

весного давления за волной к давлению перед волной) $P_e = p_e/p_0 = 3.32$, а ее скорость $v_0 = 50.9$ м/сек, $p_0 = 0.358$ бар.

Для случая представленного на фиг. 2 соответственно имеем $p_0 = 0.902$ бар, $P_e = 1.32$ ($v_0 = 66.2$ м/сек). Теплообмен определяется коэффициентом $N_i = 30$. Линия - 1' на графике для $P_i = p_i/p_0$ фиг. 1 и 2 — распределение давления жидкости для осредненной монодисперсной смеси. Усредненный диаметр получается по формуле

$$(5) \quad \delta_0 = \frac{\sum_{i=2}^m \alpha_{i0} \delta_{i0}}{\sum_{i=2}^m \alpha_{i0}}$$

Для рассчитанных сильной и слабой волн $\delta_0 = 3$ мм. Линии 1—4 на графиках для $P_i = p_i/p_0$ — распределение давления соответственно первой и четвертой фазы.

Рассчитывались различные варианты с разными δ_{i0} и соответственно α_{i0} так, чтобы средний диаметр, вычисленный по (5), был одинаковым во всех вариантах. Проверялись также эффекты из-за несовпадения скоростей фаз и за счет теплообмена.

Из расчетов можно сделать выводы.

Полидисперсность и относительное продольное движение фаз (скольжение) в волне с осцилляционной структурой делают ее более «монотонной», т. е. они уменьшают амплитуду пульсаций осредненного давления в жидкости. Если учесть тепловую диссипацию, то в смеси, где пузырьки различаются по размерам не более чем в 1.5—2 раза, отмеченные эффекты слабо влияют на распределение давления жидкости (см. фиг. 1, 2).

Далее расчеты показали, что более мелкие пузырьки «следят» за давлением жидкости. А крупные «раскачиваются» значительно больше, чем пузырьки газа в осредненной монодисперсной смеси.

Таким образом, для рассмотренной полидисперсности смеси распределение осредненного давления в жидкости внутри структуры ударных волн можно изучать в рамках монодисперсной смеси с осредненным размером пузырьков. Отметим, что осредненное давление в жидкости является величиной, измеряемой в настоящее время в экспериментах.

Поступила 4 II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа. Докл. АН СССР, 1974, т. 214, № 4.
2. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш. Структура ударных волн в жидкости, содержащей пузырьки газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 6.
3. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
4. Нигматулин Р. И. Некоторые вопросы гидромеханики двухфазных сред. Изв. АН СССР, 1968, № 3.

УДК 533.6.011.35:518.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ СОПЛА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДО- И СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

В. М. ДВОРЕЦКИЙ

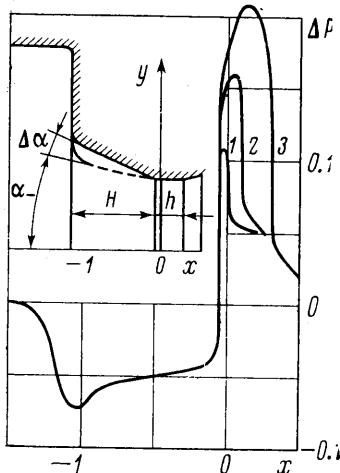
(Москва)

Анализируются особенности пространственных до- и сверхзвуковых течений вязкого и нетеплопроводного газа в соплах сложной формы. В основу исследования положено численное интегрирование системы уравнений газодинамики с помощью монотонных конечно-разностных схем первого порядка точности.

Выполненные к настоящему времени методом малых возмущений [1—3] и методом характеристик [4] исследования многомерных течений газа показали, что в сверхзвуковом потоке возмущения распространяются в соответствии с некоторым колебательным законом, характеристики которого определяются геометрией сопла. Для дозвукового потока в сопле с несимметричным входом также отмечен знакопеременный характер распределения неравномерности течения [3].

Настоящая работа содержит анализ пространственных течений по всему тракту сопла, включая до- и сверхзвуковую его части. С помощью разностной схемы С. К. Годунова [6], обобщенной на случай трех пространственных переменных [7], рассмотрено влияние геометрических параметров несимметричной входной части сопла на распределение неравномерности потока в дозвуковой области течения. Методом сквозного счета [8] проведено исследование особенностей распространения неравномерности дозвукового потока в сверхзвуковых конических и профилированных соплах. Показано, что особенности пространственных смешанных течений зависят от конфигурации сопла. Представленные результаты иллюстрируют возможность оказывать влияние выбором формы профиля сопла на распределение характеристик неравномерности потока.

