представлены в виде $f(E, B_1)=0$, где B_1 – совокупность параметров, задающих начальное состояние. Поэтому эти соотношения являются дополнительными соотношениями для плоскополяризованной промежуточной волны с пространственной структурой. При этом очевидно, что изменение магнитного поля в быстрой и промежуточной волнах различно.

Таким образом, могут существовать плоскополяризованные промежуточные волны двух типов – имеющие плоскую и пространственную структуру. При этом волны первого типа не меняют, а второго – изменяют знак касательной составляющей магнитного поля.

III. Медленная сверхзвуковая волна. Структура этой волны оканчивается в точке A_4. Эта особая точка – узел, и интегральные кривые, входящие в нее при увеличении x, заполняют некоторую область в пространстве u, h_y, h_z. Поэтому дополнительные соотношения типа равенства отсутствуют и решение задачи существует в некоторой области значений параметров.

Поступила 30 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бармин А. А., Лебедева Л. Н.* Структура волн детонации, ионизующих газ при наличии электромагнитного поля. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 6.
2. *Бармин А. А., Лебедева Л. Н.* Структура волн детонации, ионизующих газ при наличии электромагнитного поля. Случай малой магнитной вязкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.
3. *Бармин А. А., Куликовский А. Г.* Об ударных волнах, ионизующих газ при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. В сб. «Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды». М., «Наука», 1969, стр. 35—48.
4. *Куликовский А. Г., Любимов Г. А.* Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962, стр. 199—227.

УДК 538.4

ПРИМЕРЫ ПРОСТЕЙШИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ И ТЕМПЕРАТУР ЭЛЕКТРОНОВ И ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

В. В. ГОГОСОВ, И. Н. ЩЕЛЧКОВА

(Москва)

Рассмотрены примеры граничных условий в некоторых частных случаях. Условия, предложенные в работах [1, 2], могут быть использованы для любой компоненты плазмы. Для одной и той же стенки граничные условия будут, вообще говоря, различны для каждой из компонент.

1. Допустим, что решается задача о распределении концентрации электронов вблизи стенки в одномерном приближении, когда концентрация электронов на некотором расстоянии от стенки, а также распределение температур известны. Будем считать, как и в [1], что при контакте квазинейтральной плазмы с твердой поверхностью может существовать пристеночный заряженный слой, толщина которого меньше длины свободного пробега.

С точки зрения макроскопического описания процессов переноса в плазме область резкого изменения электрического потенциала можно рассматривать как поверхность разрыва нулевой толщины. При этом во всем объеме плазмы $x\geqslant 0$ справедливы уравнения движения для электронной и ионной компонент, в которых $n_e=n_i=n$ (все обозначения совпадают с принятыми в работе [1]). При соответствующих предположениях эти уравнения имеют вид

$$nv_e = -D_e\frac{dn}{dx} - b_enE, \qquad nv_i = -D_i\frac{dn}{dx} + b_inE \tag{1.1}$$

На твердой стенке $x=0$ потоки частиц удовлетворяют некоторым соотношениям — «граничным условиям», выведенным в работах [1, 2]. Воспользуемся для определенности соотношениями (3.2), (3.5) работы [1], когда $\lambda=0$. Для электронов и ионов, если скачок потенциала $\varphi>0$, получим

$$\frac{nv_e}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{v_e}{\zeta_e}+\sqrt{\Phi_e}\right)\right]=-\frac{n\zeta_e}{2\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{v_e}{\zeta_e}+\sqrt{\Phi_e}\right)^2\right]+I_{0e} \tag{1.2}$$

$$\frac{nv_i}{2}\left(1+\operatorname{erf}\frac{v_i}{\zeta_i}\right)=-\frac{n\zeta_i}{2\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{v_i^2}{\zeta_i^2}\right)+I_{0i}\exp(-\Phi_w)$$

Если $\varphi<0$, то в этих уравнениях индексы e, i нужно поменять местами.

Задавая величину плотности тока $j=en(v_i-v_e)$ в направлении, перпендикулярном поверхности стенки, из уравнений (1.1) можно определить $E=E(j,\ n,\ dn/dx)$. Подставляя потоки (1.1) в соотношения (1.2), получаем следующие граничные условия:

$$-\frac{1}{2}\left[D_e\frac{dn}{dx}+b_enE(j,\ldots)\right]\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{v_e}{\zeta_e}+\sqrt{\Phi_e}\right)\right]= \tag{1.3}$$

$$=-\frac{n\zeta_e}{2\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{v_e}{\zeta_e}+\sqrt{\Phi_e}\right)^2\right]+I_{0e}$$

$$-\frac{1}{2}\left[D_i\frac{dn}{dx}-b_inE(j,\ldots)\right]\left(1+\operatorname{erf}\frac{v_i}{\zeta_i}\right)= \tag{1.4}$$

$$=-\frac{n\zeta_i}{2\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{v_i^2}{\zeta_i^2}\right)+I_{0i}\exp(-\Phi_w)$$

$$\zeta_\alpha^2=2T_\alpha/m_\alpha,\qquad \Phi_\alpha=|e_\alpha\varphi|/T_\alpha,\qquad \alpha=e,\ i.$$

