

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ УДЛИНЕННЫХ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

А. В. АНТОНЕЦ, Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ

(Москва)

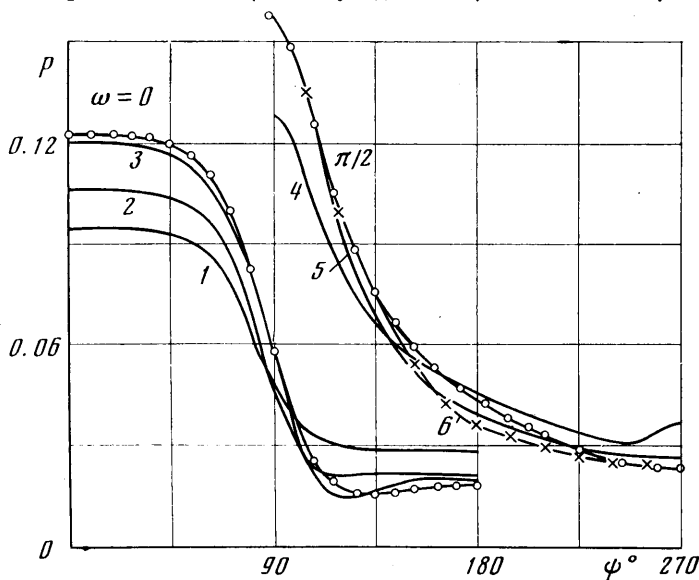
К настоящему времени разработаны вычислительные алгоритмы и проведены систематические исследования пространственного сверхзвукового обтекания осесимметричных тел потоком как совершенного газа, так и потоком воздуха с равновесными и неравновесными физико-химическими превращениями [1-6]. Подробно изучены конические течения около тел с различной формой поперечного сечения в широком диапазоне углов атаки [7-11]. По мере дальнейшего развития численных методов очередной задачей становится анализ сверхзвукового обтекания затупленных тел большого удлинения с достаточно произвольной формой поперечных сечений. В данной работе рассматриваются эффекты существенно пространственного (без плоскостей симметрии) обтекания тел, поперечные сечения которых представляют собой эллипсы с постоянным или переменным отношением осей по длине тела.

Решение задачи о сверхзвуковом обтекании затупленного тела большого удлинения строится в два этапа. Сначала определяются газодинамические функции в дои транзвуковой области течения около лобовой поверхности тела. Для этого применяется метод установления [12], позволяющий получить предельное (при  $t \rightarrow \infty$ ) решение полной системы нестационарных уравнений газовой динамики от сравнительно произвольных начальных данных при независимых от времени граничных условиях. Из полученного в результате решения четырехмерной задачи стационарного распределения газодинамических функций извлекаются необходимые начальные данные для следующего этапа расчета сверхзвуковой области течения. На этом этапе в силу гиперболичности стационарной системы газодинамических уравнений по продольной координате  $x$  последовательно решается трехмерная задача [5].

В общем случае пространственных течений направление вектора скорости однородного потока  $V$  задается двумя углами: углом атаки  $\alpha$  между вектором скорости  $V$  и продольной осью тела  $x$  и углом собственного вращения  $\omega$ , равного углу между вертикальной плоскостью симметрии тела и плоскостью угла атаки, содержащей ось  $x$  и вектор скорости набегающего потока. Для эллиптического конуса естественным затуплением является трехосный эллипсоид с таким же, как у конуса, отношением поперечных осей  $c/v$  (полуоси  $a, b, c$  направлены вдоль декартовых координат  $x, y, z$ ). Расчет течения около эллипсоида проводится в сферической системе координат  $r, \theta, \psi$  с центром, сдвигаемым к критической точке относительно центра эллипсоида, чтобы получить начальные данные для расчета обтекания конусов с максимально возможными углами полураствора. Плоскость  $\theta = \pi/2$ , являясь одной из расчетных, выбирается целиком лежащей в сверхзвуковой области течения. Продолжение решения от  $\theta = \pi/2$  вниз по потоку осуществляется в цилиндрической системе координат  $x, \psi, r$ . Отсутствие плоскости симметрии течения приводит к необходимости рассматривать полную область по меридиональному углу  $0 \leq \psi \leq 2\pi$ . Других, непосредственно не связанных с расширением рассчитываемой области течения, изменений в алгоритме [5] не требуется. Газ предполагается совершенным с отношением удельных теплоемкостей  $\gamma = c_p/c_v = 1.4$ .

