

РАСЧЕТ ГИСТЕРЕЗИСА И РАСХОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДОННОГО ДАВЛЕНИЯ В СВЕРХЗВУКОВЫХ КОЛЬЦЕВЫХ СОПЛАХ

Л. В. ГОГИЩ, О. С. ПОКРОВСКИЙ

(Москва)

Рассматривается взаимодействие турбулентного осесимметричного ближнего следа за торцом центрального тела кольцевого сопла с истекающей из этого сопла сверхзвуковой кольцевой струей. Расчет течения в однопараметрическом ближнем следе проводится интегральным методом [1], течение в невязкой струе рассчитывается методом сквозного счета при помощи монотонной явной разностной схемы первого порядка точности [2].

Взаимодействие между невязким и турбулентным потоком определяется толщиной вытеснения следа. Начальные условия следа определяются из интегральных условий склеивания с течением смещения в изобарической донной области. Течение взаимодействия описывается особым решением уравнений, проходящим через седловую особую точку — горловину следа.

В качестве примера рассчитаны ближний след и донное давление при различных режимах истечения из кольцевого сопла, в выходном сечении которого отношение внешнего и внутреннего радиусов $y_2/y_1=1.3$ и число $M=2.54$. Определена область гистерезиса донного давления, связанного с двужначностью течения взаимодействия вследствие образования горловины следа внутри первой или второй бочек струи, и параметры низкочастотных расходных колебаний донного давления в этой области. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

В работе [1] дано описание режимов отрывного течения в сверхзвуковых кольцевых соплах в зависимости от степени нерасчетности истечения $n = p_a/p_n$ (p_a — осредненное давление в выходном сечении сопла, p_n — давление внешней среды). При малых $n < n_*$ это течение имеет струйный характер и существенно зависит от n (разомкнутая донная область), при больших $n > n_*$ оно аналогично отрывному течению за торцом в сверхзвуковом неограниченном (неравномерном) потоке и не зависит от n (замкнутая донная область). Зависимость относительного донного давления p_d/p_n от n имеет немонотонный характер, причем в окрестности перехода между различными режимами отмечается гистерезис (величина n_* получится различной при увеличении или уменьшении n) и интенсивные низкочастотные пульсации донного давления. В работах [3, 4] расчет донного давления в кольцевых соплах при замкнутой донной области проведен с использованием численного метода характеристик для невязкой струи совместно с эмпирической зависимостью для относительного радиуса присоединения сопла к методу разделяющей линии тока.

В квазиодномерном (интегральном) методе расчета [1] различные режимы отрывного течения определяются независимо с использованием подходящего способа осреднения невязкого потока: в случае разомкнутой донной области — поперек струи (приближение тонкой струи малой кривизны), в случае замкнутой донной области — вдоль характеристики влияния невязкого потока на ближний след (приведение к обтеканию безграничным потоком полубесконечного цилиндра [5]). При этом приближенный характер расчета наиболее заметно сказывается вблизи перехода от одного режима течения к другому. В отличие от [1] в настоящей работе для пост-

роения невязкого течения в струе применяется численный метод сквозного счета с помощью монотонной явной разностной схемы первого порядка точности [2].

Как и ранее [1, 5], в турбулентном ближнем следе применяется однопараметрический профиль скорости в виде

$$\frac{u}{u_0} = 1 - mf(\eta), \quad m = \frac{u_0 - u_0}{u_0}, \quad f(\eta) = 1 - 3\eta^{2(j+1)} + 2\eta^{3(j+1)}, \quad \eta = \frac{y}{\delta}$$

Индексами δ и 0 обозначены параметры на границе и на оси симметрии следа; $j=0$ или 1 в плоском или осесимметричном следе.

