

кулоновской силой, и вывод о том, что перепад давления в покоящемся проводящем диэлектрике определяется только поляризационной силой, не верен.

В работе [9] рассматривается движение электропроводной диэлектрической капли (раствор поваренной соли в воде) в жидком диэлектрике (дистиллированная вода) в постоянном поле E_0 . В эксперименте наблюдается быстрое растягивание капли вдоль электрического поля. При этом на каплю действуют растягивающие поляризационные и кулоновские силы, приложенные в области сильного градиента поля на границе электролит — диэлектрик. Градиент поля возникает за счет скопления свободного заряда на границе электролит — диэлектрик, поскольку проводимость электролита на несколько порядков больше проводимости диэлектрика. В [9] приводятся оценки поляризационной силы F_1 , действующей на каплю

$$(13) \quad F_1 = R^2(\epsilon - 1)E_0^2/8$$

Здесь R — радиус капли.

Аналогично можно оценить (сделав некоторые предположения) и кулоновскую силу F_2 , действующую на каплю

$$(14) \quad F_2 = R^2\epsilon E_0^2/8$$

При оценке кулоновской силы предполагается, что поле уменьшается до нуля на границе диэлектрик — электролит. Из сравнения формул (13) и (14) видно, что кулоновская сила по порядку величины равна поляризационной. Вывод о том, что движение капли определяется только поляризационными силами, не верен.

Таким образом, в слабопроводящих поляризующихся средах кулоновская сила может быть больше или порядка поляризационной силы и должна учитываться при решении задач.

Поступила 22 III 1976.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1970.
2. Сканави Г. И. Физика диэлектриков. М.—Л., Гостехиздат, 1949.
3. Белецкий З. М., Рыженко В. И., Тополянский Е. Л. Зависимость проводимости трансформаторного масла от напряженности электрического поля и температуры. Электротехника, 1974, № 4.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
5. Еремченко Д. В. О течении диэлектрической жидкости. ПМТФ, 1973, № 6.
6. Гросу Ф. П., Болога М. К. Одномерные термоэлектродинамические течения слабопроводящей жидкости. Магнитная гидродинамика, 1974, № 1.
7. Гросу Ф. П., Болога М. К. Силы, обуславливающие электротермическую конвекцию слабопроводящей жидкости. Электронная обработка материалов, 1970, № 2.
8. Еремченко Д. В. Пондеромоторные силы в заряженном жидком диэлектрике. Ж. техн. физ., 1975, т. 45, № 2.
9. Белогольский В. А., Власов Ю. Н., Еремченко Д. В., Зеликсон Д. Л. К динамике жидкости в электрическом поле. Ж. техн. физ., 1973, т. 43, № 10.

УДК 532.5.013.4+536.25

ВЛИЯНИЕ ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКИ НА КОНВЕКТИВНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

Р. В. БИРИХ, Р. Н. РУДАКОВ

(Пермь)

Рассмотрено влияние тонкой проницаемой перегородки на устойчивость равновесия горизонтального слоя жидкости, подогреваемого снизу. Проницаемая перегородка предполагается плоской и расположенной параллельно граничным плоскостям в середине слоя. Сопротивление перегородки перетеканию жидкости из одной части слоя в другую приводит к повышению устойчивости равновесия. Исследована зависимость минимального критического числа Рэлея от сопротивления перегородки и форма критических движений.

1. Пусть бесконечный слой жидкости со свободными горизонтальными границами $z = \pm 1$ имеет на границах слоя фиксированную температуру $\mp \Theta$ (нижняя граница имеет более высокую температуру). Как известно, при достаточно больших разно-

стях температур равновесное состояние становится неустойчивым и жидкость приходит в движение. Критическое значение числа Рэлея, определяющего разность температур границ, при которой возникает конвективное движение с волновым числом k , может быть найдено как собственное значение краевой задачи [1]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} v^{IV} - 2k^2 v'' + k^4 v &= Rk^2 \theta, & \theta'' - k^2 \theta &= -v \\ v = v'' = \theta = 0 & \quad (z = \pm 1) \end{aligned}$$

Здесь $v(z)$ и $\theta(z)$ — амплитуды возмущений вертикальной компоненты скорости и температуры, а за единицы расстояния, скорости и температуры взяты соответственно h , χ/h (χ — температуропроводность жидкости) и Θ .