Рассмотрим обтекание затупленного по эллипсоиду ( $a : b : c = 1 : 1 : 1.5$ ) эллиптического конуса с отношением полуосей  $b : c = 1 : 1.5$  и углом полураствора в плоскости малой оси  $\theta_s = 8^\circ$  сверхзвуковым потоком газа при  $M_\infty = 6$ ;  $\alpha = 10^\circ$ ;  $\omega = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ . Если  $\omega = 0$  или  $\omega = \pi/2$ , то течение, очевидно, имеет плоскость симметрии, и на больших удалениях вниз по потоку от затупления результаты можно сравнить с асимптотическими решениями для конических течений, полученными аналогично [11]. На фиг. 1 линиями с индексом 0 показаны распределения давления  $p$  на остром эллиптическом конусе при  $\omega = 0$  и  $\omega = \pi/2$ . Давление отнесено к удвоенному скоростному напору набегающего потока  $2q_\infty = \rho_\infty V_\infty^2$ . Кривыми с индексами 1-6 нанесены результаты для затупленного конуса при  $X = x/a = 5.4, 10.1, 16.6$  ( $\omega = 0$ );  $5.4, 10.4, 14.9$  ( $\omega = \pi/2$ ). Координата  $x$  отсчитывается от носика тела. Видно, что с увеличением  $x$  распределение давления по меридиональному углу  $\psi$  на затупленном эллиптическом конусе приближается к асимптотическому коническому решению. В то же время из-за энтропийного эффекта значения плотности (температуры) отличаются примерно в 3 раза. Для острого конуса энтропийная функция  $\theta(\psi) = p \cdot \rho^{-\gamma}$  на поверхности тела (нулевой линии тока) принимает значение 0.0173, а для затупленного - 0.081.

Изменение давления на теле  $p(\psi)$  при увеличении  $\omega$  от 0 до  $\pi/2$  при  $X=13.1$  иллюстрируется на фиг. 2 (индексы на кривых 1÷4 соответствуют  $\omega=0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ ). По этим распределениям давления можно проследить, как сдвигается точка растекания поперечного потока (максимум давления) из плоскости  $\psi=0$  в плоскость



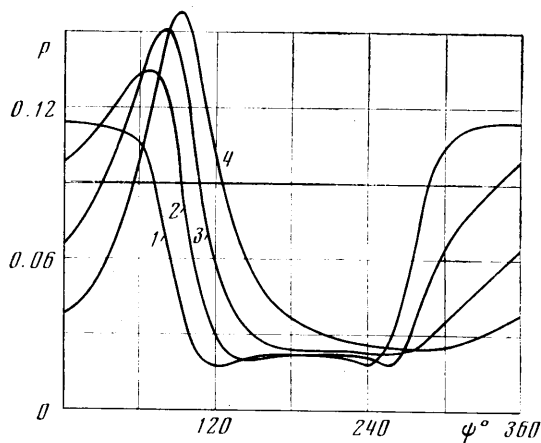
Фиг. 1

$\psi=\pi/2$  при увеличении угла собственного вращения  $\omega$ . Одновременно с перемещением этой точки увеличиваются максимальные уровни давления и пропадает «полка» давления на наветренной стороне тела, что связано с изменением характера зависимости местного угла атаки  $\alpha_m$  от меридионального угла  $\psi$ .

Для произвольного тела  $r(x, \psi)$  местный угол атаки определяется формулой

$$\sin \alpha_m = (v_\infty / |v_\infty|, \mathbf{n})$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внутренней нормали к поверхности  $r=r(x, \psi)$ .



Фиг. 2

В частном случае для тел с эллиптическим поперечным сечением (полуоси эллипсов  $b(x)$  и  $c(x)$  лежат в двух взаимно перпендикулярных плоскостях симметрии) имеем:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_m = & [(\delta^2 b' \cos^2 \psi + c' \sin^2 \psi) \cdot \\ & \cdot \cos \alpha + \delta^2 \cos^2 \psi + \sin^2 \psi \cdot \\ & \cdot (\delta^2 \cos \psi \cos \omega + \sin \psi \sin \omega) \sin \alpha] \cdot \\ & \cdot [(\delta^2 b' \cos^2 \psi + c' \sin^2 \psi)^2 + \\ & + (\delta^2 \cos^2 \psi + \sin^2 \psi) \cdot (\delta^4 \cos^2 \psi + \\ & + \sin^2 \psi)]^{-1/2} \end{aligned}$$

где  $\delta = c/b$ ;  $b' = ab/dx$ ;  $c' = dc/dx$ .

