

6. Donaldson C. D., Snedeker R. C. A study of free jet impingement, pt I. Mean properties of free and impinging jets. J. Fluid Mech., 1971, vol. 45, p. 2.
7. Дородницын А. А. Пограничный слой в сжимаемом газе. ПММ, 1942, т. 6, вып. 6.
8. Cohen C. B., Reshotko E. Similar solutions for the compressible laminar boundary layer with heat transfer and pressure gradient. NASA Rept, 1956, No. 1293.
9. Биркоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.
10. Буковшин В. Г., Шестова Н. П. Падение плоской дозвуковой струи на плоскость под произвольным углом. Инж. ж., 1965, т. 5, № 4.
11. Lees L. Laminar heat transfer over blunt — nosed bodies at hypersonic flight speeds. Jet Propulsion, 1956, vol. 26, No. 4.

УДК 532.529+532.593

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН В ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СМЕСИ ЖИДКОСТЬ — ПУЗЫРЬКИ ГАЗА

В. Ш. ШАГАНОВ

(Уфа)

Исследуется структура стационарных ударных волн в жидкости с пузырьками газа в рамках m -скоростной, m -температурной и с m -давлениями модели ($m > 2$). В монодисперсном случае ($m=2$) эта задача подробно исследована в [1, 2].

Проанализирован вопрос, насколько правомочна операция осреднения, т. е. введения только одного диаметра пузырьков, характеризующего дисперсность газовой фазы. Аналогичная задача для двухфазной среды, состоящей из пара с каплями, исследована в [4].

Рассмотрим движение жидкости со взвешенными в ней пузырьками газа при обычных для двухфазных сред основных допущениях [1-3]. Кроме того, будем считать, что смесь полидисперсная, т. е. в каждом элементарном объеме имеются сферические пузырьки сорта $m-1$. Остановимся на случае, когда отсутствует массообмен между фазами, температуру жидкости (в отличие от температуры пузырьков газа) можно считать постоянной, а сжимаемостью жидкости можно пренебречь.

Для этой смеси запишем дифференциальные уравнения для одномерно-стационарного движения, следующее [1-3] из сохранения масс числа пузырьков и импульсов каждой фазы

$$\frac{d(\rho_1 v_1)}{dx} = 0, \quad \frac{d(\rho_i v_i)}{dx} = 0, \quad \frac{d(n_i v_i)}{dx} = 0 \quad \left(\rho_i = \rho_i^0, \quad \alpha_i, \quad \sum_{i=1}^m \alpha_i = 1 \right)$$

(1)

$$\rho_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = -\alpha_1 \frac{dp_1}{dx} - \sum_{i=2}^m n_i f_i, \quad \rho_i v_i \frac{dv_i}{dx} = -\alpha_i \frac{dp_1}{dx} + n_i f_i$$

$$f_i = f_{mi} + f_{fi}, \quad f_{mi} = \left(\frac{\pi}{12} \right) \rho_i^0 \left[v_i \frac{d}{dx} (\delta_i^3 (v_1 - v_i)) + \delta_i^3 (v_1 - v_i) \frac{dv_1}{dx} \right]$$

$$f_{fi} = \chi_{fi} \rho_i^0 v_i \delta_i (v_1 - v_i), \quad \chi_{fi} = \chi_{fi}(R_{1i}), \quad R_{1i} = \delta_i (v_1 - v_i) v_1^{-1}$$

$$\alpha_i = (\pi/6) n_i \delta_i^3, \quad \rho_i^0 / \rho_{i0}^0 = (\delta_{i0} / \delta_i)^3$$

Здесь нижний индекс 1 относится к параметрам жидкости, а индекс $i=2, 3, \dots$, m — к газовой фазе для пузырьков i -го сорта. Эту часть газовой фазы назовем i -й, ρ_i и ρ_i^0 — соответственно средняя и истинная плотность i -й фазы; α_i — объемное содержание i -й фазы, n_i — количество пузырьков i -й фазы в единице объема смеси, v_i и p_i — скорость и давление i -й фазы; f_i — сила межфазного взаимодействия, действующего со стороны жидкости на один пузырек i -й фазы, причем составляющая f_{mi} соответствует эффекту присоединенных масс из-за ускорения жидкости относительно пузырька, а составляющая f_{fi} — вязкому трению. Коэффициент трения — определяется также, как и в [1, 2]. Нижний индекс (0) относится к равновесному состоянию перед волной.

