрации инертного вещества z

$$(2.3) \quad \Delta(z) = 0$$

с начальными условиями $z=1$ в сопле и $z=0$ вне сопла. Величины φ_i выражаются через z из соотношений вида

$$(2.4) \quad z = a_i \varphi_i + b_i$$

Коэффициенты a_i и b_i находятся из начальных условий (2.1). Из соотношений (2.4) легко найти искомые величины c_i , используя в качестве замыкающего соотношения условие равенства нулю концентрации горючего по одну сторону фронта пламени и равенства нулю концентрации окислителя по другую сторону фронта пламени

$$c_1 = \begin{cases} \frac{z-z_s}{1-z_s} & z > z_s \\ 0, & z < z_s \end{cases}; \quad c_2 = \begin{cases} 1 - \frac{z}{z_s} & z < z_s \\ 0, & z > z_s \end{cases}$$

(2.5)

$$c_3 = \begin{cases} \frac{1-z}{1-z_s} \frac{z_s}{L_3^1}, & z > z_s \\ z_s/L_3^1, & z < z_s \end{cases}; \quad \frac{c_0 - c_1}{c_{0s} - c_{01}} = \begin{cases} \frac{z}{z_s} & z < z_s \\ \frac{1-z}{1-z_s}, & z > z_s \end{cases}$$

Здесь z_s — концентрация инертной примеси на фронте пламени, c_0 , и c_{01} — значения энтальпии на фронте пламени и в начальном сечении

$$z_s = c_{22} / (L_2^2 c_{11} + c_{22}), \quad c_{0s} = c_{01} + Q z_s$$

При определении теплоемкости смеси $c_p = \sum_{l=1}^N c_{pl} c_l$ будем для

простоты предполагать, что c_p зависит только от концентрации.

Чтобы получить связь мгновенной плотности ρ от концентрации z , используем зависимость

$$\rho = \sum_{l=1}^N \frac{\rho_l c_l}{\mu_l} / \sum_{l=1}^N \frac{c_l}{\mu_l}$$

где ρ_l и μ_l — соответственно плотность и молекулярный вес l -го компонента смеси.

Окончательное выражение для неосредненной плотности, отнесенной к плотности в начальном сечении ρ_1 , имеет следующий вид:

$$(2.6) \quad \rho = (A_1 + A_2 z) p / (A_3 + A_4 z) (A_5 + A_6 z)$$

Здесь p — давление, отнесенное к давлению в начальном сечении p_1 , а коэффициенты $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ — функции удельных теплоемкостей c_{pl} , молекулярного веса μ_l и стехиометрических коэффициентов L_l^i . Численные значения коэффициентов A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 и A_6 для рассматриваемого случая горения водорода в воздухе равны: до фронта пламени ($z < z_s$) $A_1 = 0.0935, A_2 = 1.36, A_3 = 0.0935, A_4 = 34.96, A_5 = 0.0693, A_6 = 0.43$; за фронтом ($z \geq z_s$) $A_1 = 0.106, A_2 = 0.894, A_3 = 1.072, A_4 = -0.072, A_5 = 0.055, A_6 = 0.945$.

Зная неосредненные значения c_i, T и ρ , выраженные через значения неосредненной концентрации z , можно определить средние значения параметров течения. Например

$$(2.7) \quad \langle \rho \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z) P(z) dz$$

где $P(z)$ — распределение плотности вероятности.

Аналогичные выражения можно получить для $\langle T \rangle$ и $\langle c_i \rangle$.

Основываясь на экспериментальных [12] и теоретических [13] исследованиях примем, что распределение плотности вероятности подчиняется нормальному закону

$$(2.8) \quad P(z) = 1 / (\sqrt{2\pi}\sigma) \exp(- (z - \langle z \rangle)^2 / 2\sigma^2), \quad \sigma = \sqrt{\langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle}$$

Отметим, что нормальный закон для распределения плотности вероятности справедлив только для описания течения вблизи оси факела [13]. Однако для определения интегральных характеристик диффузионного факела, таких как длина факела, выбор функции распределения плотности вероятности, удовлетворяющей нормальному закону, является вполне

приемлемым. Это связано с тем, что фронт горения замыкается на оси струи. Из-за этого особенно важно знать вид функции распределения, а также правильно учитывать уровень пульсаций концентрации вблизи оси струи. Для величины σ примем приближенную зависимость

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0(1-\langle z \rangle) & \text{при } \langle z \rangle \geq 0.5 \\ \sigma_0 \langle z \rangle & \text{при } \langle z \rangle < 0.5 \end{cases}$$

где σ_0 характеризует уровень пульсаций концентрации.