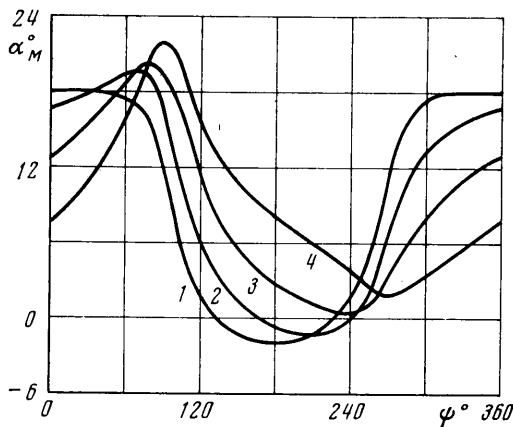
Зависимость  $\alpha_m(\psi)$  для эллиптического конуса ( $\delta = \text{const} = 1.5$ ;  $c' = \delta b'$ ;  $b' = \text{tg } 8^\circ = 0.1405$ ) показана на фиг. 3 для  $\omega = 0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$  кривыми с индексами 1, 2, 3, 4. По функции  $\alpha_m(\psi)$ , воспользовавшись результатами систематических расчетов осесимметричного сверхзвукового обтекания затупленных конусов [3], можно приближенно определить распределение давления вдоль образующих эллиптического конуса. Сравнение точных расчетов (I) с результатами метода местных затупленных конусов (II) при  $\omega = 0$

приведено ниже.

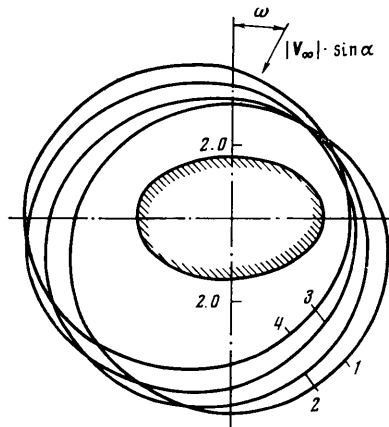
X	1	2	3	4	6	8	10	12.5	15
$\psi=0^\circ$									
I	0.135	0.121	0.105	0.097	0.095	0.100	0.105	0.111	0.118
II	0.127	0.106	0.099	0.099	0.106	0.113	0.118	0.122	0.124
$\psi=90^\circ$									
I	0.080	0.070	0.060	0.053	0.047	0.048	0.048	0.050	0.052
II	0.090	0.072	0.062	0.059	0.055	0.055	0.057	0.059	0.061
$\psi=180^\circ$									
I	0.032	0.020	0.031	0.031	0.027	0.023	0.021	0.020	0.020
II	0.039	0.033	0.029	0.026	0.022	0.019	0.018	0.018	0.018

Обнаруживается заметное отличие как в значениях давления, полученных двумя способами (до 20%), так и в координате X точки минимума давления на наветренной стороне тела.

Влияние угла собственного вращения  $\omega$  на отход ударной волны от боковой поверхности затупленного конуса показано на фиг. 4, где кривые 1-4 соответствуют



Фиг. 3



Фиг. 4

сечениям ударных волн плоскостью  $X=5.61$ , когда  $\omega=0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$ . Отход ударной волны от поверхности тела слабо зависит от угла  $\omega$  в окрестности двух полуплоскостей  $\psi=135$  и  $315^\circ$ . Наименьшее влияние угла  $\omega$  на давление на поверхности тела наблюдается для образующей  $\psi=250^\circ$ .

$\omega$	Расчетные данные			Экспериментальные данные		
	$C_\tau$	$C_n$	$C_d$	$C_\tau$	$C_n$	$C_d$
0	0.305	0.290	0.550	0.300	0.300	0.555
$\pi/6$	0.300	0.245	0.555	0.300	0.260	0.560
$\pi/3$	0.300	0.170	0.595	0.300	0.215	0.600
$\pi/2$	0.295	0.155	0.605	0.300	0.175	0.610

Значения аэродинамических коэффициентов в связанной с телом системе координат  $x, y, z$  приведены ниже. Здесь в качестве характерных величин используются текущие значения длины и площади поперечного сечения, моментные характеристики определяются относительно центра эллипсоида.

