

**О СИЛАХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА СЛАБОПРОВОДЯЩИЙ ДИЭЛЕКТРИК  
В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

В. А. НАЛЕТОВА

(Москва)

В работе исследуется природа сил, действующих на жидкий слабопроводящий диэлектрик в электрическом поле. В общем случае на жидкий диэлектрик действуют кулоновская сила, связанная с объемным зарядом, и поляризационная сила [1]. Во многих работах движение жидкого проводящего диэлектрика объясняется наличием поляризационной силы, кулоновская сила при этом не учитывается. В данной работе показано, что сила, связанная с объемным зарядом, индуцированным неоднородностью проводимости, может быть больше или порядка сил, связанных с поляризацией среды, и, вообще говоря, должна учитываться при написании уравнений движения в конкретных случаях.

Рассмотрим силы, действующие на жидкую поляризующую среду в электрическом поле при наличии температурного градиента. Будем считать, что градиент температуры  $k$  — постоянная величина:  $k = \partial T / \partial x = \text{const}$ , а жидкость несжимаемая и однородная. Далее для простоты рассматривается одномерная стационарная задача. Предположим, что напряженность электрического поля  $E$ , электрический потенциал  $\phi$ , скорость среды  $u$ , температура  $T$  являются функциями координаты  $x$ . Пусть диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  линейно зависит от плотности среды  $\rho$ , проводимость среды описывается на некотором интервале температур формулой [2, 3]

$$(1) \quad \sigma = \sigma_0 \exp\{\alpha(T - T_0)\}$$

Здесь  $\sigma_0$  — проводимость при температуре  $T_0$ ,  $\alpha$  — постоянная.

В приближении электрогидродинамики уравнения для нахождения напряженности электрического поля  $E(x)$  и объемного заряда  $q(x)$  имеют вид

$$(2) \quad \frac{\partial \epsilon E}{\partial x} = 4\pi q, \quad \frac{\partial}{\partial x} j = 0, \quad j = \sigma E$$

При написании закона Ома предполагается, что ток проводимости  $\sigma E$  значительно превышает конвективный ток  $qu$  вдоль оси  $x$ . Система уравнений (2) с учетом (1), зависимостей  $T = kx + T_0$  и  $\epsilon = \text{const}$  для однородной несжимаемой жидкости имеет следующее решение:

$$(3) \quad E = 1/c\sigma = E_0 \exp\{-\alpha kx\}, \quad q = (-\epsilon/4\pi\sigma)E(\partial\sigma/\partial x) = (-\epsilon/4\pi)E_0\alpha k \exp\{-\alpha kx\}$$

где  $c$  — константа интегрирования, а  $E = 1/c\sigma_0$ .

Сила, действующая на проводящий диэлектрик, складывается из двух сил: кулоновской силы  $qE$ , связанной с наличием в среде объемного заряда, и силы  $F_e$ , связанной с поляризацией среды. В случае, когда диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  линейно зависит от плотности среды, сила  $F_e$  имеет известный вид [4] и в одномерной постановке, принятой в данной работе, может быть записана так:

$$(4) \quad F_e = \frac{\epsilon - 1}{8\pi} \nabla E^2 = -\frac{\epsilon - 1}{4\pi} E_0^2 \alpha k \exp\{-2\alpha kx\}$$

В работе [5] при вычислении силы, действующей на жидкий проводящий диэлектрик, используется именно эта часть силы, а кулоновская сила  $qE$  не учитывается. Однако можно показать, что для рассматриваемой в работе [5] задачи, когда диэлектрик считается проводящей средой, кулоновская сила превышает силу  $F_e$  для всех диэлектриков (в рамках принятых предположений).

В самом деле сила  $qE$  с учетом (3) запишется следующим образом:

$$(5) \quad qE = -\frac{\epsilon}{4\pi\sigma} E^2 \frac{\partial\sigma}{\partial x} = -\frac{\epsilon}{4\pi} E_0^2 \alpha k \exp\{-2\alpha kx\}$$

Отношение величин слагаемых  $qE$  и  $F_e$  равно

$$(6) \quad qE/F_e = \epsilon/(\epsilon - 1)$$

Для всех диэлектриков ( $\epsilon > 1$ ) отношение (6) больше единицы, в частности для трансформаторного масла это отношение порядка двух. Таким образом, показано, что при исследовании движения жидких проводящих диэлектриков наряду с поляризационными силами необходимо, вообще говоря, учитывать кулоновские силы.

