

ФИЛЬТРАЦИЯ ЧЕРЕЗ ГЛИНИСТЫЕ КОРКИ

И. Н. КОЧИНА, Н. Н. МИХАЙЛОВ

(Москва)

При бурении нефтяных и газовых скважин в них закачивают глинистые растворы (суспензию частиц глины в воде). В процессе бурения глинистые растворы выполняют различные функции, в том числе очищают скважину от обломков выбуренной породы, выносят ее на поверхность, создают давление на стенки скважины для предупреждения поступления нефти и газа в скважину. Твердые частицы раствора откладываются на стенках скважины, образуя глинистую корку, а жидкая фаза фильтруется в проницаемый пласт. Глинистая корка представляет собой неоднородную деформируемую пористую среду, более плотную вблизи стенки скважины. Знание свойств глинистых корок очень важно на практике, так как оно позволяет судить о некоторых параметрах пласта; кроме того, сами свойства глинистых корок зависят от свойств буровых растворов.

В работе рассмотрена фильтрация глинистого раствора через корку. Используются экспериментальные данные, которые показывают, что проницаемость и сжимаемость глинистой корки зависят от напряжений, действующих в частицах глинистой корки. Задача сведена к автомодельной. Выведено обыкновенное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка для функции, через которую выражается напряжение и остальные характеристики корки. Найдено распределение проницаемости и пористости по толщине корки, а также определено количество жидкости, проникшей в пласт в каждый момент времени.

1. Рассмотрим движение жидкой фазы бурового раствора через глинистую корку. Будем считать, что имеет место закон Дарси, твердые частицы и жидкая фаза раствора несжимаемы, скорость движения твердых частиц пропорциональна скорости фильтрации жидкой фазы, коэффициенты проницаемости k и сжимаемости a корки переменны по толщине корки и определяются экспериментальными зависимостями от напряжений, действующих в частицах пористой среды, составляющих глинистую корку.

Будем называть фиктивным напряжением σ превышение приложенной нагрузки P , действующей на единичную площадку, над равновесной нагрузкой p [1-4]

$$(1.1) \quad \sigma = P - p$$

В работе [5] приведено описание экспериментов для определения коэффициентов проницаемости и сжимаемости в зависимости от фиктивного напряжения σ . Глинистая порода помещается в цилиндр с пористым дном (фиг. 1). Приложенное давление P воспринимается твердой фазой, так как излишняя жидкость вытекает через отверстия в дне и давление жидкости остается атмосферным (p_a). Таким образом, приложенное давление равно фиктивному напряжению. Коэффициент сжимаемости a определяется как относительное изменение общего объема $V = ls$ при изменении фиктивного напряжения на единицу $a = -dV/Vd\sigma$. В этом эксперименте объем, занимаемый твердой фазой, остается постоянным, т. е. $V(1-m) = \text{const}$, где m — коэффициент пористости. Отсюда в силу

определения коэффициента сжимаемости имеем

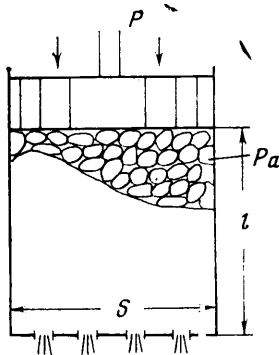
$$(1.2) \quad a = - \frac{dm}{(1-m)d\sigma}$$

В результате экспериментов получены степенные зависимости коэффициентов сжимаемости и проницаемости от напряжений

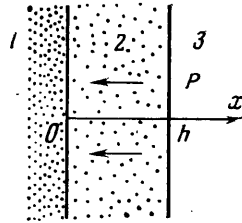
$$(1.3) \quad a = a_1 \sigma^{-\nu} \quad (\nu < 1), \quad k = k_1 \sigma^{-n} \quad (n < 1)$$

справедливые в некотором диапазоне изменения напряжений. Зависимости вида (1.3) приводятся в ряде работ [6-9].

Так как толщина глинистой корки h много меньше радиуса скважины ($h \ll r_c$), то, рассматривая единичную площадку корки, можно считать ее



Фиг. 1



Фиг. 2

плоской, а фильтрацию раствора через корку прямолинейно-параллельной. При этом если направить координату x против движения жидкости (фиг. 2; 1 — пласт, 2 — корка, 3 — скважина), то закон Дарси и уравнение неразрывности примут вид

$$(1.4) \quad v = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -a \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

где v — расход жидкой фазы на единицу площади, μ — динамический коэффициент вязкости жидкой фазы; при составлении второго уравнения (1.4) использовано соотношение (1.2).