Уравнения импульсов для следа в целом и вдоль его оси с использованием формулы Прандтля для турбулентного касательного напряжения [1, 5] приводятся к виду

$$(1) \quad \frac{dm}{dx} = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \frac{d \ln C}{dx} = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

$$\Delta = \frac{1}{1+j} \frac{\delta^*(1-m)}{(-\alpha\kappa) m^2 H^{*(2-j)/2}} \left[\Delta_2 + \frac{m(2-m)}{(1-m)(1-C^2)} \Delta_3 \right]$$

$$\Delta_2 = \frac{d\delta^*}{dx} \frac{m(2-m)}{(-\alpha\kappa) m^2 H^{*(2-j)/2} (1-C^2)} + \frac{\partial \ln H}{\partial \ln C} - (2+H-M^2)$$

$$\Delta_3 = - \left[\frac{d\delta^*}{dx} \frac{1-m}{(-\alpha\kappa) m^2 H^{*(2-j)/2}} + \frac{\partial \ln H}{\partial m} \right]$$

$$C = \frac{u}{u_{\max}} = \left(1 + \frac{1}{(\gamma-1)M^2} \right)^{-1/2}$$

Здесь C — приведенная скорость внешнего потока на границе следа, m — формпараметр профиля скорости следа, $(-\alpha\kappa)$ — эмпирическая постоянная, связанная с постоянной турбулентности в формуле Прандтля

$$H^* = (\delta^*/\delta)^{j+1}, \quad H^{**} = (\delta^{**}/\delta)^{j+1}, \quad H = \delta^*/\delta^{**}$$

δ , δ^* , δ^{**} — соответственно толщины следа, вытеснения и потери импульса.

Толщина вытеснения следа $\delta^*(x)$ определяет взаимодействие следа и струи, так что поверхность $y_1 = \delta^*$ будет нижней границей невязкой струи. Независимо от структуры внешнего невязкого потока уравнения (1) позволяют найти в плоскости параметров m , O особые линии, ограничивающие область определения ближнего следа условием обращения в нуль определителя $\Delta=0$. Соответствующее уравнение имеет два корня [5], один из которых располагается при $m < 1$ и совпадает (для особого решения) с обращением в нуль остальных определителей $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$ (седловая особая точка), а другой располагается при $m > 1$ и ограничивает область допустимых начальных условий ближнего следа для выбранного профиля скорости (фиг. 1).

Начальные условия ближнего следа определяются из интегральных условий склеивания с течением смещения в изобарической донной области в предположении непрерывности $(\delta^*)^{j+1}$, $(\delta^{**})^{j+1}$ — толщин вытеснения и потери импульса следа, и сохранения массы газа в донной области с учетом вдува (отсоса) [1, 5]. Тогда начальное значение формпараметра m_0 в зависимости от величины донного давления или C_0 определяется из уравнения [5]

$$(2) \quad H^{**}(m, C)/G(m, C) = (1+S)/(1-B) = t$$

Координата сечения сшивки определяется из уравнения

$$\frac{y_0^{j+1}(x)}{s_0(x)} - bH^*(1, C)(1-B)\frac{H^*(m, C)}{G(m, C)} = 0$$

$$S = \frac{(2\pi)^j \delta_\infty f}{H^{**}(1, C) b s_0(x)}, \quad B = \frac{(\rho u)_{bd}}{(\rho u)_0} [bH^{**}(1, C) s_0(x)]^{-1}$$

$$G = - \int_0^{\eta_*} \frac{\rho u}{(\rho u)_0} d\eta^{j+1}, \quad f(\eta_*) = m^{-1}$$

$$s_0(x) = (2\pi)^j \int_0^x y_0^j \sqrt{1 + y_0'^2} dx$$

Здесь S — параметр начального пограничного слоя, B — параметр вдува, G — относительный расход возвратного течения в следе; $b = 0.27(1 - C^2/2)$ — коэффициент утолщения слоя смешения; $f = \delta_0^{**}/\delta_\infty^{**} \sim 0.5 \div 1$ — отношение толщин потери импульса турбулентного пограничного слоя после и до расширения вокруг кромки.

