

Таким образом, рассмотренные особенности пространственных течений газа в соплах сложной формы показывают, что выбором формы до- и сверхзвуковой части сопла можно оказывать влияние на распределение характеристик неравномерности потока.

Проведено сравнение результатов, полученных численными методами, использованными в настоящей работе, с результатами расчетов несимметричных сверхзвуковых течений методом малых возмущений [4]. При этом имеет место значительное отличие величины боковой силы, определенной различными методами, по длине сопла и удовлетворительное согласование периодичности изменения ее знака.

При численных расчетах пространственных течений наблюдалось уменьшение импульса потока по сравнению с его величиной для осесимметричного сопла. Однако величина потерь импульса лежит в пределах точности использованных методов. Для оценки потерь импульса потока в пространственных соплах целесообразно использовать известное правило «эквивалентности», справедливость которого подтверждена даже при значительном отличии течения от осесимметричного [10].

Автор признателен М. Я. Иванову и А. Н. Крайко за внимание к работе и полезные замечания.

Поступила 26 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Darwell H. M., Trubridge G. F. P.* Design of rocket nozzles to reduce gas misalignment. *J. Space. and Rockets*, 1968, vol. 5, No. 1. (Рус. перев.: Профилирование сопел ракетных двигателей с точки зрения уменьшения несимметричности истечения. *Вопр. ракетн. техн.*, 1968, № 8.)
2. *Пирумов У. Г., Росляков Г. С., Сухоруков В. П.* Исследование сверхзвуковых течений в конических соплах. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1974, № 3.
3. *Walters A. G.* Non-symmetric flow in Laval type nozzles. *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A.*, 1972, vol. 273, No. 1232. (Рус. перев.: Несимметричные течения в соплах Лавала. *Вопр. ракетн. техн.*, 1974, № 8.)
4. *Hoffman J. D., Mauck A. R.* The well-tuned nozzle. *AIAA paper*, 1973, No. 1325.
5. *Дворецкий В. М.* К исследованию пространственных смешанных течений в соплах с несимметричным входом. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1975, № 2.
6. *Годунов С. К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. *Матем. сб.*, 1959, т. 47, № 3.
7. *Иванов М. Я., Рылько О. А.* Расчет трансзвукового течения в пространственных соплах. *Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1972, т. 12, № 5.
8. *Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В.* Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. *И. Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1972, т. 12, № 2.
9. *Дворецкий В. М., Иванов М. Я.* К расчету смешанного течения в соплах с несимметричной дозвуковой частью. *Уч. зап. ЦАГИ*, 1974, т. 5, № 5.
10. *Дворецкий В. М., Иванов М. Я., Коняев Б. А., Крайко А. Н.* О правиле «эквивалентности» для течений идеального газа. *ПММ*, 1974, т. 38, вып. 6.

УДК 533.6.011.5

К ИССЛЕДОВАНИЮ СИЛЬНО НЕДОРАСШИРЕННЫХ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙ

М. Я. ИВАНОВ, В. И. КИРЕЕВ

(Москва)

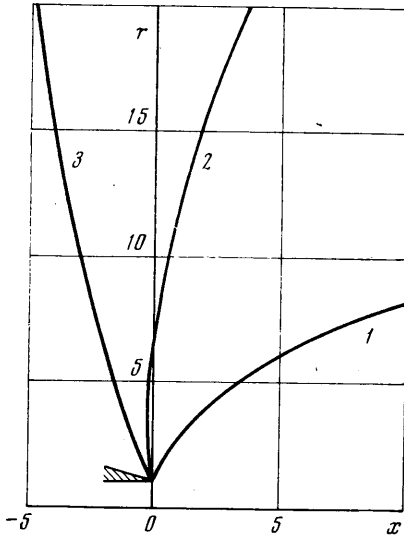
Представлены результаты численного исследования распространения сильно недорасширенных струй идеального газа в затопленном пространстве при числах Маха на срезе сопла, незначительно превышающих единицу. При этом угол разворота потока в окрестности кромки конического сопла может превышать 90° и граница струи заходит за сечение среза сопла. Показано, что параметром автоматодельности для геометрических размеров рассчитанных струй является корень из нерасчетности истечения. Зависимость продольных размеров таких струй от числа Маха на срезе сопла близка к линейной. Проиллюстрировано влияние показателя адиабаты на форму границы струи и висячего скачка уплотнения.

