

ЛИТЕРАТУРА

1. Daily J. W., Hankey W. L., Olive R. W., Jordaan J. M. Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices. Trans. ASME, 1956, vol. 78, No. 5.
2. Денисов С. В. О коэффициенте трения в нестационарных течениях. Инж.-физ. ж., 1970, т. 18, № 1.
3. Марков С. Б. Экспериментальное исследование скоростной структуры и гидравлических сопротивлений в неустановившихся напорных турбулентных потоках. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
4. Mizushima Tokuro, Maruyama Toshiro, Shiozaki Yasumi. Pulsating turbulent flow in a tube. J. Chem. Engng. Japan, 1973, vol. 6, No. 6.
5. Васильев О. Ф., Квон В. И. Неустановившееся турбулентное течение в трубе. ПМТФ, 1971, № 6.
6. Bradshaw P., Gregory N. The determination of local turbulent skin friction from observations. Aero. Res. Coun. in the viscous sub-layer. London, Rept. Mem., 1961, 3202.
7. Букреев В. И., Шагин В. М. Экспериментальное исследование энергии турбулентности при неустановившемся течении в трубе. В сб. «Математические вопросы механики», Новосибирск, 1975 (Динамика сплошной среды, вып. 22).

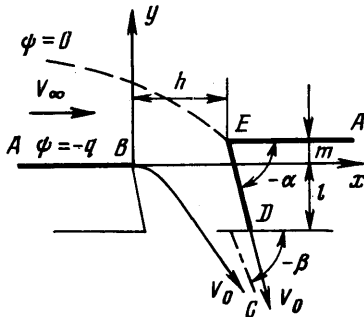
УДК 532.522

БЕЗВИХРЕВОЕ ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ПОТОКА ЧЕРЕЗ БОКОВОЕ ОТВЕРСТИЕ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

Е. Н. БОГОМОЛОВ

(Рыбинск)

Построен алгоритм численного определения параметров течения и коэффициента сжатия струи при безвихревом боковом истечении жидкости из полуограниченного потока через насадок конечной глубины, расположенный под произвольным углом к направлению движения основного потока. Решение ищется на основании метода Н. Е. Жуковского с применением формулы Шварца - Кристоффеля. Приведены результаты вычислений для насадка, расположенного под углом $\alpha = \pi/2 \pm \Delta\alpha$ при $\Delta\alpha = \pi/6$.



Фиг. 1

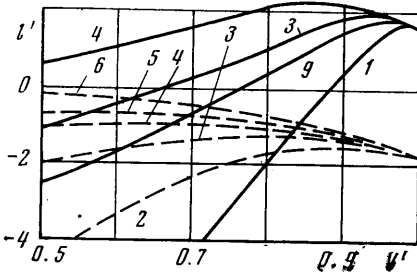
Для бокового истечения через отверстие конечной глубины характерно последовательное изменение режима истечения по мере увеличения отношения величины скорости в основном потоке V_∞ к величине скорости на свободной границе струи V_0 [1]. При малых значениях V_∞/V_0 истечение носит безударный характер (уходящая струя не касается стенок отверстия); затем возникает «кризисное» истечение с замкнутой вихревой зоной внутри отверстия, сопровождающееся резким падением коэффициента расхода; наконец, течение переходит в режим истечения с образованием вихревой зоны в основном потоке вблизи задней входной кромки отверстия. Условием перехода к последнему режиму является попадание точки ветвления линии тока на заднюю входную кромку отверстия (фиг. 1). Известны решения плоской гидродинамической задачи, соответствующей этому условию, для щелевого отверстия, расположенного по отношению к направлению движения основного потока под углом $\alpha = \pi/2$ [1] и $\alpha = \pi/3$ [2]. В этих решениях конечные результаты представлены в элементарных функциях. При построении общего решения конечные формулы целесообразно представлять в виде интегралов, подлежащих численному определению.