Следует подчеркнуть, что речь идет об установившемся движении и проведенные оценки и результаты не применимы для объяснения характера сил в неустойчивых течениях с характерным временем задачи  $t_0 \lesssim \tau_0$  [6, 7], где  $\tau_0 = \epsilon/4\pi\sigma_0$  — характерное время релаксации заряда в диэлектрике. Тем не менее в [5] теоретические оценки сравниваются с экспериментом, в котором наблюдалось существенно не установившееся течение трансформаторного масла.

Скорость в работе [5], вычисленная теоретически, оказалась в 3 раза больше экспериментальной. Однако с учетом кулоновской силы скорость, вычисленная теоретически, будет превышать экспериментальную более чем в 5 раз. Очевидно, что значение скорости среды, оцененное при помощи данной теории с учетом силы  $qE$ , значительно отличается от экспериментальной скорости. Поэтому данная теория не годится для вычисления или оценки сил, действующих на жидкий проводящий диэлектрик в нестационарном случае.

В работах [8, 9] также предполагается, что сила, действующая на жидкий проводящий диэлектрик в электрическом поле, определяется поляризационной силой, связанной с диэлектрической проницаемостью среды и неоднородностью электрического поля. Кулоновская сила при этом не учитывается.

В работе [8] рассмотрено влияние электрических сил на гидростатическое состояние заряженной диэлектрической жидкости. Вычислялся перепад давления и делался вывод о том, что в случае, когда диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon$  удовлетворяет уравнению Клаузиуса — Мосотти и среда однородна по плотности, поляризационная сила  $F_1 = (\epsilon - 1)(\epsilon - 2)\nabla E^2/24\pi$  больше, чем кулоновская сила  $F_2 = qE$ , влияет на перепад давления.

Можно показать, что этот вывод не обоснован. В самом деле, вычислим распределение давления в покоящейся диэлектрической жидкости, находящейся между двумя сферами радиусов  $r_0$  и  $r_1$  ( $r_0 < r_1$ ), в радиальном электрическом поле, создаваемом зарядом  $q$ , величина которого зависит от радиуса  $r$ . Источник зарядов — постоянный полный ток  $J$  между сферами. Из закона Ома следует, что

$$(7) \quad q = J/4\pi b r^2 E$$

Здесь  $b$  — подвижность зарядов.

При этом из уравнения Максвелла  $\operatorname{div} \epsilon E = 4\pi q$  и равенства (7) получим выражение для электрического поля  $E(r)$

$$(8) \quad E = \left[ E_0^2 \frac{r_0^4}{r^4} + \frac{2J}{3\epsilon b r} \left( 1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right) \right]^{1/2}$$

Здесь  $E_0$  — значение поля при  $r = r_0$ .

Уравнение статики для жидкого диэлектрика запишется в виде

$$(9) \quad -\nabla p + F_1 + F_2 = 0$$

Здесь  $p$  — давление в жидкости.

Из уравнения (9) и формулы (8) при граничном условии  $E_0 = 0$  перепад давления  $P(r) = p(r) - p(r_0)$  легко вычисляется

$$(10) \quad P(r) = \int_{r_0}^r (F_1 + F_2) dr = \frac{J}{4\pi b} \left[ \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} + \frac{(\epsilon - 1)(\epsilon + 2)}{9\epsilon r} \left( 1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right) \right]$$

Рассмотрим отношение  $P(r)/P(r_1)$ , которое анализировалось в [8] с учетом только поляризационных сил

$$(11) \quad \frac{P(r)}{P(r_1)} = \frac{r_1}{r} \frac{(r_1/r_0)^3 - (r_1/r)^3}{(r_1/r_0)^3 - 1}$$

С учетом кулоновской силы отношение  $P(r)/P(r_1)$  запишется в виде

$$(12) \quad \frac{P(r)}{P(r_1)} = \frac{r_1^4 (r - r_0) [r^3 + c r_0 (r^2 + r_0 r + r_0^2)]}{r^4 (r_1 - r_0) [r_1^3 + c r_0 (r_1^2 + r_0 r_1 + r_0^2)]}, \quad c = \frac{(\epsilon - 1)(\epsilon + 2)}{9\epsilon}$$