Течение в ближнем следе со вдувом в донную область реализуется при $0 < B < 1$, а с отсосом (при выбранных условиях сшивки) — при $B < 0$ и $B > 1$. Максимальное значение (слабого) вдува получается при $B \rightarrow 1$, $G \rightarrow 0$ и соответственно $m \rightarrow 1$, что физически означает вырождение возвратного течения в следе. Максимальное значение отсоса ограничено областью допустимых начальных значений ближнего следа, или кривой $\Delta = 0$ (фиг. 1).

Течение в сверхзвуковой невязкой струе рассчитывалось методом сквозного счета с использованием монотонной явной разностной схемы первого порядка точности [2]¹. Число узлов в поперечном сечении струи принималось обычно равным $i = 50$. В выходном сечении сопла задавалось распределение чисел $M(y)$ и углов наклона линий тока $\theta(y)$. На верхней границе струи $y_2(x)$ давление принималось постоянным и равным давлению внешней среды $p_2 = p_n$. Нижняя граница струи отождествлялась с поверхностью тела вытеснения $y_1 = \delta^*(x)$, и давление вдоль нее $p_1(x)$ определялось итерациями для каждого значения донного давления p_d/p_n или $C_d = \text{const}$: по заданному в первом приближении распределению давления вдоль следа определялась конфигурация нижней границы невязкой струи или тела вытеснения $\delta^*(x)$, после чего из уравнений следа (1) находилось новое распределение давлений. Практически требовалось 4–5 итераций (для каждого значения донного давления). Потребное время счета соответствующей интегральной кривой на ЭВМ БЭСМ-6 составляло ≈ 4 мин.

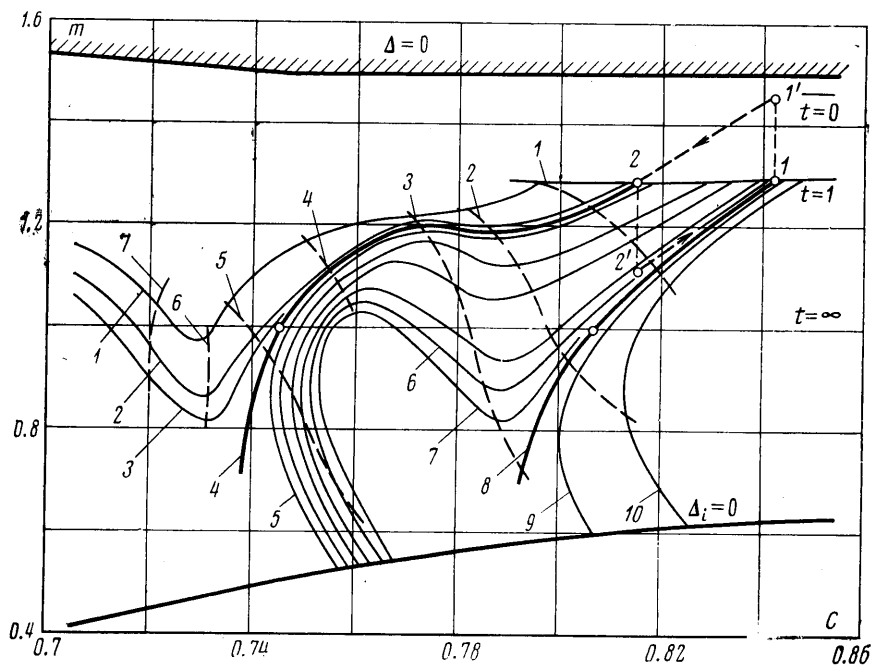
Действительная величина донного давления, или действительное течение взаимодействия, определялась особой интегральной кривой, которая выделялась с помощью двух неособых кривых, относящихся к различным семействам, разность значений донного давления у которых была меньше заранее заданной величины: $|C_{d_1} - C_{d_2}| < 0.01$.