Интегрирование стационарной системы уравнений газодинамики, описывающей двумерное сверхзвуковое течение невязкого и нетеплопроводного газа, проведено по монотонной конечно-разностной схеме сквозного счета первого порядка точности,

предложенной в работах [1, 2] и обобщенной на случай произвольной ориентации вектора скорости в плоскости течения в работе [3].

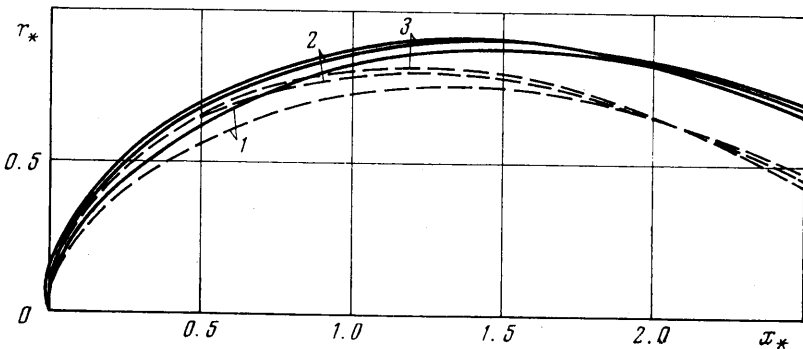
1. Задача о распространении сверхзвуковых струй идеального газа из осесимметричных сопел в затопленном пространстве с постоянным давлением является достаточно подробно изученной. Выяснены основные закономерности течения в таких струях в широком диапазоне изменения определяющих параметров (числа Маха на срезе сопла, степени нерасчетности, показателя адиабаты и угла коничности сопла) и составлены обобщенные таблицы изменения газодинамических параметров [4, 5].

Что касается сильно недорасширенных струй, то здесь численный метод, развитый в [6], позволил исследовать основные характеристики течения до степеней нерасчетности порядка 10^7 и чисел Маха на срезе конического сопла от трех и выше [4].



Фиг. 1

сти сопла и показателем адиабаты κ . Систему координат xr расположим таким образом, чтобы ее начало совпадало с центром выходного сечения сопла, а ось x совместим с осью симметрии сопла (струи). За характерный линейный размер выберем радиус выходного сечения сопла.



Фиг. 2

Учитывая то, что численный метод решения данной задачи (включая вывод конечно-разностных соотношений и способ построения расчетной сетки) подробно изложен в работе [3], ниже отметим только некоторые из его особенностей.

Расчет струи ведется от линии начальных данных, расположенной примерно на расстоянии 0.1 от среза сопла. Параметры газа на этой линии определяются из усло-

Необходимым условием применения неявной конечно-разностной схемы [6] является превышение осевой компонентой вектора скорости местной скорости звука, в связи с чем этот метод не позволяет рассчитывать течение в затопленных струях при больших степенях нерасчетности, когда число Маха на срезе сопла незначительно превышает единицу.

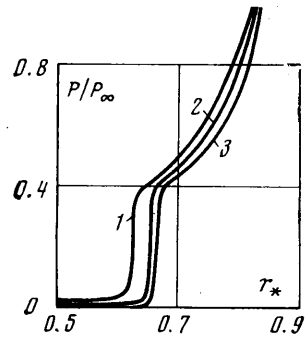
В настоящей статье представлены результаты исследования течения в затопленных струях при числах Маха на срезе сопла, равных 1.05, 2 и 3, степенях нерасчетности 10^2 , 10^4 и 10^8 и показателях адиабаты 1.2, 1.4 и 1.6. Некоторые расчеты сильно недорасширенных струй приведены в работе [3], где показана также удовлетворительная точность получаемых результатов путем сравнения с табличными данными [4].