Эта зависимость при $\sigma_0 \leq 0.3$ удовлетворительно описывает уровень пульсаций концентрации вблизи оси и занижает этот уровень по сравнению с опытными данными [12] на краю струи.

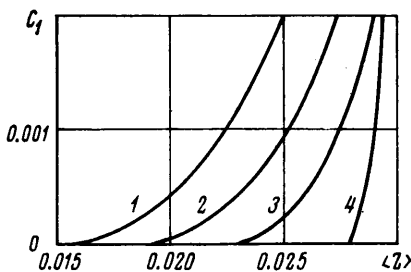
Переходя от бесконечных пределов интегрирования к пределам $\pm 3\sigma$ (что приемлемо и принято в численных расчетах), получим среднее значение концентраций компонентов, температуру и плотность, выраженные через среднюю концентрацию инертного вещества $\langle z \rangle$. Соотношение (2.7) преобразуется к виду

$$(2.9) \quad \langle \rho \rangle = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma) \int_{(z)-3\sigma}^{(z)+3\sigma} \rho(z) \exp(-(z-\langle z \rangle)^2/2\sigma^2) dz$$

Единственный неизвестный параметр $\langle z \rangle$ можно найти при интегрировании осредненного уравнения диффузии для пассивной примеси.

3. Прежде чем перейти к интегрированию системы уравнений, описывающей турбулентный диффузионный факел, проведем осреднение концентраций компонентов, температуры и плотности по формулам (2.9).

Проанализируем результаты осреднения концентрации водорода $\langle c_1 \rangle$ при горении струи водорода в воздухе. Эти результаты изображены на фиг. 1 в виде зависимости $\langle c_1 \rangle$ от $\langle z \rangle$. Кривые соответствуют: 1 - $\sigma_0 = 0.33$, 2 - $\sigma_0 = 0.2$, 3 - $\sigma_0 = 0.1$, 4 - $\sigma_0 = 0.01$. Примем, как и в работе [14], что конец факела соответствует такому значению концентрации инертного вещества $\langle z \rangle = z_0(\sigma_0)$, при котором величина $\langle c_1 \rangle$ составляет 0.1%. Из (2.5) следует, что поверхность, на которой заканчивается процесс горения при отсутствии пульсаций концентрации ($\sigma_0 = 0$), соответствует значению $z_0(0) = 0.029$. Из фиг. 1 видно, что по мере увеличения амплитуды пульсаций значение $\langle z \rangle$, соответствующее концу факела, уменьшается. Отметим, что при $\sigma_0 \neq 0$ концентрация водорода асимптотически стремится к нулю при $\langle z \rangle \rightarrow 0$, однако выбранный масштаб на фиг. 1 не позволяет



Фиг. 1

проследить за ходом кривых 1, 2 и 3 в малой окрестности нуля. Известно из экспериментов [15], что в затопленной струе осевая концентрация примеси затухает по закону $z_m = B_1 R/x$, где R - радиус сопла, B_1 - постоянная, которая для струи постоянной плотности равна $B_1 = 9$ [16]. Предположим, что в диффузионном факеле структура этого соотношения сохраняется. Тогда, положив в этом соотношении $\langle z_m \rangle = z_0$ и $x = l_1$, можно вычислить длину факела l_1 . Заметим, что $z_0 = 0.029$ при $\sigma_0 = 0$, а при отличных от нуля пульсациях концентрации ($\sigma_0 \neq 0$) значение $z_0 < 0.029$ (см. фиг. 1). Следовательно, в соответствии с приведенной формулой, длина факела при учете пульсаций концентрации возрастает, так как $l_1 \sim z_0^{-1}$. Поскольку величины z_0 и l_1 претерпевают при учете пульсаций малые изменения, можно связать эти приращения приближенным соотношением $\Delta l_1/R = -B_1 \Delta z_0^{-2} \Delta z_0$, справедливым с точностью до квадратов Δl_1 и Δz_0 - приращений длины факела и концентрации, соответствующей окончанию процесса горения. Как видно из фиг. 1, $\Delta z_0 \approx 0.003$ при $\sigma_0 = 0.2$. Проведенная оценка показывает, что при $\sigma_0 = 0.2$ длина факела увеличивается на 30 радиусов сопла.