Уравнение притока тепла i -й фазы (газа) имеет вид

$$\rho_i v_i \frac{du_i}{dx} = \frac{\alpha_i p_i v_i}{\rho_i^\circ} \frac{d\rho_i^\circ}{dx} + n_i q_i, \quad q_i = \pi \delta_i^2 \beta_i (T_1 - T_i) = \pi \delta_i N_i \lambda_2 (T_1 - T_i) \quad (2)$$

$$(N_i = \beta_i \delta_i / \lambda_2)$$

где u_i — удельная внутренняя энергия газа i -й фазы, q_i — интенсивность теплообмена между i -й и первой фазой, приходящаяся на один пузырек i -й фазы, β_i — коэффициент теплообмена между i -й фазой и жидкостью, N_i — соответствующее число Нуссельта, λ_2 — коэффициент теплопроводности газа.

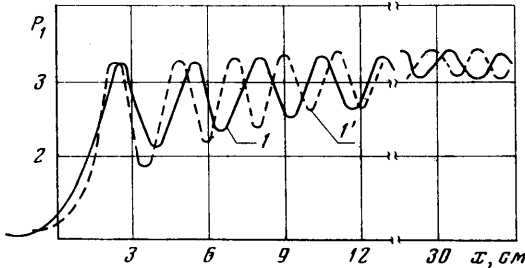
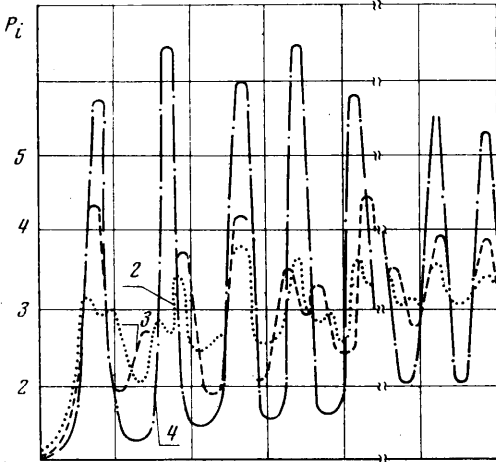
Вместо уравнения энергии первой фазы (жидкости) будет использовано условие постоянства температуры жидкости ($T_1 = T_0 = \text{const}$). Давление фаз и размер пузырей

должны быть связаны условием совместного деформирования. Таким условием в данном случае является уравнение Рэлея, соответствующее пульсации единичного сферического пузыря в безграничной несжимаемой жидкости. Для рассматриваемого случая оно имеет вид

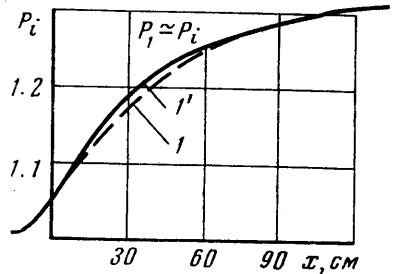
$$\delta_i v_i \frac{dw_i}{dx} + 3w_i^2 - \frac{(v_1 - v_i)^2}{2} + 16 \frac{v_1}{\delta_i} w_i = \frac{2(p_i - p_1 - 4\sigma/\delta_i)}{\rho_i^\circ} \quad (3)$$

$$v_i \frac{d\delta_i}{dx} = 2w_i$$

Здесь w_i — радиальная скорость стенок пузырька, v_1 —



Фиг. 1



Фиг. 2

кинематический коэффициент вязкости жидкости и σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Примем следующие уравнения состояния фаз:

$$\rho_i^\circ = \rho_{i0}^\circ = \text{const}, \quad u_i = cT_i, \quad p_i = (\gamma - 1) \rho_i^\circ T_i \quad (4)$$

где c и γ — соответственно теплоемкость при постоянном объеме и показатель адиабаты газовой фазы.

Система уравнений (1) — (4) замкнутая. Расчет структуры стационарных ударных волн проводится аналогично [2].