Значение числа Рэлея, при котором равновесие жидкости становится неустойчивым, $R = (\pi^2/4 + k^2)^3/k^2$.

Возникающее конвективное течение представляет собой одновихревое по вертикали движение. Амплитуда вертикальной компоненты скорости имеет вид $v = \cos \pi z/2$. Вторым критическим движением, приводящим к неустойчивости равновесного состояния, является двухвихревое движение с амплитудой вертикальной скорости $v = \sin \pi z$. Отметим, что в этом движении вихри двухэтажной ячейки вращаются в противоположные стороны и горизонтальная компонента скорости в середине слоя имеет максимум.

2. Поместим в середину слоя жидкости ($z=0$) тонкую проницаемую перегородку. Пренебрегая ее толщиной, будем считать, что при переходе через перегородку обеспечивается непрерывность температуры T , теплового потока и поперечной компоненты скорости v_z

$$(2.1) \quad T_- = T_+, \quad \frac{\partial T_-}{\partial z} = -\frac{\partial T_+}{\partial z}, \quad v_{z-} = v_{z+} \quad (z=0)$$

Здесь и далее плюсами и минусами отмечены значения функций соответственно сверху и снизу от перегородки.

Величина поперечной компоненты скорости определяется свойствами перегородки и перепадом давления на ней. При малых скоростях течения жидкости, которые имеют место в условиях свободной конвекции, поперечную компоненту скорости можно принять пропорциональной разности давлений на перегородке. Для продольной компоненты скорости течения жидкости на перегородке выполняется условие прилипания. Таким образом

$$(2.2) \quad v_z = -\alpha^{-1}(p_+ - p_-), \quad v_{x\pm} = v_{y\pm} = 0 \quad (z=0)$$

Здесь α — коэффициент сопротивления перегородки.

Проницаемая перегородка с описанными выше свойствами не меняет равновесного состояния подогреваемого снизу слоя жидкости. Для исследования проницаемой перегородки на устойчивость этого состояния в краевую задачу (1.1) добавим граничные условия на перегородке. Используя уравнения непрерывности и Навье — Стокса, условия (2.1), (2.2) запишем для амплитуд нормальных возмущений температуры и вертикальной компоненты скорости

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \theta_- = \theta_+, \quad \theta'_- = \theta'_+, \quad v_- = v_+ \\ \alpha k^2 v = -(v_+''' - v_-'''), \quad v'_- = v_+' = 0 \end{aligned} \quad (z=0)$$

Условия (2.3) вместе с (1.1) определяют критические значения числа Рэлея, при которых равновесие в подогреваемом снизу горизонтальном слое жидкости с проницаемой перегородкой становится неустойчивым.

3. Краевая задача (1.1), (2.3) симметрична относительно точки $z=0$, поэтому решения распадаются на четные и нечетные. Для нахождения решений из краевой задачи удобно исключить температуру. Четное решение для v можно искать в виде

$$(3.1) \quad v = \sum_{j=1}^3 c_j (\sin \mu_j \cos \mu_j z \mp \cos \mu_j \sin \mu_j z)$$

где верхний знак относится к области $z \geq 0$, нижний — к области $z \leq 0$; коэффициенты μ_j являются корнями характеристического уравнения (1.1)

$$\mu_1 = \sqrt{\gamma r - k^2}, \quad \mu_{2,3} = \sqrt{1/2(-1 \pm i\sqrt{3})r - k^2} = \mu_r \pm i\mu_i, \quad r = (k^2 R)^{1/3}$$