Рассмотрим общий случай задачи согласно схеме, изображенной на фиг. 1. На основании метода Н. Е. Жуковского с применением формулы Шварца - Кристоффеля для параметров течения получено [1]

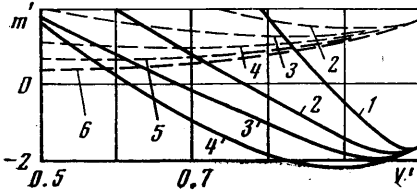
$$(1) \quad W = A_1 \int (t+a)^{-2} (t-c)^{-1} dt + A_2 = -\frac{q}{\pi} (a+c)^2 \left(\frac{1}{t+a} + \frac{1}{a+c} \ln \frac{t-c}{t+a} \right)$$

$$(2) \quad \zeta = B_1 \int (t-1)^{-1/2} t^{-1/2} dt + B_2 = 2\sigma \ln(\sqrt{t} + \sqrt{t-1}) - i\alpha$$

где $W = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал; $\zeta = \ln V_0/V + i\theta$ — логарифмический годограф; $-a$ и c — абсциссы образов точек A и C физической плоскости $z = x + iy$ в плоскости параметрической переменной $t = u + iv$; q — расход жидкости через отверстие; $\sigma = \alpha/\pi$. При этом для точек B, D, E в плоскости t имеет место соответственно $t = 0, 1, \infty$. Для условий в точках A и C уравнение (2) дает [1]



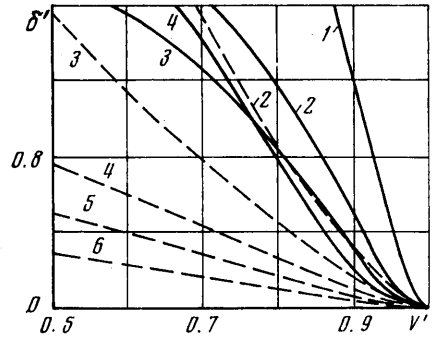
Фиг. 2



Фиг. 3

$$a = \frac{1}{4} [1 - (V')^{1/\sigma}]^2 (V')^{-1/\sigma},$$

$$V' = \frac{V_\infty}{V_0}, \quad c = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\beta}{\sigma} \right)$$



Фиг. 4

где β — угол между осью струи и положительным направлением оси абсцисс на бесконечности.

С учетом $q = V_0 \delta$, где δ — ширина струи, истекающей из отверстия, на бесконечности, из (1), (2) следует [1]:

$$(3) \quad \frac{dz}{dt} = -\frac{\delta}{\pi} (a+c)^2 \frac{(1-2t-2\sqrt{t^2-t})^\sigma}{(t+a)^2(t-c)} = \frac{\delta}{\pi} (a+c)^2 e^{i\alpha} \frac{(\sqrt{t} + \sqrt{t-1})^{2\sigma}}{(t+a)^2(t-c)}$$

Делая замену $\sqrt{t} = \cos \gamma$ и учитывая, что $\sqrt{t} + \sqrt{t-1} = \cos \gamma + i \sin \gamma$, перепишем (3) в виде

$$(4) \quad z = \frac{\delta}{\pi} (a+c)^2 \int_0^t \frac{\cos(\alpha + 2\sigma \arccos \sqrt{t}) + i \sin(\alpha + 2\sigma \arccos \sqrt{t})}{(t+a)^2(t-c)} dt$$

Из геометрических соображений следует, что при интегрировании вдоль положительного направления оси абсцисс в плоскости t обход бесконечно удаленной точки C сопровождается приращением интеграла на величину $f(c) = \delta(\sin \beta + i \cos \beta)$. Записав (4) в точке D и разделив мнимую и действительную части, получим

$$(5) \quad \frac{l}{\delta} = \frac{(a+c)^2}{\pi} V_p \int_0^1 \frac{\sin(\alpha + 2\sigma \arccos \sqrt{t})}{(t+a)^2(t-c)} dt - \cos \beta$$

$$(6) \quad \frac{\text{Re}(z_D)}{\delta} = \frac{(a+c)^2}{\pi} V_p \int_0^1 \frac{\cos(\alpha + 2\sigma \arccos \sqrt{t})}{(t+a)^2(t-c)} dt + \sin \beta$$

Учитывая, что в точке E $\text{Im}(z_E) = im$, на основании (3) — (5) имеем

$$(7) \quad \frac{m}{\delta} = -\frac{l}{\delta} + \frac{(a+c)^2}{\pi} \sin \alpha \int_1^\infty \frac{(\sqrt{t} + \sqrt{t-1})^{2\sigma}}{(t+a)^2(t-c)} dt$$

