ЛИТЕРАТУРА

1. *Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В.* Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. I. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2.
2. *Delery J.* Recollement d'un jet supersonique de révolution sur une paroi cylindrique coaxiale. Rech. Aerospatiale, 1965, No. 104.
3. *Лаврухин Г. Н., Шалаев В. Н.* Определение характеристик эжекторных сопл при небольших расходах воздуха во втором контуре. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 3.
4. *Глотов Г. Ф., Мороз Э. К.* Исследование осесимметричных течений с внезапным расширением звукового потока. Тр. ЦАГИ, 1970, вып. 1281.

УДК 534.222.2

ПРОСТРАНСТВЕННО-ПОЛЯРИЗОВАННАЯ СТРУКТУРА ВОЛН ДЕТОНАЦИИ, ИОНИЗУЮЩИХ ГАЗ

Л. Н. ЛЕБЕДЕВА

(Москва)

Для описания ионизующих волн детонации, так же как и ионизующих ударных волн, кроме соотношений, следующих из основных интегральных законов, необходимо использовать дополнительные соотношения [1–3]. Эти дополнительные соотношения получаются из требования существования структуры волны. В работах [1, 2] исследовалась структура волн детонации, ионизующих газ в наклонном магнитном поле. Рассматривался случай плоскополяризованной структуры, когда вектор скорости и магнитное поле лежат в плоскости, проходящей через нормаль к фронту.

В данной работе изучается структура ионизующих волн детонации в случае, когда волна является пространственно-поляризованной и в структуре меняются обе поперечные составляющие магнитного поля. Считается, что в слое, представляющем собой структуру, магнитная вязкость и величина, обратная скорости химической реакции, много больше остальных диссипативных коэффициентов. Выясняются условия существования такой пространственной структуры. Рассматриваются также плоскополяризованные ионизующие волны детонации, структура которых не является плоской. Когда характерная длина диссипации магнитного поля много больше либо много меньше характерной длины химической реакции, дополнительные соотношения, обеспечивающие существование структуры, выписаны в явном виде или исследованы качественно.

1. Рассмотрим структуру ионизующих волн детонации в случае, когда волна является пространственно-поляризованной. Это означает, что векторы скорости, напряженности магнитного поля и нормаль к фронту волны не лежат в одной плоскости. При этом в структуре меняются обе поперечные составляющие магнитного поля. Будем считать, что магнитная вязкость и величина, обратная скорости химической реакции, много больше остальных диссипативных коэффициентов. Уравнения, описывающие течение и магнитное поле внутри структуры, имеют вид (газ считаем совершенным) [1–3]

$$\frac{dh_y}{dx} = \frac{mV_0}{\nu_m}[h_y(u-1)+E] \tag{1.1}$$

$$\frac{dh_z}{dx} = \frac{mV_0}{\nu_m}h_z(u-1) \tag{1.2}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \frac{1-\varepsilon}{mV_0}S(t) \tag{1.3}$$

$$0 = \varepsilon - \frac{1}{2q(\gamma-1)}[-(\gamma+1)u^2 - \gamma u(h_y^2+h_z^2-2I) + (\gamma-1)(h_y^2+h_z^2) - 2E(\gamma-1) - 2(\gamma-1)(e-q)] = \varepsilon - F(u, h_y, h_z) \tag{1.4}$$

$$\nu_m^{-1}(t)=0 \text{ при } t<t_*, \qquad \nu_m^{-1}(t)>0 \text{ при } t\geqslant t_* \tag{1.5}$$
$$S(t)=0 \text{ при } t<t_g, \qquad S(t)>0 \text{ при } t\geqslant t_g$$

Здесь $h_z=H_z/H_x$, H_z – z-я составляющая вектора напряженности магнитного поля, остальные обозначения как в [1, 2].