При численном интегрировании системы уравнений, описывающей турбулентный диффузионный факел, использовались результаты осреднения, полученные при $\sigma_0 = 0.2$.

4. Для расчета течения в диффузионном факеле необходимо численно проинтегрировать систему осредненных уравнений движения, диффузии, неразрывности и состояния. Примем, что турбулентное трение и турбулентный поток массы в этих уравнениях пропорциональны градиентам скорости и массовой концентрации, т. е. используем соотношение Буссинеска

$$-\langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle = \varepsilon \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}, \quad -\langle \rho \rangle \langle c'v' \rangle = \frac{\varepsilon}{Sc_t} \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial y}$$

Здесь Sc_t — турбулентное число Шмидта, ε — турбулентная вязкость. В этом случае указанные уравнения приобретают вид

$$(4.1) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v_0 \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho y (\varepsilon + \nu) \frac{\partial u}{\partial y} \right\} - (\rho - \rho_2) g$$

$$(4.2) \quad \rho u \frac{\partial z}{\partial x} + \rho v_0 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho y \left(\frac{\varepsilon}{Sc_t} + \frac{\nu}{Sc} \right) \frac{\partial z}{\partial y} \right\}$$

$$(4.3) \quad \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial \rho v_0 y}{\partial y} = 0$$

$$(4.4) \quad \rho = \rho(z)$$

Здесь $v_0 = [\langle \rho \rangle \langle v \rangle + \langle \rho'v' \rangle] \langle \rho \rangle^{-1}$, угловые скобки, означающие осреднение, опущены.

В уравнении движения содержится член, характеризующий наличие подъемной силы для случая, когда струя направлена вертикально вверх. Уравнение (4.4) — следствие формул (2.6) и (2.9). Оно является модифицированным уравнением состояния. Отличие этого соотношения от обычного уравнения состояния определяет основные особенности факела горения.

Для замыкания системы (4.1)–(4.4) необходимо каким-либо образом определить турбулентную вязкость ε . В данной работе для расчета как изотермических струй, так и диффузионного факела горения предложена новая модель турбулентности относительно двух параметров: турбулентной вязкости ε и энергии турбулентности $e = \frac{1}{2} \langle u_i' u_i' \rangle$. При разработке модели турбулентности авторы опирались на результаты [17]. В отличие от известных моделей [8–10] в предлагаемой модели учтены эффекты влияния архимедовых сил и наличие пульсаций плотности. Кроме того, в диссипативных слагаемых дополнительно учтено влияние анизотропии масштабов турбулентности из-за деформации под действием градиента средней скорости. Окончательный вид уравнений относительно ε и e таков

$$(4.5) \quad \rho u \frac{\partial e}{\partial x} + \rho v_0 \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho y (\kappa_1 \varepsilon + \nu) \frac{\partial e}{\partial y} \right\} + \rho \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 -$$

$$- \beta_1 \rho \left(1 + \frac{\varepsilon}{e} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \frac{e^2}{\varepsilon} + \xi_1 \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial y} \left\{ g + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right\}$$

$$(4.6) \quad \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho y (\kappa_2 \varepsilon + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right\} + \beta_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{e} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 -$$

$$- \beta_3 \rho \varepsilon \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| + \xi_1 \frac{e^2}{\varepsilon} \frac{\partial \rho}{\partial y} \left\{ g + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right\}$$

Слева в этих уравнениях записаны конвективные слагаемые, а в правой части — члены, характеризующие диффузию, порождение турбулент-