Ширина щели определится из геометрических соображений

$$(8) \quad \frac{h}{\delta} = \frac{\operatorname{Re}(z_D)}{\delta} - \left(\frac{l}{\delta} + \frac{m}{\delta} \right) \operatorname{ctg} \alpha$$

Примеры вычислений относительных геометрических параметров течения $l'=l/h$, $m'=m/h$ и коэффициента сжатия струи $\delta'=\delta/h$ с помощью соотношений (5)–(8) для $\alpha=\pi/2 \pm \pi/6$ представлены на фиг. 2–4. Сплошные линии соответствуют $\alpha < \pi/2$, а штриховые – $\alpha > \pi/2$, цифрам 1–6 на линиях отвечают значения угла $\beta=\pi/18$, $\pi/9$, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$.

Вычисления интегралов проводились на ЭЦВМ М-220 с помощью стандартной процедуры Симпсона. При определении главных значений интегралов (5) и (6) ширина области разрыва принималась равной $\Delta \leq 0.001$ с, причем величина Δ считалась достаточно малой, если ее уменьшение вдвое не приводило к изменению значения интеграла на величину, превышающую 0.001. При вычислении несобственного интеграла (7) величина верхнего предела считалась достаточно большой, если ее удвоение не приводило к изменению значения интеграла более чем на 0.001.

Из приведенных расчетов следует, что по мере увеличения α как при $\alpha < \pi/2$, так и при $\alpha > \pi/2$, относительная высота выступа m' , необходимая для реализации безвихревого истечения, увеличивается, а соответствующая относительная глубина отверстия l' уменьшается. При этом относительная толщина разделяющей стенки ($m'+l'$) уменьшается с ростом V' при заданном β тем быстрее, чем больше α (стремясь к нулю при $V' \rightarrow 1$).

Поступила 30 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Богомолов Е. Н. О боковом истечении жидкости из потока через отверстие конечной глубины. Прикл. механ., 1968, т. 4, вып. 10.
2. Космачев П. П., Скобельцын Ю. А. Боковое истечение жидкости из потока через насадок. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 2.

УДК 532.525

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ ГОДОГРАФА ПРИ ПРОФИЛИРОВАНИИ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО СОПЛА ЛАВАЛЯ

Н. А. ПОДСЫПАНИНА

(Москва)

В развитие [1] предлагается метод решения задачи о профилировании дозвуковой части осесимметричного сопла Лавалья с прямой звуковой линией: для нелинейного уравнения второго порядка в плоскости годографа скорости ставится и решается численным методом задача Дирихле с кусочно-непрерывной граничной функцией.

При исследовании осесимметричных течений метод годографа до сих пор не применялся ввиду существенной нелинейности уравнения (оно содержит якобиан преобразования). Однако в случае, когда задачу предполагается решать численным методом, использование плоскости годографа принципиально возможно.

Задача профилирования сопла Лавалья, цель которой – определение координат контура сопла, поток в котором обладает некоторыми свойствами, например монотонностью скорости на стенке, наиболее естественно формулируется в плоскости годографа как некоторая краевая корректная задача для уравнения смешанного типа. В случае, когда сопло профилируется с прямой звуковой линией, это – задача Дирихле, в общем случае сопла с криволинейной звуковой линией возникает задача Трикоми – Франкля. Ниже описывается решение задачи профилирования и приводятся конкретные примеры для сопла с прямой звуковой линией.

Для решения задачи можно предложить три различных подхода, отличающихся выбором дифференциального уравнения.

1. Уравнение второго порядка для $y=y(\lambda, \beta)$ (λ – коэффициент скорости, β – угол наклона вектора скорости, x, y – декартовы координаты).

Из системы уравнений в переменных λ, β

$$(1) \quad \frac{M^2 - 1}{\lambda} [\lambda_x \cos \beta + \lambda_y \sin \beta] = -\sin \beta \beta_x + \cos \beta \beta_y + \frac{\sin \beta}{y}$$

$$\beta_x \cos \beta + \beta_y \sin \beta = -\frac{\sin \beta}{\lambda} \lambda_x + \frac{\cos \beta}{\lambda} \lambda_y$$