1. Исследуется смешанное течение газа в до- и трансзвуковой областях сопла Лавалья, изображенного на фиг. 1 и имеющего одну плоскость симметрии, совпадающую с плоскостью xu прямоугольной системы координат x, y, z . Плоскость yz помещена в области горла. Линии пересечения стенок сопла с координатной плоскостью xu определяют его форму и задаются в виде функций $y_+(x), y_-(x)$.



Фиг. 1

За характерный размер принят радиус цилиндра, образующего горло сопла. Слева сопло примыкает к цилиндрической трубе радиуса $r=2.8$. В месте соединения цилиндрического и конического участков образуется торец, который стыкуется с этими участками при помощи дуг окружностей радиуса $r=0.3$. Сверхзвуковая часть сопла имеет коническую форму с углом полураствора конуса $\beta=15^\circ 24'$. Разность углов наклона к оси x образующих сужающейся части $y_+(x)$ и $y_-(x)$ определяет величину $\Delta\alpha=\alpha_+-\alpha_-$, которую в дальнейшем будем называть величиной геометрической несимметрии профиля дозвуковой части сопла. В произвольной плоскости $x=\text{const}$ контур стенки сопла задается уравнением

$$[y/y_{\pm}(x)]^2 + [z/z_{\pm}(x)]^2 = 1$$

По длине сопла выполняется равенство $y_-(x) = z_+(x)$, т. е. нижняя четверть произвольного сечения образована окружностью. Метод расчета и его особенности, а также анализ точности вычислений подробно изложены в [7, 9]. Газ полагается совер-

шенным с показателем адиабаты $\kappa=1.4$.

Зависимость характеристик пространственного течения в трансзвуковой области сопла от длины h цилиндрического участка в горле исследуется на примере сопла, имеющего длину входной части $H=1.2$, угол наклона образующей $y_-(x)$ к оси сопла $\alpha_-=13^\circ$, геометрическую несимметрию профиля $\Delta\alpha=10^\circ$. Длина цилиндрического участка в горле принята равной $h=0.055, 0.142, 0.335$.

Как уже отмечалось в [5], для неравномерности поля давления на стенке сопла по его длине в плоскости максимальной несимметрии $\Delta p = p_- - p_+$ имеет место знакопеременная зависимость (на фиг. 1 указанная зависимость представлена для перечисленных значений h кривыми 1, 2, 3 соответственно). Анализ несимметричных течений в соплах различных форм [5] показывает, что максимальная неравномерность в распределении параметров потока возникает в трансзвуковой области непосредственно за точкой изменения геометрической кривизны контура. Отнесение точки изменения геометрической кривизны профиля в область малых скоростей, например, введением радиуса на входе в горло может способствовать уменьшению неравномерности потока.

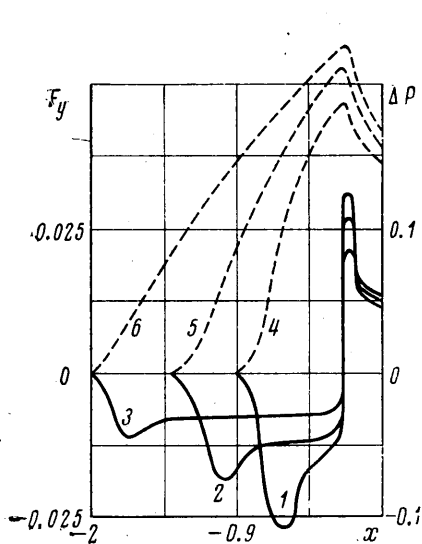
С увеличением длины цилиндрического участка в горле сопла неравномерность поля давления Δp в трансзвуковой области возрастает с 18 до 32% давления на образующей $y_-(x)$. Такая особенность в распределении поля давления обусловливает значительное уменьшение величины боковой силы с ростом h в трансзвуковой области течения. В диапазоне рассмотренных значений h боковая сила в горле сопла линейно уменьшается с 1.94 до 0.24% импульса потока.