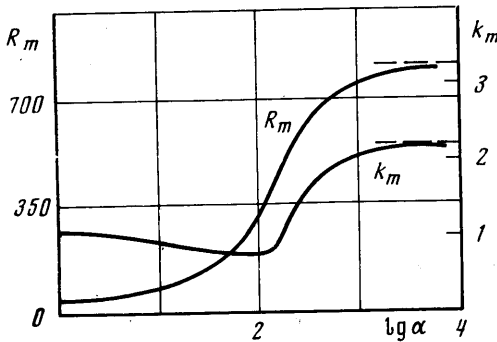
Решение (3.1) удовлетворяет уравнениям (1.1), а из условий на перегородке (2.3) получается трансцендентное соотношение

$$(3.2) \quad \cos \mu_1 + \frac{\alpha k^2}{6r} \left[\frac{\sin \mu_1}{\mu_1} + \cos \mu_1 \frac{(\sqrt{3} \mu_r - \mu_i) \operatorname{sh} 2\mu_i - (\sqrt{3} \mu_i + \mu_r) \sin 2\mu_r}{(\mu_r^2 + \mu_i^2) (\cos 2\mu_2 + \operatorname{ch} 2\mu_i)} \right] = 0$$

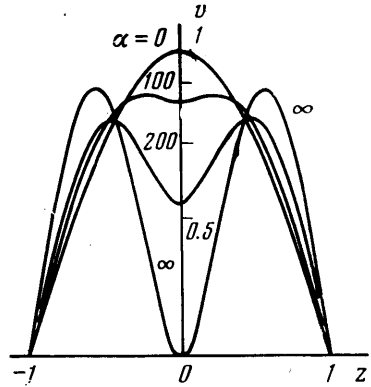
Нечетное решение строится аналогично (3.1), и трансцендентное соотношение получается в виде

$$\mu_i \cos \mu_i - \frac{\sin \mu_i}{\operatorname{ch} 2\mu_i - \cos 2\mu_r} [(\mu_i + \sqrt{3}\mu_r) \operatorname{sh} 2\mu_i + (\mu_r - \sqrt{3}\mu_i) \sin 2\mu_r] = 0$$

Трансцендентное уравнение (3.2) показывает, что критическое число Рэлея для четной моды зависит от сопротивления перегородки α . При $\alpha=0$ (3.2) переходит в уравнение, определяющее четные уровни спектра чисел Рэлея в задаче без перегородки, т. е. пронизаемая перегородка без сопротивления не влияет на устойчи-



Фиг. 1



Фиг. 2

вость по отношению к четным возмущениям. При малом сопротивлении ($\alpha \ll 1$) минимальное критическое число Рэлея R_m и соответствующее волновое число k_m определяются формулами

$$R_m = \frac{27}{64} \pi^4 \left(1 + \frac{8}{9\pi^2} \alpha \right), \quad k_m = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(1 - \frac{2}{9\pi^2} \alpha \right)$$

Для конечного сопротивления перегородки значения R_m и k_m получены путем численного решения (3.2) и приведены на фиг. 1. Как видно из графика, с увеличением α минимальное критическое число Рэлея монотонно растет, достигая при $\alpha \rightarrow \infty$ значения 816.7. Волновое число наиболее опасного возмущения с увеличением α сначала уменьшается, а затем, начиная с $\alpha=80$, монотонно растет до предельного значения 2.215. Такое изменение волнового числа можно понять, исследовав форму возникающих течений.

На фиг. 2 приведена зависимость амплитуды вертикальной компоненты скорости от поперечной координаты при различных значениях коэффициента сопротивления перегородки α . При отсутствии сопротивления перегородки ($\alpha=0$) конвективное движение имеет вид ячеек, охватывающих обе половины слоя. С ростом α интенсивное конвективное движение распространяется на все большую область в слое, что, по-видимому, и ведет к уменьшению волнового числа наиболее опасного возмущения. Начиная с $\alpha=80$, на фоне этого движения в каждой половине слоя развиваются замкнутые вихри и при $\alpha \rightarrow \infty$ течение приобретает двухэтажную структуру, возникновение которой объясняет рост критического волнового числа.

Трансцендентное уравнение для нечетных возмущений показывает, что критическое число Рэлея не зависит от сопротивления перегородки α . Однако возникающее течение имеет вид, существенно отличный от нечетного возмущения в слое без перегородки — в середине слоя продольная компонента скорости обращается в нуль. Отсутствие гидродинамического взаимодействия вихрей ведет к повышению минимального критического числа Рэлея, которое равно 1100.6. Волновое число наиболее опасных возмущений равняется 2.682. Из сопоставления с фиг. 1 видно, что во всей области значений α наиболее опасной является нижняя мода четных возмущений.

Поступила 19 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972, 34.