Если в равенстве (1.1) P — перепад давлений в скважине и пласте, который считается постоянным, то $\partial p / \partial x = -\partial \sigma / \partial x$ и из (1.4) можно получить уравнение

$$(1.5) \quad \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) = a \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

С учетом равенств (1.3) окончательно получаем уравнение для напряжения со следующими условиями

$$(1.6) \quad \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma^{-n} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) = a_1 \sigma^{-\nu} \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

$$(1.7) \quad \sigma = 0 \quad (x = h), \quad \sigma = P \quad (x = 0), \quad \sigma = 0 \quad (t = 0)$$

Кроме того, должно быть выполнено условие на поверхности корки [10, 11], которое с учетом (1.3) имеет вид

$$(1.8) \quad \frac{dh}{dt} = bv = -b \frac{k_1}{\mu} \sigma^{-n} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (x=h), \quad b = \frac{1-m_c}{m_c-m_h}$$

b — удельный объем фильтрационной корки; m_h — коэффициент пористости корки на ее поверхности; $m_c=1-c$ — «пористость» глинистого раствора; c — объемная концентрация твердых частиц в растворе.

Для решения краевой задачи (1.6) — (1.8) положим

$$(1.9) \quad \sigma = Pf^{1/(1-\nu)}(x, t)$$

При этом система сведется к следующей

$$(1.10) \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 f^{\gamma+1}}{\partial x^2}, \quad \gamma = \frac{\nu-n}{1-\nu}, \quad \kappa = \frac{k_1 P^{\nu-n}}{\mu a_1 (\gamma+1)}$$

$$(1.11) \quad f=0 \quad (x=h), \quad f=1 \quad (x=0), \quad f=0 \quad (t=0)$$

$$(1.12) \quad \frac{dh}{dt} = -\frac{b k_1 P^{1-n}}{\mu (1-n)} \frac{\partial f^{\gamma+1}}{\partial x} \quad (x=h)$$

2. Покажем, что решение краевой задачи, представленной уравнениями (1.10), (1.11) и (1.12), автомодельно. Для этого применим анализ размерностей. Так как функция $f(x, t)$ безразмерна, то из уравнения (1.10) следует, что размерность коэффициента κ равна $[\kappa] = L^2 T^{-1}$, где L — размерность длины, а T — размерность времени. Функция f зависит от трех величин: x, t, κ , из которых можно составить единственную безразмерную комбинацию $\xi = x/\sqrt{\kappa t}$, таким образом $f = f(\xi)$.

Переходя к переменной ξ , сведем задачу к следующей

$$(2.1) \quad \frac{d^2 f^{\gamma+1}}{d\xi^2} + \frac{\xi}{2} \frac{df}{d\xi} = 0$$

$$(2.2) \quad f(\xi_0) = 0, \quad f(0) = 1, \quad \xi_0 = h/\sqrt{\kappa t}$$

$$(2.3) \quad \xi_0 = -\frac{2ba_1 P^{1-\nu}}{1-\nu} \left(\frac{df^{\gamma+1}}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_0}$$

В [12] проведено исследование интегральных кривых уравнения

$$(2.4) \quad \frac{d^2 f^k}{d\xi^2} + \frac{s}{\xi} \frac{df^k}{d\xi} + \beta \xi \frac{df}{d\xi} - \alpha f = 0$$

Уравнение (2.1) получается из (2.4) при $s=0, \beta=1/2, \alpha=0, k=\gamma+1$. Показано, что интегральные кривые делятся на два класса (1 и 2 на фиг. 3, Ω — разделяющая кривая). Кривые класса 1 ведут себя на бесконечности как $f = D\xi^{\alpha/\beta}$, причем ни одна из них ни в какой точке не касается и не пересекает оси абсцисс. Для нашего случая $f \rightarrow D$ при $\xi \rightarrow \infty$. Кривые класса 2 пересекают ось абсцисс, причем подходят к ней под прямым углом, так что произведение $f^{k-1} df/d\xi$ стремится к конечному пределу, что возможно только при $df/d\xi \rightarrow \infty$. Кривая Ω , отделяющая кривые класса 1 от кривых класса 2, при малых значениях f удовлетворяет уравнению

$$(2.5) \quad f^{k-2} \frac{df}{d\xi} = -\frac{\beta}{k} \xi + 0(f)$$

В силу первого условия (2.2) ни одна из кривых класса 1 не может быть искомым решением. Покажем, что решением уравнения (2.1) при условиях (2.2), (2.3) должна быть одна из кривых класса 2, т. е. что найдется кривая, удовлетворяющая условию (2.3). Перепишем это условие в виде

$$(2.6) \quad F(\xi_0) = \left(f^{k-1} \frac{df}{d\xi} \right)_{\xi_0} + \frac{\xi_0(1-\nu)}{2ba_1 P^{1-\nu} k} = 0 \quad (f \rightarrow 0)$$

Для отделяющей кривой это равенство не выполняется, так как второе слагаемое — конечная величина, а первое — нуль, что следует из сравнения (2.6) с (2.5), значит $F(\xi_0') > 0$.