Для термодинамических параметров при расчетах принимались следующие значения: $\rho_{10}^\circ = 1126 \text{ кг/м}^3$, $v_1 = 0.75 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{сек}$, $T_0 = 300^\circ \text{ К}$, $c = 716 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \cdot \text{град}$, $\gamma = 1.4$, $\lambda_2 = 2.47 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}/\text{сек}^3 \cdot \text{град}$.

На фиг. 1, 2 приведены результаты расчетов для $\delta_{20} = 2 \text{ мм}$, $\delta_{30} = 3 \text{ мм}$, $\delta_{40} = 4 \text{ мм}$. Для случая фиг. 1 $\alpha_{i0} = 1.41 \cdot 10^{-2}$ ($i = 2, 3, 4$) интенсивность волны (отношение равно-

весного давления за волной к давлению перед волной) $P_e = p_e/p_0 = 3.32$, а ее скорость $v_0 = 50.9$ м/сек, $p_0 = 0.358$ бар.

Для случая представленного на фиг. 2 соответственно имеем $p_0 = 0.902$ бар, $P_e = 1.32$ ($v_0 = 66.2$ м/сек). Теплообмен определяется коэффициентом $N_i = 30$. Линия - 1' на графике для $P_i = p_i/p_0$ фиг. 1 и 2 — распределение давления жидкости для осредненной монодисперсной смеси. Усредненный диаметр получается по формуле

$$(5) \quad \delta_0 = \frac{\sum_{i=2}^m \alpha_{i0} \delta_{i0}}{\sum_{i=2}^m \alpha_{i0}}$$

Для рассчитанных сильной и слабой волн $\delta_0 = 3$ мм. Линии 1—4 на графиках для $P_i = p_i/p_0$ — распределение давления соответственно первой и четвертой фазы.

Рассчитывались различные варианты с разными δ_{i0} и соответственно α_{i0} так, чтобы средний диаметр, вычисленный по (5), был одинаковым во всех вариантах. Проверялись также эффекты из-за несовпадения скоростей фаз и за счет теплообмена.

Из расчетов можно сделать выводы.

Полидисперсность и относительное продольное движение фаз (скольжение) в волне с осцилляционной структурой делают ее более «монотонной», т. е. они уменьшают амплитуду пульсаций осредненного давления в жидкости. Если учесть тепловую диссипацию, то в смеси, где пузырьки различаются по размерам не более чем в 1.5—2 раза, отмеченные эффекты слабо влияют на распределение давления жидкости (см. фиг. 1, 2).

Далее расчеты показали, что более мелкие пузырьки «следят» за давлением жидкости. А крупные «раскачиваются» значительно больше, чем пузырьки газа в осредненной монодисперсной смеси.

Таким образом, для рассмотренной полидисперсности смеси распределение осредненного давления в жидкости внутри структуры ударных волн можно изучать в рамках монодисперсной смеси с осредненным размером пузырьков. Отметим, что осреднение давления в жидкости является величиной, измеряемой в настоящее время в экспериментах.

Поступила 4 II 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С., Шагапов В. Ш. Об ударных волнах в жидкости с пузырьками газа. Докл. АН СССР, 1974, т. 214, № 4.
2. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш. Структура ударных волн в жидкости, содержащей пузырьки газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 6.
3. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
4. Нигматулин Р. И. Некоторые вопросы гидромеханики двухфазных сред. Изв. АН СССР, 1968, № 3.

УДК 533.6.011.35:518.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОРМЫ СОПЛА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДО- И СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ

В. М. ДВОРЕЦКИЙ

(Москва)

Анализируются особенности пространственных до- и сверхзвуковых течений вязкого и нетеплопроводного газа в соплах сложной формы. В основу исследования положено численное интегрирование системы уравнений газодинамики с помощью монотонных конечно-разностных схем первого порядка точности.

Выполненные к настоящему времени методом малых возмущений [1—3] и методом характеристик [4] исследования многомерных течений газа показали, что в сверхзвуковом потоке возмущения распространяются в соответствии с некоторым колебательным законом, характеристики которого определяются геометрией сопла. Для дозвукового потока в сопле с несимметричным входом также отмечен знакопеременный характер распределения неравномерности течения [3].