2. Пусть сверхзвуковая струя невязкого и нетеплопроводного газа истекает из конического сопла с углом наклона образующей θ_a в затопленное пространство с постоянным давлением p_∞ . Течение в струе определяется заданием числа Маха на кромке сопла M_a , нерасчетности истечения $n = p_a/p_\infty$, где p_a — давление на кромке сопла, углом θ_a конично-

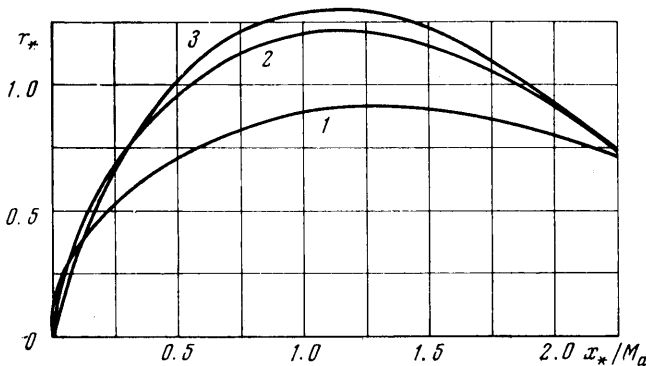
вия коничности потока, а в окрестности кромки сопла — по соотношениям для плоской центрированной волны разрежения, что позволяет существенно уменьшить ошибки расчета, связанные с бесконечными производными от газодинамических функций на кромке сопла [3]. Разностная сетка совмещается с границей струи и строится с помощью плавно сопрягающихся дуг окружностей. Висячий скачок уплотнения представляется областью резкого изменения параметров потока, причем область перехода через скачок занимает около пяти расчетных ячеек. Все представленные ниже расчеты, если не оговорено особо, проведены на разностной сетке в 100 ячеек. Время счета одного варианта на ЭВМ БЭСМ-6 составляет ~40 мин.

Использованный метод позволяет определять течение только в первой «бочке» недорасширенной струи вплоть до окрестности нерегулярного отражения висячего скачка уплотнения от оси симметрии (до зоны дозвуковых скоростей). Отметим, что в случае сильно недорасширенных струй первая бочка имеет размеры порядка сотен и тысяч радиусов выходного сечения сопла. На столь больших расстояниях могут стать существенными эффекты вязкости (особенно в окрестности границы струи) и приближение идеального газа, в рамках которого решается задача, не будет удовлетворительным.

3. На фиг. 1—5 приведены некоторые результаты параметрического исследования сильно недорасширенных струй в указанном выше диапазоне изменения определяющих параметров. Первые три фигуры представляют результаты расчета струи с $M_a=1.05$, $\theta_a=0$, $\kappa=1.4$ для трех значений $n=10^2$, 10^4 и 10^6 (кривые 1—3 соответственно). Начальный участок границ струй в плоскости течения показан на фиг. 1.



Фиг. 3



Фиг. 4

Для $n=10^4$ и 10^6 граница струи заходит за сечение среза сопла. Геометрические размеры струй при указанных значениях нерасчетностей существенно различаются. Однако, если использовать новые переменные $x_*=x/\sqrt{n}$ и $r_*=r/\sqrt{n}$ (в этих переменных, как показано в [7] для $M_a \geq 3$, форма первой бочки струи слабо зависит от n), то границы струй и висячие скачки уплотнения будут близки друг к другу. Отмеченная автомодельность по \sqrt{n} иллюстрируется на фиг. 2, где сплошными линиями представлены границы струй, а штриховыми — скачки уплотнения. Кривые, обозначенные цифрами 1, 2 и 3 на этой и следующей фигурах, отвечают соответственно $n=10^2$, 10^4 и 10^6 .