Для конуса с  $X=9$  при различных  $\omega$  проведено сравнение результатов расчета с данными экспериментальных исследований по коэффициентам сил  $C_\tau, C_n$  и коэф-

$\omega=0$										
$X$	1	2	3	5	8	10	12	14	17	
$C_x$	0.910	0.720	0.604	0.430	0.290	0.240	0.210	0.180	0.160	
$C_y$	0.184	0.235	0.252	0.263	0.280	0.299	0.316	0.333	0.360	
$m_z$	0.004	0.031	0.055	0.081	0.116	0.140	0.162	0.181	0.206	
•										
$\omega=\pi/6$										
$X$	1	2	3	5	8	10	15	20	25	30
$C_x$	0.890	0.710	0.585	0.420	0.285	0.238	0.170	0.140	0.123	0.114
$C_y$	0.152	0.188	0.208	0.219	0.236	0.251	0.290	0.320	0.342	0.357
$C_z$	0.040	0.053	0.058	0.062	0.072	0.080	0.098	0.108	0.114	0.118
$m_x \cdot 10^2$	0.395	0.280	0.280	0.325	0.390	0.430	0.480	0.470	0.445	0.420
$-m_y \cdot 10$	0.275	0.190	0.195	0.250	0.365	0.440	0.595	0.680	0.725	0.750
$m_z$	0.003	0.023	0.043	0.068	0.101	0.121	0.163	0.191	0.210	0.223
$\omega=\pi/3$										
$X$	1	2	3	4	6	8	10	12	14	
$C_x$	0.885	0.705	0.575	0.480	0.360	0.285	0.235	0.201	0.177	
$C_y$	0.088	0.110	0.119	0.122	0.128	0.135	0.144	0.153	0.162	
$C_z$	0.070	0.091	0.100	0.104	0.114	0.126	0.140	0.152	0.162	
$m_x \cdot 10^2$	0.410	0.290	0.290	0.310	0.360	0.405	0.438	0.465	0.470	
$-m_y \cdot 10$	0.435	0.325	0.335	0.375	0.490	0.620	0.765	0.870	0.965	
$m_z \cdot 10$	0.020	0.140	0.250	0.330	0.450	0.580	0.680	0.780	0.870	
$\omega=\pi/2$										
$X$	1	2	3	4	6	8	10	12	15	
$C_x$	0.880	0.701	0.570	0.485	0.355	0.280	0.235	0.201	0.165	
$C_z$	0.082	0.104	0.114	0.119	0.130	0.145	0.161	0.173	0.188	
$-m_y$	0.050	0.037	0.038	0.042	0.057	0.070	0.086	0.098	0.112	

коэффициенту центра давления  $C_d$  в плоскости, проходящей через ось тела и вектор скорости набегающего потока (см. таблицу). К рассчитанному значению коэффициента  $C_x$  прибавлялось донное сопротивление, равное при  $M_\infty=6$  величине 0.03.

Расчетные и экспериментальные значения аэродинамических коэффициентов хорошо согласуются между собой. Расхождение по  $C_x$  и  $C_d$  составляет доли процента. Расчетные значения коэффициента  $C_n$  лежат несколько ниже экспериментальных, что, по-видимому, объясняется влиянием пограничного слоя, которое при числах  $Re \approx 2-3 \cdot 10^6$  может достигать  $\approx 10\%$  значения  $C_n$ , рассчитанного в рамках уравнений идеального газа. Эта оценка получена в результате расчета обтекания тела, увеличенного на толщину вытеснения пограничного слоя.

Поступила 2 II 1976

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лунев В. В., Магомедов К. М., Павлов В. Г. Гиперзвуковое обтекание притупленных конусов с учетом равновесных физико-химических превращений, М., ВЦ АН СССР, 1968.
2. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течения газа около тупых тел, ч. 1-2. М., «Наука», 1970.
3. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д. Сверхзвуковое обтекание затупленных тел. Изд-во МГУ, 1971.
4. Белоцерковский О. М., Головачев Ю. Л., Грудницкий В. Г. и др. Численное исследование современных задач газовой динамики. М., «Наука», 1974.
5. Антонец А. В. Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояния газа в ударном слое. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
6. Дьяконов Ю. Н., Миносцев В. Б. Сверхзвуковое пространственное обтекание тел с изломом образующей контура. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1970, № 5.
7. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М., «Наука», 1964.
8. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М., «Наука», 1970.
9. Базжин А. П., Трусова О. Н., Чельшева Н. Ф. Расчет течений совершенного газа около эллиптических конусов при больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.
10. Латыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.