Для кривой класса 2, для которой значение ξ_0'' очень близко к нулю, произведение $(f^{k-1} df/d\xi)_{\xi_0}$ остается конечным и отрицательным и $F(\xi_0'') < 0$. Покажем, что функция $F(\xi_0)$ — возрастающая для значений $0 \leq \xi_0 \leq \xi_0'$. Проинтегрируем для этого уравнение (2.1) от нуля до ξ_0 :

$$\int_0^{\xi_0} d \left(\frac{df^k}{d\xi} \right) = - \frac{1}{2} \int_0^{\xi_0} \xi df$$

Беря интеграл в правой части равенства по частям, получим

$$(2.7) \quad \left(\frac{df^k}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_0} = \left(\frac{df^k}{d\xi} \right)_{\xi=0} + \frac{1}{2} \int_0^{\xi_0} f d\xi$$

$$\left(\frac{df^k}{d\xi} \right)_{\xi=0} = k f^{k-1}(0) f'(0) = -k |f'(0)|$$

(в силу условия (2.2)), и, как следует из фиг. 3, $|f'(0)|$ уменьшается с ростом ξ_0 , т. е. $(df^k/d\xi)_{\xi=0}$ возрастает. Второе слагаемое правой части равенства (2.7) тоже возрастает с ростом ξ_0 , как площадь, ограниченная кривой $f(\xi)$ и отрезком $(0, \xi_0)$ оси абсцисс. Поэтому функция $(df^k/d\xi)_{\xi=\xi_0}$ возрастает, и, следовательно, функция $F(\xi_0)$ тоже возрастает. Значит, между значениями ξ_0'' и ξ_0' найдется такое значение ξ_0 и притом только одно, что $F(\xi_0) = 0$, т. е. выполняется условие (2.3).

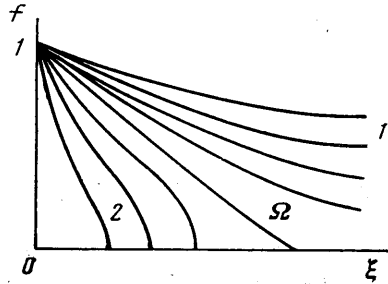
Для решения краевой задачи (2.1)–(2.3) на ЭВМ она была сведена к задаче Коши заданием производной $df/d\xi$ при $\xi=0$ и в дальнейшем решалась подбором значений ξ_0 , удовлетворяющих условию (2.3).

Отметим, что при $\gamma=0$ ($k=1$) задача становится хорошо известной задачей Стефана, решение которой приведено, например, в работе [11] и имеет вид

$$(2.8) \quad f(\xi) = 1 - (\operatorname{erf}^{1/2} \xi) / (\operatorname{erf}^{1/2} \xi_0)$$

где ξ_0 — корень уравнения

$$(2.9) \quad \frac{\xi_0}{2} \exp \frac{\xi_0^2}{4} \operatorname{erf} \frac{\xi_0}{2} = \frac{ba_1 P^{1-\nu}}{\sqrt{\pi}(1-\nu)}$$



Фиг. 3

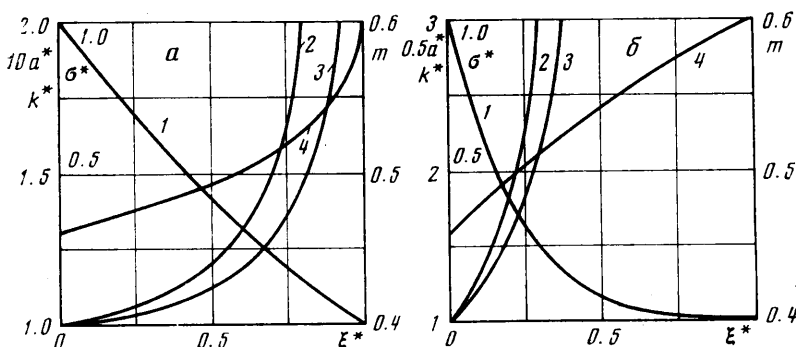
Для проверки правильности составленной программы был просчитан пример для $\gamma=0$ на ЭВМ и по уравнениям (2.8) и (2.9). Результаты расчетов полностью совпали.