ности за счет взаимодействия с градиентом средней скорости вязкую диссипацию. Последние слагаемые в правых частях (4.5), (4.6) описывают работу архимедовых сил и работу в поле ускорения. Следует отметить, что данная модель турбулентности переходит в известную модель Коважного в форме, предложенной в [17], если в уравнении (4.5) предположить постоянство комплекса $\varepsilon |\partial u / \partial y| / e \approx 1/3$. Однако в струйных течениях этот параметр заметно изменяется и учет этого эффекта требует привлечения второго уравнения (4.6) для e . При выборе постоянных, входящих в уравнения (4.5), (4.6), использовались несколько физических условий. Так, из ограниченности на краю турбулентной жидкости масштаба турбулентности $L \sim \varepsilon / \sqrt{e}$ и параметра $\varepsilon |\partial u / \partial y| / e$ [18] следует, что $\kappa_1 > 1$ и $2\kappa_1 = \kappa_2$. Параметр β_1 должен соответствовать известным данным о вырождении однородной изотропной турбулентности [18]. Постоянные ξ и ξ_1 были заимствованы из [17]. Остальные константы находились из условия наилучшего согласования с опытом результатов расчета течения в несжимаемой затопленной струе. Окончательный набор постоянных таков: $\kappa_1 = 1.2$, $\kappa_2 = 2.4$, $\beta_1 = 0.07$, $\beta_2 = 0.9$, $\beta_3 = 0.14$, $\xi = 4$, $\xi_1 = 2$, $Sc_t = 0.7$.

Расчет затопленной струи несжимаемой жидкости, выполненный с этим набором постоянных, дает хорошее совпадение с экспериментом для всех параметров течения, как в «начальном», так и в «основном» участках струи.

Как уравнения движения и диффузии, так и модельные уравнения (4.5), (4.6) являются уравнениями параболического типа (они записаны в приближении пограничного слоя). Четыре из этих уравнений — второго порядка и одно — первого, поэтому требуется постановка девяти граничных условий

$$(4.7) \quad \begin{aligned} v_\infty = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = 0 \quad (y=0) \\ u = u_2, \quad z = \varepsilon = e = 0 \quad (y \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

Кроме того, при $x=0$ необходимо задать начальные распределения параметров течения.

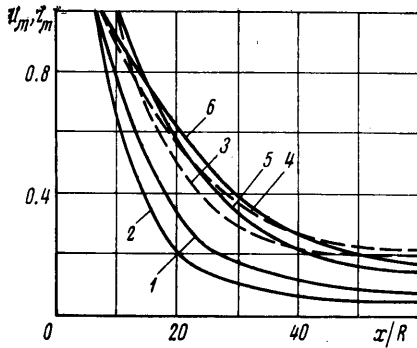
При задании начальных условий следует иметь в виду, что система уравнений типа пограничного слоя не допускает одновременного задания начальных профилей всех параметров. Так, поперечная скорость v_0 определяется по известному распределению других параметров течения. Действительно, используя уравнение движения (4.2) и диффузии (4.3) из уравнения неразрывности (4.1) можно исключить все производные по x . Тогда получаем уравнение

$$(4.8) \quad \begin{aligned} -\frac{\partial \rho v_0}{\partial y} - \frac{v_0 \rho}{y} + \frac{v_0 \rho}{u} \frac{\partial u}{\partial y} + v_0 \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{(\rho - \rho_2)g}{u} = \\ = \frac{1}{\rho y} \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho \left(\frac{\varepsilon}{Sc_t} + \frac{v}{Sc} \right) y \frac{\partial z}{\partial y} \right\} + \frac{1}{y u} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho (\varepsilon + v) y \frac{\partial u}{\partial y} \right\} \end{aligned}$$

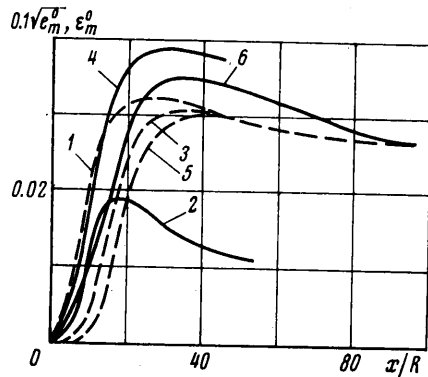
представляющее собой условие «совместности» v_0 с распределением u , ρ и ε вдоль характеристики, которая для параболических уравнений является линией $x = \text{const}$. Поэтому в качестве начальных условий для системы (4.1) — (4.6) достаточно задать профили параметров u , z , e , ε , которые в данной работе были аппроксимацией экспериментальных данных [16] для струйных течений. По заданным профилям u , z , e и ε можно, используя уравнение состояния (4.6) и неразрывности, взятое в виде (4.8), определить профили ρ и v_0 .