Уравнение (1.4) задает в пространстве u, h_y, h_z, ε трехмерную поверхность Σ. Интегральные кривые системы (1.1) – (1.3) лежат на этой поверхности. Воспользовавшись однозначной зависимостью $\varepsilon=F(u, h_y, h_z)$, спроектируем поверхность Σ в пространство u, h_y, h_z. Проекции интегральных кривых будут описываться уравнениями

$$\frac{dh_z}{dh_y}=\frac{h_z(u-1)}{h_y(u-1)+E} \tag{1.6}$$

$$\frac{du}{dh_y}=\frac{\delta s(t)(1-F)-uF_{h_y}'[h_y(u-1)+E][-uF_{h_z}'h_z(u-1)}{uF_u'[h_y(u-1)+E]} \tag{1.7}$$

$$\delta=\frac{\nu_{m0}S_0(4\pi m)^2}{H_x^4}, \qquad \nu_m(t)=\nu_{m0}f(t), \qquad S(t)=S_0 g(t), \qquad s(t)=f(t)g(t)$$

Из (1.5) следует, что при $t_*<t<t_g$ интегральные кривые (1.6), (1.7) лежат на поверхностях $F(u, h_y, h_z)=\text{const}$, а при $t_g<t<t_*$ совпадают с прямыми $h_y=\text{const}$, $h_z=\text{const}$.

Обозначим через A_i особые точки системы (1.6), (1.7), определяемые пересечением плоскости $h_z=0$ и поверхностей $F(u, h_y, h_z)=1$, $h_y(u-1)+E=0$ (МГД гипербола). Структура ионизующей волны детонации состоит из газодинамического скачка, соответствующего переходу со сверхзвукового ($u>a_0$, a_0 – газодинамическая скорость звука) на дозвуковой ($u<a_0$) лист поверхности $F(u, h_y, h_z)=0$ при постоянных h_y, h_z и отрезка интегральной кривой системы (1.6), (1.7), идущей в одну из точек A_i [1–3].

Легко видеть, что $F(u, h_y, h_z)=1$ и $h_z=0$ являются интегральными поверхностями системы (1.6), (1.7). Отсюда следует, что интегральные кривые, лежащие в плоскости $h_z=0$, совпадают с картиной интегральных кривых, рассмотренной в [1, 2], и описывают структуру плоскополяризованной волны детонации, ионизующей газ. Интегральные кривые, лежащие на поверхности $F(u, h_y, h_z)=1$, совпадают с интегральными кривыми, построенными в [3], и описывают структуру ионизующей ударной волны. Заметим, что картина интегральных кривых системы (1.6), (1.7) существенно меняется в зависимости от соотношения между ν_m и $S(t)$. При этом интегральные кривые, лежащие на поверхности $F(u, h_y, h_z)=1$, остаются неизменными.

Существует не более четырех особых точек A_i [4]. При этом скорость в точке A_1 всегда больше, а в точке A_4 – всегда меньше газодинамической скорости звука a_0. Скорость же в точках A_2 и A_3 может быть как больше, так и меньше a_0. Два собственных направления в точке A_i ($i=1, 2, 3, 4$) лежат в плоскости $h_z=0$. Первое совпадает с касательной к кривой $F(u, h_y, 0)=1$ и является входящим для точек A_4 и A_2, A_3, когда они лежат в сверхзвуковой области [1, 2]. Второе собственное направление определяется формулой

$$u-u_i=\left[1-u_i-\frac{\delta s(t_i)}{u_i}\right]\frac{h_y-h_{yi}}{h_{yi}} \tag{1.8}$$

По этому собственному направлению всегда входят интегральные кривые при увеличении x [1, 2]. Третье собственное направление параллельно оси h_z и является входящим для точек A_3, A_4 [3].

В точке A_1 существует единственное входящее собственное направление. Оно определяется формулой (1.8) и принадлежит плоскости $h_z=0$. Как следует из [1, 2], соответствующая ему интегральная кривая целиком лежит в сверхзвуковой области и не существует волн детонации, состояние за которыми соответствует точке A_1.

2. Рассмотрим теперь различные типы ионизующих волн детонации.

I. Быстрая сверхзвуковая волна. Состоянию за волной соответствует точка A_2, и для существования структуры необходимо выполнение двух дополнительных соотношений [1]. Интегральные кривые, входящие при увеличении x в A_2, лежат в плоскости $h_z=0$. Поэтому структура такой волны является плоскополяризованной и первое дополнительное соотношение имеет вид

$$\Delta h_z=0$$

Второе дополнительное соотношение находится из рассмотрения структуры плоскополяризованной волны. В явном виде оно получено в случаях, когда характерная длина диссипации магнитного поля много больше ($\delta \gg 1$) [1] либо много меньше ($\delta \ll 1$) [2] характерной длины химической реакции.