Уравнение для концентрации — дифференциальное уравнение второго порядка — описывает распределение концентрации электронов вплоть до стенки, а на стенке выполняются граничные условия (1.3), (1.4). Этих условий два, так как скачок потенциала Φ_e на стенке не известен. Например, когда $I_{0i}=0$ — ионы не испускаются стенкой, величина Φ_w не входит в соотношение (1.4) и его следует использовать в качестве граничного условия для концентрации, а из уравнения (1.3) после решения задачи о распределении концентрации можно определить Φ_e — величину приэлектродного падения потенциала. Если $I_{0i}\neq0$, то можно получить простое граничное условие для концентрации электронов, когда $\Phi_e>1$, $v_e/\zeta_e\ll\sqrt{\Phi_e}$. При этом уравнение (1.3) преобразуется к виду

$$-D_e\frac{dn}{dx}-b_enE(j,\ldots)=-\frac{n\zeta_e}{2\sqrt{\pi}}\exp(-\Phi_e)+I_{0e}$$

Выражая отсюда величину $\exp(-\Phi_e)$ и подставляя ее в уравнение (1.4), легко получить граничное условие для концентрации, не содержащее Φ.

Если распределение температур компонент вблизи стенки не известно, то нужно решать уравнение для концентраций совместно с уравнениями для температур с соответствующими граничными условиями.

2. Рассмотрим граничные условия для потоков частиц и температур в некоторых частных случаях. Пусть для определенности $\varphi>0$, тогда граничные условия для электронов и ионов при $\lambda=0$ можно записать в виде (уравнения (3.3), (3.6), (3.13), (3.16) работы [1])

$$nv_e=-\frac{n\zeta_e}{2\sqrt{\pi}}\exp(-\Phi_e)+I_{0e} \tag{2.1}$$

$$nv_i=-\frac{n\zeta_i}{2\sqrt{\pi}}+I_{0i}\exp(-\Phi_w)$$

$$s_e = -\frac{n\zeta_e}{\sqrt{\pi}}\exp(-\Phi_e)T_e\left(1+\frac{1}{2}\Phi_e\right)+I_{0e}2T_w\left(1+\frac{1}{2}\Phi_w\right)$$

$$s_i = -\frac{n\zeta_i}{\sqrt{\pi}}T_i + I_{0i}\exp(-\Phi_w)2T_w$$

Предположим, что полный поток кинетической энергии $s_\alpha = -\varkappa_\alpha dT_\alpha/dx$, а стенка неэмиттирующая, $I_{0e}=I_{0i}=0$, тогда условия (2.1) примут вид

$$nv_e = -\frac{n\zeta_e}{2\sqrt{\pi}}\exp(-\Phi_e),\qquad nv_i = -\frac{n\zeta_i}{2\sqrt{\pi}} \tag{2.2}$$

$$\varkappa_e\frac{dT_e}{dx} = \frac{n\zeta_e}{\sqrt{\pi}}\exp(-\Phi_e)T_e\left(1+\frac{1}{2}\Phi_e\right),\qquad \varkappa_i\frac{dT_i}{dx}=\frac{n\zeta_i}{\sqrt{\pi}}T_i$$

Из первого и второго уравнений (2.2) при $j=0$ следует

$$\exp(-\Phi_e) = (m_eT_i/m_iT_e)^{1/2} \tag{2.3}$$

При этом третье уравнение (2.2) можно записать в виде

$$\frac{\sqrt{\pi}\varkappa_e}{n\zeta_e}\left(\frac{m_iT_e}{m_eT_i}\right)^{1/2}\frac{d(T_e/T_w)}{dx} = \frac{T_e}{T_w}+\frac{1}{2}\Phi_w \tag{2.4}$$

Отношение $\sqrt{\pi}\varkappa_e/n\zeta_e$ порядка l_e — длины свободного пробега электронов. Когда коэффициент при производной в последнем уравнении достаточно велик, граничное условие для электронной температуры может быть записано в виде $dT_e/dx=0$. Такое граничное условие для температуры электронов использовалось при решении задачи о пограничных слоях в полностью ионизованной разнотемпературной плазме [3]. Далее покажем, что это условие может осуществляться и в случае, когда эмиссия частиц со стенки не равна нулю.

Скачок отражающего электроны потенциала у стенки эквивалентен увеличению длины свободного пробега в $(m_iT_e/m_eT_i)^{1/2}$ раз. Отметим, что при $l_e(m_iT_e/m_eT_i)^{1/2}\ll 1$ производную dT_e/dx, вообще говоря, нужно учитывать при написании граничного условия (2.4). Расстояние от стенки, где производная существенна, порядка $l_e(m_iT_e/m_eT_i)^{1/2}$ — больше длины свободного пробега. Отметим, что в граничном условии для ионной температуры — последнее уравнение (2.2) — отношение $\sqrt{\pi}\varkappa_i/n\zeta_i$ порядка длины свободного пробега ионов l_i.