Система уравнений (4.1)–(4.6) интегрировалась численно. Для уравнений (4.2)–(4.5) использовалась двухслойная монотонная конечно-разностная схема для уравнений параболического типа [19]. Конечно-разностный аналог этих уравнений с граничными условиями (4.6), решался методом прогонки. Уравнение (4.1), из которого определяется поперечная скорость v_0 , заменялось уравнением (4.8), конечно-разностный аналог которого интегрировался на каждом слое $x=\text{const}$ по формуле трапеций.

5. Приведем некоторые результаты расчета затопленной струи инертного газа и диффузионного факела горения, выполненные при значениях



Фиг. 2



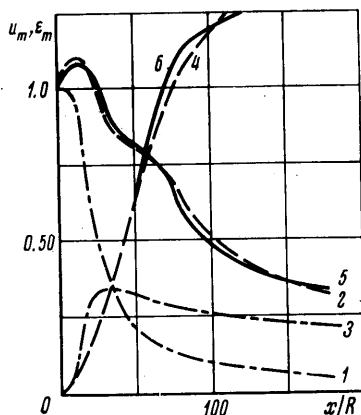
Фиг. 3

параметров $\xi=2$, $\xi_1=4$, $Sc_t=0.7$. Число Рейнольдса, определенное по значениям на срезе сопла, равнялось 10^5 .

Рассмотрим сначала расчетные данные, полученные для затопленной струи инертного газа. На фиг. 2 приведено изменение вдоль оси струи максимальной концентрации и максимальной скорости, отнесенных соответственно к концентрации и скорости на оси сопла, в струе водорода (кривые 1 и 2 соответственно), воздуха (кривые 3 и 4), а также в факеле (кривые 5 и 6). Видно, что в струе водорода концентрация z_m уменьшается значительно быстрее, чем в струе воздуха. Этот эффект в соответствии с экспериментальными данными [15] можно описать соотношением $z_m=9R/(x\sqrt{n})$, которое справедливо при больших значениях x/R для смешения струй с разной плотностью. Для струи водорода в воздухе $\sqrt{n}=\sqrt{\rho_2/\rho_1}=3.8$.

Из фиг. 3 следует, что значение максимальной энергии турбулентности не сильно зависит от плотности струи — для водорода (кривая 1) и воздуха (кривая 3) величины $\sqrt{\epsilon_m^0}=\sqrt{\epsilon_m^0}/u_m$ близки друг к другу. Если предположить, что на оси струи компоненты пульсационной скорости одинаковы, то получим величину интенсивности турбулентности $\sqrt{u'^2}/u_m \approx 0.25$, что соответствует известным экспериментальным данным для струи несжимаемой жидкости. Максимальное значение турбулентной вязкости $\epsilon_m^0=\epsilon_m/u_t R$ для струи водорода (кривая 2) приблизительно в \sqrt{n} раз меньше, чем для струи воздуха (кривая 4). На этой же фигуре приведены значения максимальной энергии турбулентности (кривая 5) и максимальной турбулентной вязкости (кривая 6) в факеле горения. Отметим, что при $x/R \rightarrow 0$ расчетные значения и для энергии турбулентности, и для турбулентной вязкости монотонно убывают и стремятся к величинам $\sqrt{\epsilon_m^0}$ и ϵ_m^0 , заданным начальными условиями.

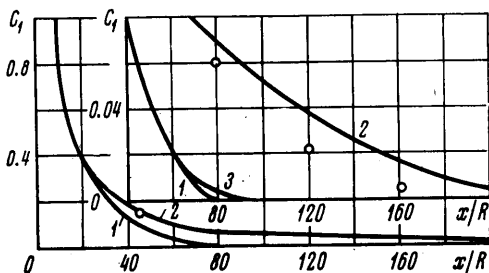
Режим течения в диффузионном факеле существенно зависит от числа Архимеда ($Ar = gR(\rho - \rho_2)/\rho u^2$), которое характеризует силы плавучести, возникающие из-за разности плотностей продуктов сгорания и окислителя. Во всех известных авторам экспериментальных работах опыты проводились с одним и тем же окислителем (воздухом), а плотность продуктов сгорания различных горючих в воздухе примерно одинакова. Поэтому в качестве определяющего критерия удобно выбрать число Фруда ($Fr = u^2/gR$). Другим важным параметром, характеризующим диффузионное горение, является интенсивность пульсаций концентрации.