II. Промежуточная сверхзвуковая волна. Структура волны заканчивается в точке A_3 и для ее существования необходимо выполнение одного дополнительного соотношения [1]. Будем рассматривать случай, когда скорость в точке A_3 меньше a_0. Тогда входящие в нее интегральные кривые образуют поверхность. Обозначим через t_S температуру за газодинамическим скачком, с которого начинается структура. Дополнительное соотношение находим из условия, что начальные значения магнитного поля принадлежат проекции на плоскость $h_y h_z$ кривой пересечения интегральной поверхности либо с поверхностью $F(u, h_y, h_z)=0$ ($t_S > \max(t_*, t_g)$), либо с поверхностью $t=t_*(t_g<t_S<t_*)$. Если $t_*<t_S<t_g$, то, вообще говоря, в исследуемом случае нулевой гидродинамической вязкости эта волна становится неэволюционной аналогично плоской волне, рассмотренной в [2].

Обозначим через L_3 совокупность двух интегральных кривых, которые входят в A_3 параллельно оси h_z и принадлежат поверхности $F(u, h_y, h_z)=1$ [3].

Рассмотрим случай $\delta \gg 1$. Тогда поверхность, образованная входящими в A_3 интегральными кривыми, совпадает с точностью до δ^{-1} с цилиндром, направляющие которого параллельны оси u, а образующей является L_3. Очевидно, что при $t_g<t<t_*$ входящие интегральные кривые также принадлежат этому цилиндру. Поэтому в случаях $t_S>\max(t_*, t_g)$ либо $t_g<t_S<t_*$ дополнительное соотношение определяется пересечением этого цилиндра с поверхностью $F(u, h_y, h_z)=0$. Оно представляет собой уравнение проекции кривой L_3 на плоскость $h_y h_z$ и является тем же самым, что и для промежуточных ионизующих ударных волн [3].

Если скорость в точке A_2 дозвуковая, то существуют плоскополяризованные промежуточные волны с пространственной структурой. Действительно, при $u(A_2)<a_0$ интегральные кривые L_3 идут из точки A_2 в точку A_3 [3]. Поэтому решение задачи о структуре может состоять из интегральной кривой, лежащей в плоскости $h_z=0$ и входящей в A_2, и одной из кривых L_3. При этом в структуре меняются обе поперечные составляющие магнитного поля. Найдем дополнительные соотношения, обеспечивающие существование структуры таких волн.

Рассмотрим вначале случай $\delta \gg 1$. Тогда интегральная кривая L_2, входящая в точку A_2, сколь угодно близка к вертикальной прямой [1]. Отсюда следует, что при $t_S>\max(t_*, t_g)$ или $t_g<t_S<t_*$ решение задачи о структуре существует, если $h_{y1}=h_y(A_2)$. Здесь $h_y(A_2)$ – значение h_y в точке A_2. Это дает дополнительное соотношение в виде

$$(2.1)\qquad (\gamma+1)E^2 + 2\gamma h_1 E\left(p_1+u_1-\frac{\gamma+1}{\gamma}\right) - h_1^2[\gamma+1-2\gamma p_1-2\gamma u_1+ +(\gamma-1)u_1^2+2\gamma u_1 p_1+2(\gamma-1)q]=0$$

Индекс 1 относится к величинам перед волной. Если считать заданным начальное состояние, то больший корень (2.1) определяет электрическое поле E. Из (2.1) следует, что структура такого типа существует, когда параметры перед волной удовлетворяют неравенствам

$$p_1+u_1>\frac{\gamma+1}{\gamma},\qquad 0<(u_1-\gamma p_1)^2-2(\gamma^2-1)q<\gamma^2\left(p_1+u_1-\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^2$$

Если $t_*<t_S<t_g$, то плоскополяризованная волна является эволюционной и решение задачи о структуре состоит из газодинамического скачка, участка кривой $F(u, h_y, 0)=0$, отрезка интегральной кривой L_2 и кривой L_3. Для существования структуры температура в точке пересечения $F(u, h_y, 0)=0$ с L_2 должна равняться t_g. Дополнительное соотношение находим из условий

$$(2.2)\qquad \begin{cases} h^4+(\gamma-2)Eh^3+h^2[\gamma+1-2\gamma I+2(\gamma-1)e]-2E(\gamma+1-\gamma I)h+(\gamma+1)E^2=0\\ 4(h^2-2Eh-A)^2+2(h^2-2I)^2(h^2-2Eh-A)+(\gamma-1)(h^2-2I)^2 t_g=0 \end{cases}$$

$$A=2(e-q)-(\gamma+1)t_g$$

(2.2) определяет электрическое поле E, если исключить h и считать константы I, e выраженными через параметры газа перед волной.