Для примера приводятся результаты расчета течения взаимодействия в кольцевом сопле, в выходном сечении которого отношение внешнего и внутреннего радиусов $y_2/y_1 = 1.3$, число $M = 2.54$, углы наклона верхней и нижней стен сопла $\theta_2 = 8^\circ$, $\theta_1 = 0$ (показатель адиабаты $\gamma = 1.4$). Эмпири-

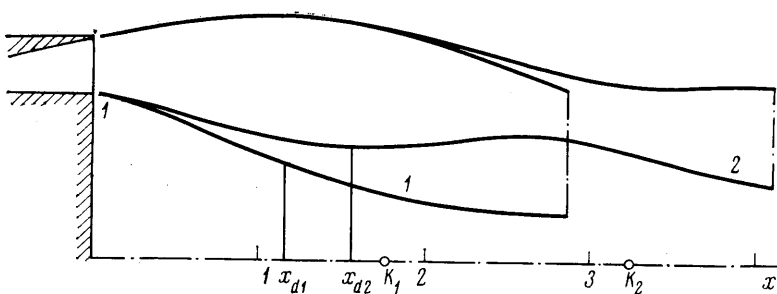
¹ Была использована программа, составленная авторами работы [2].

ческая постоянная принималась такой же, как в случае равномерного и безграничного потока для принятых условий сшивки, $(-a\kappa) = 0.03$ [5].

На фиг. 1 в плоскости параметров m , C представлены результаты интегрирования уравнений взаимодействия для $n=1.6$ и в диапазоне $p_d/p_n = 0.35 \div 0.7$. Показанные тонкими сплошными линиями и обозначенные цифрами 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10 интегральные кривые получены при значениях относительного донного давления p_d/p_n , соответственно равных



Фиг. 1



Фиг. 2

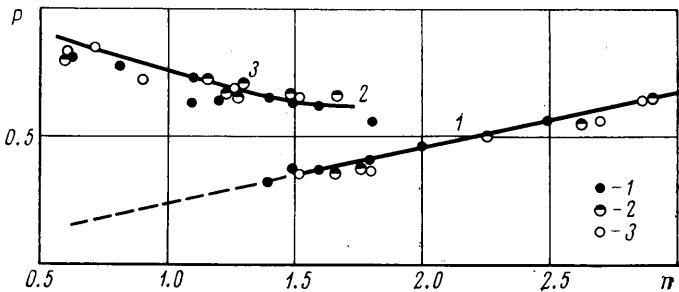
0.7, 0.65, 0.625, 0.6, 0.4, 0.387, 0.375, 0.35. Две особые интегральные кривые, показанные утолщенными линиями и обозначенные цифрами 4 и 8, соответствуют значениям $p_d/p_n = 0.612$ и 0.382 .

Тонкие пунктирные кривые 1–7 обозначают расстояние вдоль оси следа от донного торца, соответственно равное $x/h = 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5$.

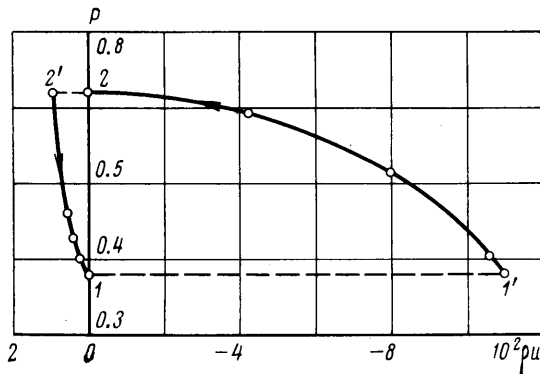
На фиг. 2 изображены оба стационарных течения взаимодействия при $n=1.6$, которые отличаются физически тем, что горловина следа образуется внутри первой или второй бочки кольцевой струи. Буквами x_d и K

показаны длины изобарической области и области возвратных течений. Верхняя граница невязкой струи в обоих случаях оказывается примерно одинаковой. Нижние границы, отмеченные цифрами 1 и 2, существенно различаются. Кривые 1 и 2 относятся к случаю, когда $p_d/p_n = 0.382$ и 0.612 . Систематические расчеты показывают, что при $n > 1.8$ существует только одно особое решение, когда течение взаимодействия не зависит от n (замкнутая донная область). При $n < 1.4$ особые решения соответствуют образованию горловины следа внутри различных бочек струи (заметим, однако, что с увеличением числа бочек струи вдоль ближнего следа больше двух влияние вязкости распространяется на всю струю, что противоречит принятой расчетной модели течения).