Исследование влияния длины несимметричной входной части сопла на распределение характеристик неравномерности течения проведено для сопла, имеющего цилиндрический участок в горле длиной $h=0.055$, угол наклона образующей $y_-(x)$ к оси сопла $\alpha_-=13^\circ$ и величину геометрической несимметрии профиля $\Delta\alpha=10^\circ$. Были выбраны значения длины входной части сопла $H=0.78, 1.2, 2$.

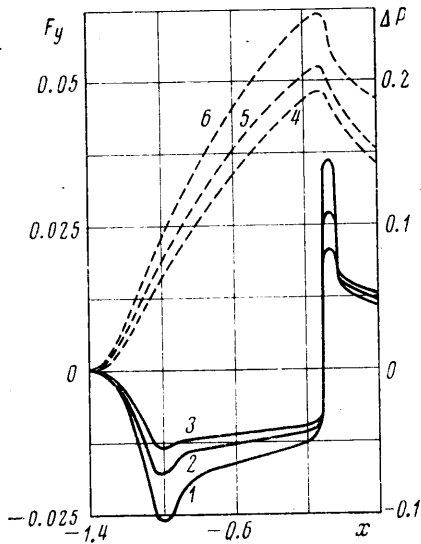
На фиг. 2 сплошными линиями 1, 2, 3 для указанных значений H представлено распределение неравномерности поля давления. С уменьшением длины входной части сопла увеличивается неравномерность потока Δp и при $H=0.78$ достигает на началь-

ном участке входа 11.5% давления на образующей $y_-(x)$, что объясняется возрастанием скорости потока на входе в сопло при уменьшении длины входной его части. С увеличением H боковая сила в горле сопла F_y , определенная как интеграл сил давления в проекции на ось y , возрастает (штриховые линии 4, 5, 6 на фиг. 2). Несмотря на существенное отличие неравномерности поля давления в соплах с различной длиной входной части, отличие в величине боковой силы в области горла для выбранных значений H невелико за счет различия в площадях входных конусов.

Течение в сопле с различными углами полураствора входного конуса анализируется при длине входной его части $H=1.2$. Длина цилиндрического участка в горле составляет $h=0.055$. Величина геометрической несимметрии профиля принята $\Delta\alpha=10^\circ$. Углы наклона образующей $y_-(x)$ составляют $\alpha_- = 8, 13, 18^\circ$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Результаты расчетов распределения параметра Δp , изображенные для указанных значений α_- сплошными линиями 1, 2, 3 на фиг. 3, показывают, что с уменьшением угла полураствора входного конуса α_- возрастает неравномерность потока. Величина Δp достигает при $\alpha_- = 8^\circ$ около 10.5% на входе в сопло и 23% в районе горла от значения давления на образующей $y_-(x)$. Боковая сила в горле сопла с уменьшением α_- также увеличивается (штриховые линии 4, 5, 6 на фиг. 3).

Расчеты смешанных течений проведены в цилиндрической системе координат. Разбиение исследуемой области на ячейки разностной сетки проводилось по продольной оси, по радиусу, а также по угловой координате и содержало ~ 4000 ячеек. Время счета варианта на ЭВМ БЭСМ-6 по программам, составленным на языке АЛГОЛ-60, составляет 3—4 час.

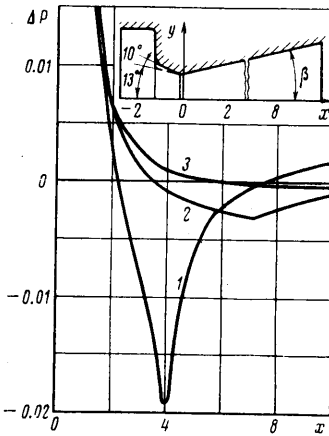
2. Для анализа особенностей распространения неравномерности дозвукового потока в сверхзвуковую часть сопла, проводимого методом сквозного счета [8], в трансзвуковой области выбиралось сечение с полностью сверхзвуковым течением. Расчеты проводились на сетке, образованной разбиением сечения по радиусу и по углу и содержащей ~ 1200 ячеек. Длина конического участка входной части для всех рассматриваемых в дальнейшем сопел равна $H=1.2$, а угол наклона образующей входного конуса $y_-(x)$ составляет $\alpha_- = 13^\circ$.