В случае $\delta \ll 1$ интегральная кривая L_2 совпадает с точностью до δ с МГД гиперболой [2]. Поэтому решение задачи о структуре при $t>\max(t_*, t_g)$ состоит из отрезка МГД гиперболы, лежащей в плоскости $h_z=0$ и интегральной кривой L_3. Легко видеть, что при заданном начальном состоянии для существования структуры рассматриваемой промежуточной волны электрическое поле E должно быть таким же, как и для быстрой волны. Дополнительные соотношения для быстрой волны в [2] представлены в виде $f(E, B_1)=0$, где B_1 – совокупность параметров, задающих начальное состояние. Поэтому эти соотношения являются дополнительными соотношениями для плоскополяризованной промежуточной волны с пространственной структурой. При этом очевидно, что изменение магнитного поля в быстрой и промежуточной волнах различно.

Таким образом, могут существовать плоскополяризованные промежуточные волны двух типов – имеющие плоскую и пространственную структуру. При этом волны первого типа не меняют, а второго – изменяют знак касательной составляющей магнитного поля.

III. Медленная сверхзвуковая волна. Структура этой волны оканчивается в точке A_4. Эта особая точка – узел, и интегральные кривые, входящие в нее при увеличении x, заполняют некоторую область в пространстве u, h_y, h_z. Поэтому дополнительные соотношения типа равенства отсутствуют и решение задачи существует в некоторой области значений параметров.

Поступила 30 VIII 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бармин А. А., Лебедева Л. Н.* Структура волн детонации, ионизующих газ при наличии электромагнитного поля. Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 6.
2. *Бармин А. А., Лебедева Л. Н.* Структура волн детонации, ионизующих газ при наличии электромагнитного поля. Случай малой магнитной вязкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3.
3. *Бармин А. А., Куликовский А. Г.* Об ударных волнах, ионизующих газ при наличии произвольно ориентированного магнитного поля. В сб. «Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды». М., «Наука», 1969, стр. 35—48.
4. *Куликовский А. Г., Любимов Г. А.* Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962, стр. 199—227.

УДК 538.4

ПРИМЕРЫ ПРОСТЕЙШИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИЙ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ И ТЕМПЕРАТУР ЭЛЕКТРОНОВ И ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

В. В. ГОГОСОВ, И. Н. ЩЕЛЧКОВА

(Москва)

Рассмотрены примеры граничных условий в некоторых частных случаях. Условия, предложенные в работах [1, 2], могут быть использованы для любой компоненты плазмы. Для одной и той же стенки граничные условия будут, вообще говоря, различны для каждой из компонент.

1. Допустим, что решается задача о распределении концентрации электронов вблизи стенки в одномерном приближении, когда концентрация электронов на некотором расстоянии от стенки, а также распределение температур известны. Будем считать, как и в [1], что при контакте квазинейтральной плазмы с твердой поверхностью может существовать пристеночный заряженный слой, толщина которого меньше длины свободного пробега.

С точки зрения макроскопического описания процессов переноса в плазме область резкого изменения электрического потенциала можно рассматривать как поверхность разрыва нулевой толщины. При этом во всем объеме плазмы $x \geqslant 0$ справедливы уравнения движения для электронной и ионной компонент, в которых $n_e=n_i=n$ (все обозначения совпадают с принятыми в работе [1]). При соответствующих предположениях эти уравнения имеют вид

$$nv_e = -D_e\frac{dn}{dx} - b_e nE, \qquad nv_i = -D_i\frac{dn}{dx} + b_i nE \tag{1.1}$$

На твердой стенке $x=0$ потоки частиц удовлетворяют некоторым соотношениям — «граничным условиям», выведенным в работах [1, 2]. Воспользуемся для