11. Бачманова Н. С., Латыгин В. И., Липницкий Ю. М. Исследование сверхзвукового обтекания круговых конусов на больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 6.
12. Липницкий Ю. М., Михайлов Ю. Я., Савинов К. Г. Расчет пространственных течений идеального газа без плоскости симметрии. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.

УДК 533.6.071.8

### КОНТАКТНАЯ ЗОНА ПРИ НЕМГНОВЕННОМ ОТКРЫТИИ ДИАФРАГМЫ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

Ю. А. ДЕМЬЯНОВ, Е. И. РУЗАВИН, Г. В. СЕКРИЕРУ

(Москва, Кишинев)

Рассматривается структура и характер движения контактной зоны при мгновенном раскрытии диафрагмы в ударной трубе для случая  $Re \rightarrow \infty$  и одинаковых показателей адиабаты толкающего и толкаемого газов. Показано, что профили температур в контактной зоне являются автомодельными, и получено выражение для траектории поверхности раздела газов в контактной зоне.

1. Рассмотрим структуру и характер движения контактной зоны в ударной трубе при мгновенном открытии диафрагмы в случае, когда число  $Re$  достаточно велико, что хорошо оправдывается на практике. Тогда область течения толкаемого (индекс 1) и толкающего (индекс 2) газов можно разбить [1, 2] на внешние зоны, в которых эффектами вязкости и теплопроводности можно пренебречь, и контактную зону, в которой можно пренебречь эффектами вязкости и перепадом давления по толщине, а учитывать лишь влияние теплопроводности.

В случае одинаковых показателей адиабаты  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  теплопроводность газов в контактной зоне не оказывает влияние на течение во внешних зонах [2], которые поэтому для случая мгновенного открытия диафрагмы могут быть рассчитаны в соответствии с [3, 4]. При этом значения температур  $\tau_{\infty 1}(t)$ ,  $\tau_{\infty 2}(t)$  на контактной поверхности  $x = x_{\infty}(t)$  из [4], рассчитанные по теории идеального газа, будут значениями температур на внешних границах теплопроводной зоны, в которой давление  $p_{\infty}(t) = p(t, x_{\infty}(t))$ .

В соответствии с [1, 2] задача сводится к следующей:

$$(1.1) \quad \frac{\partial T_i}{\partial \xi} = A_i^2 \frac{\partial^2 T_i}{\partial \eta_i^2}, \quad i=1, 2$$

$$T_1(\xi=0, \eta_1 > 0) = 1, \quad T_2(\xi=0, \eta_2 < 0) = 1$$

$$T_1(\xi, \eta_1 \rightarrow \infty) = 1, \quad T_2(\xi, \eta_2 \rightarrow -\infty) = 1$$

$$T_1(\xi, \eta_1 = 0) = \frac{\tau_{\infty 2}(t)}{\tau_{\infty 1}(t)} T_2(\xi, \eta_2 = 0)$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial T_1}{\partial \eta_1}(\xi, \eta_1 = 0) = B \frac{\tau_{\infty 2}(t)}{\tau_{\infty 1}(t)} \frac{\partial T_2}{\partial \eta_2}(\xi, \eta_2 = 0)$$

$$T_i = \frac{\tau_i}{\tau_{\infty i}(t)}, \quad A_i = \sqrt{\frac{\lambda_i^{\circ}}{\gamma C_p R \rho_+ t^*}}, \quad \xi = \int_0^{t'} \frac{p}{p_+} dt'$$

$$\eta_i = \int_{x_w'}^{x'} \frac{\rho_i}{\rho_+} dx', \quad B = \frac{\lambda_2^{\circ}}{\lambda_1^{\circ}}, \quad t' = \frac{t}{t^*}, \quad x' = \frac{x}{a_+ t^*}, \quad \lambda_i^{\circ} = \lambda_i \tau_i^{-1}$$

Здесь  $t$  — время,  $x$  — расстояние,  $\rho$  — плотность,  $a$  — скорость звука,  $t^*$  — время раскрытия диафрагмы,  $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $R$  — универсальная газовая постоянная, а плюсом помечены начальные параметры в камере высокого давления,  $\eta = 0$  на поверхности раздела газов  $x = x_w(t)$ .

В рамках принятой в [3, 4] схематизации течения при  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  отношение  $\tau_{\infty 2}(t)/\tau_{\infty 1}(t)$  не зависит от времени. Действительно, так как по обе стороны контактной зоны  $x_{\infty}(t)$  энтропия остается неизменной со временем, то