3. Рассмотрим другой частный случай. Пусть стенка, на которой выписывается граничное условие, есть электрод и $\varphi>0$, $\Phi_e\gg 1$, так что потоком электронов на стенку можно пренебречь по сравнению с потоком со стенки. Выделяя из s_e (третье уравнение (2.1)) поток, связанный с теплопроводностью, и обозначая оставшиеся потоки через s_e^*, получим условие для температуры электронов в виде

$$\frac{dT_e/T_w}{dx} = \frac{n_e\zeta_e}{\varkappa_e}\left[\frac{s_e^*}{n\zeta_eT_w} - \frac{I_0}{n\zeta_e}2\left(1+\frac{1}{2}\Phi_w\right)\right],\qquad \frac{\varkappa_e}{n\zeta_e}\sim l_e$$

Когда правая часть уравнения достаточно мала, в качестве граничного условия можно использовать равенство $dT_e/dx=0$.

4. Рассмотрим подробнее случай, когда частицы, идущие к стенке, ускоряются полем; пусть для простоты $v\ll\zeta$, $\tau/t\ll 1$, $\lambda=0$. Уравнения (3.6), (3.16) работы [1] запишутся в виде

$$\frac{n\zeta}{2\sqrt{\pi}} = I_0\exp(-\Phi_w),\qquad \left[-\varkappa\frac{dT}{dx}+h^j+h^s+\frac{5}{2}pv\right]\frac{\sqrt{\pi}}{n\zeta} = T_w - T$$

Пусть в последнем уравнении слагаемые левой части много меньше слагаемых правой части; соответствующие критерии легко выписываются. При этом условие для температуры на стенке можно записать в виде $T=T_w$. Условие $v\ll\zeta$ означает, что число частиц, приходящих на стенку, равно числу частиц, идущему со стенки. Условие $T=T_w$ означает, что поток энергии, падающий на стенку, равен отраженному потоку энергии, т. е. суммарный поток энергии на стенке равен нулю. Легко видеть, что для этого необходимо, чтобы поток энергии за счет теплопроводности и конвективные тепловые потоки были малы.

5. При написании уравнений для частично ионизованной плазмы температуры ионов и нейтралов в объеме плазмы, как правило, предполагаются равными $T_i=T_a=T$. Граничное условие для температуры T обычно записывается в виде $T=T_w$. Из результатов данной работы следует, что такая запись граничного условия не отражает происходящие вблизи стенки явления и, вообще говоря, неверна. В качестве граничного условия для общей температуры T нужно брать сумму двух условий: граничного условия для температуры ионов (соответствующее уравнение работ [1, 2]) и граничного условия для температуры нейтралов, которое автоматически получается из соответствующих уравнений работ [1, 2] при $\Phi=0$, полагая при этом в суммарном уравнении $T_i=T_a=T$. Полученное граничное условие учитывает пристеночное падение потенциала, гибель и рождение частиц на стенке и другие процессы, которые необходимо принимать во внимание, когда степень ионизации среды достаточно высока.

Для слабо ионизованной плазмы, когда потоки ионов невелики, суммарное граничное условие приближенно совпадает с граничным условием для температуры нейтральных частиц. Граничное условие для температуры нейтральных частиц, если вблизи стенки они распределены по Максвеллу, а $v_a=0$ и $\lambda=0$, следует записывать в виде

$$s_a \equiv S_a \equiv h_a = -n_a\zeta_a T_a/\sqrt{\pi}+I_{0a}2T_w.$$

При этом поток нейтралов $n_a\zeta_a/2\sqrt{\pi}=I_{0a}$. Для достаточно плотного газа последнее уравнение можно записать в виде $T_a=T_w$.

Отметим, что вблизи поверхности, ограничивающей плазму, в силу различных граничных условий для температур ионов и нейтралов эти температуры будут, вообще говоря, различны. Выравнивание температур будет происходить в некотором узком слое вблизи стенки. Для описания процессов, происходящих в этом слое, нужно использовать уравнения энергии для ионов и нейтральных частиц с соответствующими граничными условиями работ [1, 2]. Толщину слоя можно оценить; нетрудно видеть, что она будет меньше толщины слоя, в котором происходит выравнивание температур электронов и нейтральных частиц [4].

Поступила 9 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гогосов В. В., Щелчкова И. Н.* Вывод граничных условий для концентраций, скоростей и температур компонент частично ионизованной плазмы с учетом пристеночных падений потенциала. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
2. *Гогосов В. В., Панкратьева И. Л., Щелчкова И. Н.* Уравнения частично ионизованной неквазинейтральной плазмы с разными температурами компонент. Граничные условия. Задача о зонде в плотной разнотемпературной плазме. Затухание слабых волн. Отчет Ин-та механ. МГУ, 1974, № 1491.
3. *Гогосов В. В., Коровин В. М.* Расчет уравнений пограничных слоев на электродах в полностью ионизованной плазме с разными температурами компонент. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 5.
4. *Гогосов В. В.* О пограничных слоях в двутемпературной плазме. Electricity from MHD, vol. 2. Vienna, 1966.