Отношение (11) получается из формулы (12), если пренебречь слагаемыми  $r^3$  и  $r_1^3$  по сравнению со слагаемыми  $c r_0 (r^2 + r_0 r + r_0^2)$  и  $c r_0 (r_1^2 + r_0 r_1 + r_0^2)$  соответственно. Это не всегда можно сделать, например, при  $\epsilon \approx 2$  и  $r = 3r_0$  отношение этих слагаемых много больше единицы. В данном случае ( $\epsilon \approx 2$ ,  $r = 3r_0$ ) отношение (12) определяется только

кулоновской силой, и вывод о том, что перепад давления в покоящемся проводящем диэлектрике определяется только поляризационной силой, не верен.

В работе [9] рассматривается движение электропроводной диэлектрической капли (раствор поваренной соли в воде) в жидком диэлектрике (дистиллированная вода) в постоянном поле  $E_0$ . В эксперименте наблюдается быстрое растягивание капли вдоль электрического поля. При этом на каплю действуют растягивающие поляризационные и кулоновские силы, приложенные в области сильного градиента поля на границе электролит — диэлектрик. Градиент поля возникает за счет скопления свободного заряда на границе электролит — диэлектрик, поскольку проводимость электролита на несколько порядков больше проводимости диэлектрика. В [9] приводятся оценки поляризационной силы  $F_1$ , действующей на каплю

$$(13) \quad F_1 = R^2(\epsilon - 1)E_0^2/8$$

Здесь  $R$  — радиус капли.

Аналогично можно оценить (сделав некоторые предположения) и кулоновскую силу  $F_2$ , действующую на каплю

$$(14) \quad F_2 = R^2\epsilon E_0^2/8$$

При оценке кулоновской силы предполагается, что поле уменьшается до нуля на границе диэлектрик — электролит. Из сравнения формул (13) и (14) видно, что кулоновская сила по порядку величины равна поляризационной. Вывод о том, что движение капли определяется только поляризационными силами, не верен.

Таким образом, в слабопроводящих поляризующихся средах кулоновская сила может быть больше или порядка поляризационной силы и должна учитываться при решении задач.

Поступила 22 III 1976.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1970.
2. Сканави Г. И. Физика диэлектриков. М.—Л., Гостехиздат, 1949.
3. Белецкий З. М., Рыженко В. И., Тополянский Е. Л. Зависимость проводимости трансформаторного масла от напряженности электрического поля и температуры. *Электротехника*, 1974, № 4.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
5. Еремченко Д. В. О течении диэлектрической жидкости. ПМТФ, 1973, № 6.
6. Гросу Ф. П., Болога М. К. Одномерные термоэлектродинамические течения слабопроводящей жидкости. *Магнитная гидродинамика*, 1974, № 1.
7. Гросу Ф. П., Болога М. К. Силы, обуславливающие электротермическую конвекцию слабопроводящей жидкости. *Электронная обработка материалов*, 1970, № 2.
8. Еремченко Д. В. Пондеромоторные силы в заряженном жидком диэлектрике. *Ж. техн. физ.*, 1975, т. 45, № 2.
9. Белогольский В. А., Власов Ю. Н., Еремченко Д. В., Зеликсон Д. Л. К динамике жидкости в электрическом поле. *Ж. техн. физ.*, 1973, т. 43, № 10.

УДК 532.5.013.4+536.25

### ВЛИЯНИЕ ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКИ НА КОНВЕКТИВНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

Р. В. БИРИХ, Р. Н. РУДАКОВ

(Пермь)

Рассмотрено влияние тонкой проницаемой перегородки на устойчивость равновесия горизонтального слоя жидкости, подогреваемого снизу. Проницаемая перегородка предполагается плоской и расположенной параллельно граничным плоскостям в середине слоя. Сопротивление перегородки перетеканию жидкости из одной части слоя в другую приводит к повышению устойчивости равновесия. Исследована зависимость минимального критического числа Рэлея от сопротивления перегородки и форма критических движений.

1. Пусть бесконечный слой жидкости со свободными горизонтальными границами  $z = \pm 1$  имеет на границах слоя фиксированную температуру  $\mp \Theta$  (нижняя граница имеет более высокую температуру). Как известно, при достаточно больших разно-