3. Выведем формулы для основных величин, характеризующих глинистую корку. Фиктивное напряжение σ в корке и коэффициенты проницаемости и сжимаемости в функции от безразмерной переменной ξ примут вид

$$(3.1) \quad \sigma = P f^{1/(1-\nu)}(\xi)$$

$$(3.2) \quad k = k_1 P^{-n} f^{-n/(1-\nu)}(\xi)$$

$$(3.3) \quad a = a_1 P^{-\nu} f^{-\nu/(1-\nu)}(\xi)$$



Фиг. 4

Из соотношения (1.2) найдем выражение для коэффициента пористости

$$(3.4) \quad m = 1 - (1 - m_h) \exp \left[\frac{a_1 P^{1-\nu}}{1-\nu} f(\xi) \right]$$

Используя равенства (1.3) и (1.4), выведем формулу для скорости фильтрации жидкости и для объема жидкости, профильтровавшейся в пласт за промежуток времени t (на единицу площади сечения корки)

$$(3.5) \quad v = - \sqrt{\frac{k_1 a_1}{\mu(\gamma+1)}} \frac{P^{1-\frac{1}{2}(\nu+n)}}{(1-\nu)} \frac{df^{\gamma+1}}{d\xi} \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$(3.6) \quad Q = \int_0^t v(0, t) dt = -2 \sqrt{\frac{k_1 a_1}{\mu(\gamma+1)}} \frac{P^{1-\frac{1}{2}(\nu+n)}}{(1-\nu)} \left(\frac{df^{\gamma+1}}{d\xi} \right)_{\xi=0} \sqrt{t}$$

Рост толщины корки с течением времени определится из равенства (2.2)

$$(3.7) \quad h = \xi_0 \sqrt{\kappa t} = \xi_0 \sqrt{\frac{k_1 P^{\nu-n}}{a_1 \mu (\gamma+1)}} \sqrt{t}$$

Полученные зависимости дают возможность проанализировать влияние разных факторов на свойства глинистых корок. В частности, для практики важно знать, как влияют свойства буровых растворов и перепад давлений на толщину корки, на количество фильтрата, ушедшего в пласт, на распределение проницаемости и пористости по толщине корки.

В качестве примера взяты два буровых раствора со следующими значениями параметров: $a_1=0.035$ ($\text{кгс}/\text{см}^2$) $^{-1}$, $\nu=0.76$, $\mu=1$ *снз*, $m_s=0.8$, $m_h=0.6$; в случае а) $k_1=9 \cdot 10^{-5}$ Д ($\text{кгс}/\text{см}^2$) n , $n=0.76$; в случае б) $k_1=1.6 \cdot 10^{-5}$ Д ($\text{кгс}/\text{см}^2$) n , $n=0.2$; перепад давлений $P=20$ $\text{кгс}/\text{см}^2$. Для этих данных построены графики зависимости функций $\sigma/P=\sigma^*$, $k/k_1 P^{-n}=k^*$, $a/a_1 P^{-\nu}=a^*$, m от переменной $\xi^*=\xi/\xi_0=x/h$ (соответственно кривые 1-4 на фиг. 4, а и 4, б).

Авторы благодарят Г. И. Баренблатта за ценные советы.

Поступила 2 III 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Крылов А. П. Об упругопластическом режиме фильтрации. Изв. АН СССР, Отд. техн. н., 1955, № 2.
2. Баренблатт Г. И., Енгов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости газа. М., «Недра», 1972.
3. Желтов Ю. П. Механика нефтегазонаосного пласта. М., «Недра», 1975.
4. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостехиздат, 1959.
5. Tiller F. M. The Role of porosity in filtration. Chem. Engng Progress, 1953, vol. 49, No. 9.
6. Engelhardt W., Schindewolf E. Zur Filtration von Tonsuspension. Kolloid Z., 1952, Bd 127, H 2/3.
7. Engelhardt W. Filterkuchenbildung und Wasserabgabe von Tiefbohrspölung. Erdöl und Kohle, 1953, Nr 4.
8. Grace H. P. Resistance and compressibility of filter cakes. Chem. Engng Progress, 1953, vol. 49, No. 6.
9. Михеев В. Л. Экспериментальное исследование коэффициентов проницаемости фильтрационных корок. Тр. ВНИИбур. техн., 1971, вып. 28.
10. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964.
11. Outmans H. D. Mechanics of static and dynamic filtration in the borehole. Soc. Petrol. Engng J., 1963, vol. 3, No. 3.
12. Баренблатт Г. И. О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде. ПММ, 1952, т. 16, вып. 1.