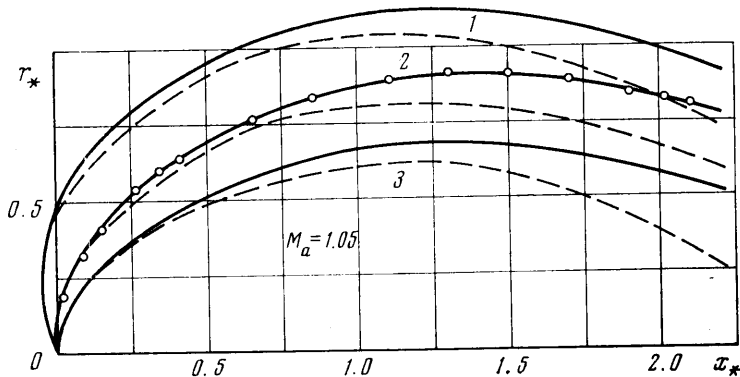
Распределение давления, отнесенного к p_∞ , в поперечном сечении $x_*=2$ рассматриваемых струй в зависимости от координаты r_* показано на фиг. 3.

Еще одной хорошо известной особенностью течения в затопленных струях является линейная зависимость продольных размеров таких струй от числа Маха на срезе сопла (например, координаты x максимального поперечного размера первой бочки). Этим свойством обладают также рассчитанные струи. Так, для случая $n=10^6$, $\kappa=1.4$ на фиг. 4 представлены границы струй и скачки уплотнения при $M_a=1.05$, 2, 3 в переменных x_*/M_a и r_* (кривые 1—3 соответственно).

Проиллюстрируем влияние показателя адиабаты на форму затопленных струй. На фиг. 5, отвечающей $M_a=1.05$, в плоскости переменных x_* и r_* показаны границы

струй (сплошные линии) и скачки уплотнения (штриховые линии) при $n=10^6$ для трех значений $\kappa=1.2, 1.4$ и 1.6 (кривые 1—3 соответственно). Граница струи при $\kappa=1.2$ заходит за сечение среза сопла примерно на 50 радиусов выходного сечения сопла. Отметим, что в этом случае простой зависимости геометрических размеров струй от κ не наблюдается.

Для того чтобы можно было судить о точности представленных в работе результатов (например, определения геометрических характеристик струй) при использовании вычислений со 100 разностными ячейками, на фиг. 5 для струи с $M_a=1.05$, $n=10^6$, $\theta=0$ и $\kappa=1.4$ кружочками приведена граница, полученная из расчета



Фиг. 5

с 200 ячейками. Более полная оценка точности использованного метода проведена в [3].

Представленные результаты позволяют распространить известные критерии подобия геометрических размеров сильно недорасширенных струй (подобие по величине корня из нерасчетности и линейную зависимость от M_a) на случаи чисел Маха на срезе сопла, незначительно превышающих единицу.

Авторы признательны А. Н. Крайко за внимание к работе.

Поступила 16 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. 1. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2.
2. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. 2. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 3.
3. Иванов М. Я., Киреев В. И. К расчету распространения сверхзвуковой недорасширенной струи в затопленном пространстве при больших степенях нерасчетности. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1976, т. 16, № 2.
4. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 2, М., Изд-во МГУ, 1971.
5. Жогов В. А., Хомутский А. А. Атлас сверхзвуковых течений свободно расширяющегося идеального газа, истекающего из осесимметричного сопла. Тр. ЦАГИ, вып. 1224.
6. Дьяконов Ю. Н., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д., Усков В. И. К расчету пространственных течений вязкого газа методом сеток. В сб.: «Вычислительные методы и программирование (Численные методы в механике сплошных сред)», вып. 15. М., Изд-во ВЦ МГУ, 1970.
7. Аверенкова Г. И., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 1. М., Изд-во МГУ, 1970.