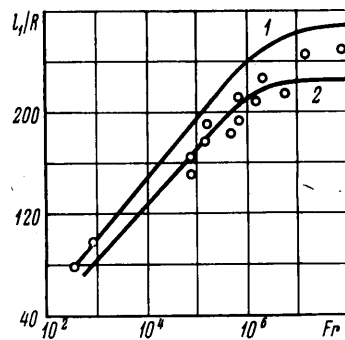
Фиг. 4

Прежде всего рассмотрим результаты расчета факела при отсутствии сил Архимеда ($Fr \rightarrow \infty$) и $\sigma_0 = 0.2$. Значение $Fr \rightarrow \infty$ соответствует струе, вытекающей из отверстия небольшого размера с очень большой скоростью. При этом роль силы тяжести не существенна. О процессах смешения и горения в факеле будем судить по концентрации инертного вещества z_m на оси факела. Анализ

Прежде всего рассмотрим результаты расчета факела при отсутствии сил Архимеда ($Fr \rightarrow \infty$) и $\sigma_0 = 0.2$. Значение $Fr \rightarrow \infty$ соответствует струе, вытекающей из отверстия небольшого размера с очень большой скоростью. При этом роль силы тяжести не существенна. О процессах смешения и горения в факеле будем судить по концентрации инертного вещества z_m на оси факела. Анализ



Фиг. 5



Фиг. 6

кривых 2 и 5 (фиг. 2) показывает, что факел оказывается значительно более дальнобойным и смешение в нем идет медленнее, чем в струе водорода. Так, значение $z_m = 0.15$ в факеле достигается на расстоянии x/R , примерно в 2 раза большем, чем в струе водорода без горения. Осевая концентрация z_m в факеле ведет себя почти так же, как и в струе воздуха. Этот результат не связан с какими-либо особенностями модели турбулентности, а определяется только структурой уравнений (4.1)–(4.6), в которые входит плотность ρ . Вид зависимости плотности от концентрации (уравнение (4.4)), различный для факела и для струи инертного газа, весьма существенно влияет на все характеристики струйных течений.

Максимальные значения энергии турбулентности и турбулентной вязкости в факеле (кривые 5 и 6 на фиг. 3) также оказываются близкими к соответствующим значениям на оси струи воздуха, однако турбулентная вязкость в факеле несколько меньше, чем в струе воздуха.

Экспериментальные данные [20], согласно которым в диффузионном факеле коэффициент турбулентной диффузии больше, чем в струе без горения, качественно подтверждают результаты расчета, представленные на фиг. 3.

Согласно расчетам влияние архимедовых сил (число Фруда конечно) оказывает существенное влияние на кинематические характеристики факела, т. е. на значения скорости и турбулентной вязкости (фиг. 4). Вследствие действия подъемной силы скорость на оси факела (кривая 2) значительно больше, чем при ее отсутствии (кривая 1). Так, для числа Фруда $5 \cdot 10^2$, при $x/R \geq 50$, u_m более чем в 3 раза превышает соответствующие значения осевой скорости для случая $Fr \rightarrow \infty$. Возрастает избыточный импульс $J/J_0 = 26$, а при $x/R = 200$ это отношение достигает 277. Естественно, что и турбулентная вязкость в таком факеле заметно больше и растет вдоль факела (сравнить кривые 3 и 4). На фиг. 4 приведены также значения максимальной турбулентной вязкости (кривая 5) и скорости на оси (кривая 6), полученные при расчете факела при $\xi = 0$, $\xi_1 = 0$, $Fr = 5 \times 10^2$. Весьма существенно влияние числа Фруда на длину факела.

На фиг. 5 представлено поведение концентрации водорода вблизи конца факела. Кривые 1 и 2 соответствуют расчету, выполненному при $\xi = 2$, $\xi_1 = 4$, $Fr = 5 \times 10^2$ и 6×10^5 , а кривая 3 — при $\xi = 0$, $\xi_1 = 0$, $Fr = 5 \times 10^2$. Точками обозначены экспериментальные данные из [14], полученные при $Fr = 6 \times 10^5$. Сравнение кривых 1 и 2 показывает, что с увеличением числа Фруда максимальная концентрация водорода медленнее затухает по длине факела. Отметим, что при $x/R \rightarrow \infty$ концентрация водорода асимптотически стремится к нулю.