На фиг. 3 приведена зависимость относительного донного давления p_d/p_n от степени нерасчетности истечения. Сплошная кривая — квазиодно-



Фиг. 3



Фиг. 4

мерный расчет [1], точки 1 — расчет настоящей работы, 2, 3 — экспериментальные данные воздушных продувок, полученные В. И. Тереховым при прямом и обратном изменении степени нерасчетности. При $1.4 < n < 1.8$ расчетные точки настоящей работы ограничивают область двузначности, которая соответствует гистерезису донного давления при прямом и обратном изменении степени нерасчетности и связана с образованием горловины следа внутри первой и второй бочек струи. (Для примера при $n = 1.1$ показаны также значения донного давления, соответствующие особым решениям при образовании горловины следа внутри второй и третьей бочек струи.) Расчетная область гистерезиса получается несколько больше обнаруженной в эксперименте, что объясняется в основном наличием интенсивных низкочастотных пульсаций в этой области.

Расчет параметров пульсаций при $n=1.6$ был проведен согласно модели квазистационарных колебаний расходного типа [1, 6]. Пунктиром на фиг. 1 изображены полученные численно возможные состояния в начальном сечении ближнего следа при наличии вдува ($t>1$) и отсоса ($t<1$), которые имеют вид замкнутого цикла. На фиг. 4 представлена соответствующая зависимость величины донного давления от вдува. Согласно принятой модели колебаний рассматривается квазиустановившееся течение в следе, когда источник или сток дополнительного расхода представляет собой след, а донная область оказывается аккумулятором массы. С этой точки зрения при отсутствии вдува или отсоса извне квазистационарное течение в следе в каждый момент времени соответствует заданным давлениям внешней среды и донному давлению, а также заданному расходу из донной области или в нее, определяемому параметром вдува t (в начальном сечении следа, см. фиг. 1).

Если при некотором начальном возмущении след из стационарного состояния I переходит без изменения донного давления в состояние I' (фиг. 1 и 4), то возникает квазистационарное течение $I'-2$, в котором след становится источником массы, наполняет донную область и увеличивает донное давление до другого стационарного состояния 2 . При возмущении $2-2'$ возникает квазистационарное течение $2'-1$, приводящее к обратному переходу в стационарное состояние 1 . Зависимость донного давления от времени находится из уравнения неразрывности для массы газа в донной области

$$\frac{d}{dt}(\rho W) = (\rho u)_a F, \quad \rho_a = p_a / RT_a$$

Здесь ρ_a и $T_a = \text{const}$ — плотность и (постоянная) температура донной области, W — объем донной области, F — площадь торца. Источником начальных возмущений $1-1'$ или $2-2'$ могут быть турбулентные пульсации типа больших вихрей в следе, которые приводят к перемещению горловины следа.

Расчетные значения относительной удвоенной амплитуды колебаний, или разности значений донного давления в двух стационарных состояниях, $2(p_{a2} - p_{a1}) / (p_{a1} + p_{a2}) = 0.486$ и числа Струхала $Sh = fy_a / a_a = 0.02$ (a_a — скорость звука в донной области) удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным.

Поступила 4 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. Ю., Гогош Л. В. Квазиодномерная газодинамика сопел ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1973.
2. Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2, 3.
3. Hall C. R., Mueller T. J. An analytical and experimental study of nonuniform plug nozzle flow fields. AIAA paper, 1971, No. 41.
4. Sule W. P., Mueller T. J. Annular truncated plug nozzle flow field and base pressure characteristics. AIAA paper, 1973, No. 137.
5. Гогош Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентный след за конусом в сверх- и гиперзвуковом потоке. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1975, № 39.
6. Гогош Л. В. Релаксационные колебания в турбулентном ближнем следе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 6.