Расчеты пространственных течений в сверхзвуковом сопле с углом полураствора конуса $\beta = 6^\circ 17'$ при несимметрии на входе, характеризующейся значениями $\Delta\alpha = 5, 10, 14^\circ$, показывают, что, как и в дозвуковой области [5], между локальными и интегральными характеристиками течения и геометрической несимметрией входной части для однопараметрического семейства сопел имеет место линейная зависимость. Это делает возможным анализ неравномерности течения и при малых величинах геометрической несимметрии профиля сопла.

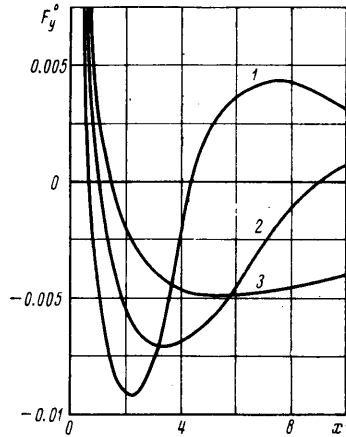
Влияние угла полураствора конуса сверхзвукового сопла на неравномерность потока исследовалось для значений $\beta = 6^\circ 17', 10^\circ 49', 15^\circ 24'$ при длине цилиндрического участка в горле $h=0.055$ и геометрической несимметрии профиля на входе $\Delta\alpha=10^\circ$. На фиг. 4 линиями 1, 2, 3 иллюстрируется изменение неравномерности поля давления Δp по длине конического сопла при указанных углах полураствора соответственно.

Представленная зависимость носит знакопеременный характер. Для любого значения β величина неравномерности поля давления Δp и периодичность изменения ее знака уменьшаются по длине сопла. С увеличением угла полураствора конуса β в диапазоне принятых значений существенно уменьшается неравномерность течения, а также периодичность изменения знака величины Δp , что объясняется возрастанием скорости потока с ростом β .

Как видно из фиг. 5, в соответствии с изменением неравномерности поля давления величина боковой силы F_y° , отнесенной к импульсу потока, и ее направление



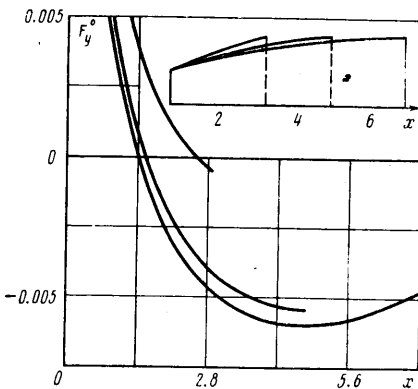
Фиг. 4



Фиг. 5

также периодически меняются по длине сопла. При увеличении β соответственно уменьшается (линии 1, 2, 3 на фиг. 5) величина боковой силы и периодичность изменения ее знака. Точка приложения боковой силы x_F , отсчитываемая от среза сопла, периодически меняет знак, выходя за пределы сопла при нулевых значениях F_y° . Увеличение β ведет к уменьшению периодичности изменения знака величины x_F .

Рассмотренный ранее анализ пространственного течения в трансзвуковой области сопла при переменной длине цилиндрического участка в горле указывает на его особую роль в усилении либо ослаблении неравномерности потока. Эта особенность сохраняется и в сверхзвуковой области течения. Для сопла, имеющего геометрическую несимметрию профиля на входе, характеризующуюся величиной $\Delta\alpha=10^\circ$, и угол полураствора конуса $\beta=6^\circ 17'$, с увеличением длины цилиндрического участка в горле от значения $h=0.055$ до $h=0.335$ максимум неравномерности поля давления Δp уменьшается с 23 до 3.5% давления на образующей $y-(x)$. Уменьшается при этом также и величина боковой силы. Происходит смещение максимумов и нулевых значений неравномерности поля давления Δp и боковой силы F_y° к горлу сопла. Появляется достаточно большой диапазон длин сопла, в котором боковая сила имеет малую величину.