На фиг. 6 приведено сопоставление расчетных значений длины факела с экспериментальными данными, отмеченными точками [14]. Расчеты проводились при значениях параметра $Sc_i = 0.5$ и 0.7 (кривые 1 и 2 соответственно) и разных числах Фруда. Видно, что изменение турбулентного числа Шмидта несколько влияет на длину факела, особенно при больших числах Фруда. Экспериментальные данные, однако, удовлетворительно согласуются с результатами расчета как в том, так и в другом случае.

Для проверки роли членов, описывающих работу сил плавучести в поле ускорения сил тяжести в модельных уравнениях (4.5), (4.6) (ξ , ξ_1 отличны от нуля), были проведены расчеты факела при числах Фруда 5×10^2 и 6×10^5 без этих членов. Результаты расчета (фиг. 4 и 5) показывают, что влияние этих членов на параметры диффузионного факела несущественно.

В заключение следует отметить, что удовлетворительное согласование результатов расчета с опытными данными показывает, что модель турбулентности, практически не учитывающая особенностей локальной структуры из-за тепловыделения при наличии химических реакций, удовлетворительно описывает основные характеристики диффузионного факела, в том числе увеличение дальности факела по сравнению с холодной струей, роль пульсаций концентрации и влияние архимедовых сил.

Поступила 31 VI 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Burke S. P., Schumann T. E. W.* Diffusion flames. Ind. Engng Chem., 1928, vol. 20, No. 10.
2. *Шваб В. А.* Связь между температурными и скоростными полями газового факела. В сб. «Исследование процессов горения натурального топлива». М. — Л., Госэнергоиздат, 1948.

3. Зельдович Я. Б. К теории горения неперемешанных газов. Ж. техн. физ., 1949, т. 19, вып. 10.
4. Гаусорн В., Уиделл Д., Хоттел Г. Смешивание и горение в турбулентных газовых струях. Вопросы горения, № 1. М., Изд-во иностр. лит., 1953.
5. Зимонт В. Л., Мещеряков Е. А. Расчет диффузионного турбулентного горения затопленной и слутной струи с учетом пульсаций концентраций в рамках интегральных методов. Физика горения и взрыва, 1974, т. 10, № 2.
6. Launder B. E., Spalding D. B. Mathematical models of turbulence. London — New York, Acad. Press., 1972.
7. Lockwood F. C., Naguib A. S. The prediction of the fluctuations in the properties of free, round-jet turbulent diffusion flames. Combustion and flame, 1975, vol. 24, No. 1.
8. Nee V. W., Kovaszny L. S. G. Simple phenomenological theory of turbulent shear flows. Phys. Fluids, 1969, vol. 12, No. 3.
9. Глушко Г. С. Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.
10. Spalding D. B. A two-equation model of in turbulence. VDI — Forschung, 1972, No. 549.
11. Ooms G., Wicks M. Concentration fluctuations in a turbulent jet. Appl. Sci. Res., 1975, vol. 30, No. 5.
12. Кузнецов В. Р. Распределение вероятностей концентрации пассивной примеси в затопленной осесимметричной струе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.
13. Кузнецов В. Р. Вероятность концентрации пассивной примеси в турбулентных потоках с поперечным сдвигом. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
14. Wüger R. W., Beck R. E. Further experiments on turbulent jet diffusion flames. Internat. Sympos. on Combustion 15-th. Proc. Tokyo Japan, 1974. Pittsburgh, Pa, Combustion Inst., 1975.
15. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н., Смирнова И. П., Турбулентное смешение газовых струй. М., «Наука», 1974.
16. Хинце И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.
17. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтономности. М., «Машиностроение», 1975.
18. Townsend A. A. Entrainment and the structure of turbulent flow. J. Fluid Mech., 1970, vol. 41, pt 1.
19. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
20. Строккин В. Н. О процессе смешения в свободном турбулентном факеле и струе. Инж.-физ. ж., 1974, т. 27, № 6.