Фиг. 6

Исследование пространственных течений, обусловленных несимметрией входной части, проведено также для сопел, форма сверхзвуковой части которых задавалась многочленом четвертой степени, коэффициенты которого выбирались таким образом, что сопла на срезе имели одинаковую площадь при разной их длине (фиг. 6). Геометрическая несимметрия профиля на входе принималась равной $\Delta\alpha=10^\circ$, длина цилиндра в горле $h=0.055$. Для рассматриваемых сопел характерна малая периодичность изменения знака несимметрии поля давления Δp вследствие более интенсивного разворота потока на начальном участке по сравнению с коническими соплами. Боковая сила F_y° при этом имеет меньшую величину по сравнению с ее значением для конического сопла равной длины и площади расширения.

Таким образом, рассмотренные особенности пространственных течений газа в соплах сложной формы показывают, что выбором формы до- и сверхзвуковой части сопла можно оказывать влияние на распределение характеристик неравномерности потока.

Проведено сравнение результатов, полученных численными методами, использованными в настоящей работе, с результатами расчетов несимметричных сверхзвуковых течений методом малых возмущений [4]. При этом имеет место значительное отличие величины боковой силы, определенной различными методами, по длине сопла и удовлетворительное согласование периодичности изменения ее знака.

При численных расчетах пространственных течений наблюдалось уменьшение импульса потока по сравнению с его величиной для осесимметричного сопла. Однако величина потерь импульса лежит в пределах точности использованных методов. Для оценки потерь импульса потока в пространственных соплах целесообразно использовать известное правило «эквивалентности», справедливость которого подтверждена даже при значительном отличии течения от осесимметричного [10].

Автор признателен М. Я. Иванову и А. Н. Крайко за внимание к работе и полезные замечания.

Поступила 26 I 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. *Darwell H. M., Trubridge G. F. P.* Design of rocket nozzles to reduce gas misalignment. *J. Space. and Rockets*, 1968, vol. 5, No. 1. (Рус. перев.: Профилирование сопел ракетных двигателей с точки зрения уменьшения несимметричности истечения. *Вопр. ракетн. техн.*, 1968, № 8.)
2. *Пирумов У. Г., Росляков Г. С., Сухоруков В. П.* Исследование сверхзвуковых течений в конических соплах. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1974, № 3.
3. *Walters A. G.* Non-symmetric flow in Laval type nozzles. *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A.*, 1972, vol. 273, No. 1232. (Рус. перев.: Несимметричные течения в соплах Лавала. *Вопр. ракетн. техн.*, 1974, № 8.)
4. *Hoffman J. D., Mauck A. R.* The well-tuned nozzle. *AIAA paper*, 1973, No. 1325.
5. *Дворецкий В. М.* К исследованию пространственных смешанных течений в соплах с несимметричным входом. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1975, № 2.
6. *Годунов С. К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. *Матем. сб.*, 1959, т. 47, № 3.
7. *Иванов М. Я., Рылько О. А.* Расчет трансзвукового течения в пространственных соплах. *Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1972, т. 12, № 5.
8. *Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В.* Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. *И. Ж. вычислит. матем. и матем. физ.*, 1972, т. 12, № 2.
9. *Дворецкий В. М., Иванов М. Я.* К расчету смешанного течения в соплах с несимметричной дозвуковой частью. *Уч. зап. ЦАГИ*, 1974, т. 5, № 5.
10. *Дворецкий В. М., Иванов М. Я., Коняев Б. А., Крайко А. Н.* О правиле «эквивалентности» для течений идеального газа. *ПММ*, 1974, т. 38, вып. 6.

УДК 533.6.011.5

К ИССЛЕДОВАНИЮ СИЛЬНО НЕДОРАСШИРЕННЫХ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙ

М. Я. ИВАНОВ, В. И. КИРЕЕВ

(Москва)

Представлены результаты численного исследования распространения сильно недорасширенных струй идеального газа в затопленном пространстве при числах Маха на срезе сопла, незначительно превышающих единицу. При этом угол разворота потока в окрестности кромки конического сопла может превышать 90° и граница струи заходит за сечение среза сопла. Показано, что параметром автоматодельности для геометрических размеров рассчитанных струй является корень из нерасчетности истечения. Зависимость продольных размеров таких струй от числа Маха на срезе сопла близка к линейной. Проиллюстрировано влияние показателя адиабаты на форму границы струи и висячего скачка уплотнения.

Интегрирование стационарной системы уравнений газодинамики, описывающей двумерное сверхзвуковое течение невязкого и нетеплопроводного газа, проведено по монотонной конечно-разностной схеме сквозного счета первого порядка точности,