

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУЙ

В. И. ГРАБОВСКИЙ

(Москва)

Теоретически исследуется взаимодействие двух униполярно (одноименно или разноименно) заряженных струй. Заряженные частицы разных струй могут быть как одного, так и разных сортов. Показано, что взаимное влияние «коротких» струй выражается в основном в изменении их геометрических форм. ЭГД струи с одинаковыми частицами нигде не пересекаются, а с разными имеют зону смещения, которая максимальна в случае разноименно заряженных струй.

В качестве одного из способов борьбы с электризацией летательных аппаратов вследствие выноса заряженных частиц из двигателя разрабатываются специальные устройства — активные компенсаторы. Принцип работы компенсатора заключается в выносе из него в реактивную струю двигателя зарядов противоположного знака. В связи с этим возникают вопросы взаимодействия разноименно заряженных струй. Учет взаимодействия одноименно заряженных струй необходим при конструировании системы с несколькими компенсаторами, когда встает вопрос об их взаимном расположении вблизи реактивной струи. Компенсаторы, расположенные близко друг к другу, могут «запираться», т. е. эффективность их работы уменьшается. При этом важны не только геометрические параметры системы, но и электрические характеристики отдельных компенсаторов. Те же самые вопросы могут возникать и при разработке системы атмосферных ионных двигателей [1]. Следует отметить две стороны вопроса смещения струй — интегральное смещение (компенсация избыточного заряда самолета) и локальное. Последнее связано с нейтрализацией зарядов в окружающем пространстве. Зоны с избыточным зарядом могут быть источником помех на радиоустройстве самолета.

В зависимости от условий работы двигателя и компенсатора заряженные струи могут содержать частицы твердой или жидкой фазы [2, 3], а также положительные или отрицательные ионы [4, 5]. Без учета инерции основной характеристикой частиц является подвижность, принимающая разную величину и знак в зависимости от сорта частиц.

Взаимодействующие струи имеют существенно пространственную геометрию (в частном случае двумерную). Двумерные эффекты «изолированной» ЭГД струи теоретически исследовались, например, в работах [6-8]. В данной работе с помощью численного анализа изучаются эффекты взаимодействия двух плоских заряженных струй. Моделируется работа двух компенсаторов электрического заряда, а также компенсатора и двигателя летательного аппарата.

1. Постановка задачи. Рассмотрим две одинаковые неперемешивающиеся струи жидкости, распространяющиеся вдоль оси OX между двумя бесконечными пронизываемыми для жидкости сетками-электродами $x^0=0$ и $x^0=L$ (величины с градусом — размерные). Ввиду малости параметра ЭГД взаимодействия [4] деформация гидродинамического потока при «включении» электрических сил несущественна, поэтому распределения гидродинамических параметров считаются известными и выбираются соответственно двум затопленным струям [9]. Поперечная v^0 и продольная u^0 составляющие скорости жидкости описываются следующим образом:

$$v^0 \approx 0, \quad u^0 = U \left(\frac{3}{3+x^0/L} \right)^{0.5} \left\{ 1 - \left[\frac{2 \text{abs}(\text{abs } y^0 - \lambda^0)}{H^0 + 3x^0} \right]^{1.5} \right\}^2$$

Струя 1 распространяется в области $y^0 < 0$, а струя 2 симметрична ей относительно оси $y^0 = 0$. Расстояние между их осевыми линиями равно $2\lambda^0$. Каждая струя имеет начальную (при $x^0=0$) ширину H^0 и расширяется вниз по потоку. Скорость жидкости в каждой струе убывает вниз по потоку.

ку и к ее периферии. Имеются прямолинейные границы струй Γ_i ($i=1, 2$), где u° обращается в нуль. Вне струй жидкость покоится. Представленное гидродинамическое течение моделирует истечение струй из двух рядом расположенных двигателей или компенсаторов.

Зарядка струй происходит в области $x^\circ < 0$, и процессы, происходящие там, моделируются фиксированной величиной плотности заряженных частиц $Q_{1,2}^\circ$ на двух участках электрода-эмиттера $x^\circ = 0$ шириной $h^\circ < H^\circ$. Заряды с этих участков выносятся в межэлектродное пространство гидродинамическими потоками, и образуются две «электрические» струи 1, 2 (зоны, где плотность заряженных частиц $q_i^\circ \neq 0$, $i=1, 2$) с границами Γ_{ei} .

Особенностью таких течений является то обстоятельство, что при определенных условиях образуются общие зоны струй — зоны смешения, содержащие либо частицы одного знака заряда (струи одноименно заряжены), либо разного (струи разноименно заряжены). Ввиду характерной для ЭГД течений малости объемных концентраций заряженных частиц взаимодействием зарядов посредством столкновений пренебрегается [4]. Это справедливо и для противоположно заряженных частиц, поэтому их нейтрализация в зоне смешения считается несущественной.

Заряженные частицы взаимодействуют лишь через индуцированные электрические поля. Пусть электроды $x^\circ = 0$ и $x^\circ = L$ заземлены ($\varphi^\circ = 0$), тогда внешнего электрического поля в зоне течения нет (второй электрод моделирует окружающие условия). Для каждой струи роль внешнего поля играет индуцированное поле соседней струи.

В качестве заряженных частиц здесь рассматриваются как положительные, так и отрицательные ионы или легкие частицы, инерцией которых можно пренебречь [3]. Их подвижности b_i° , $i=1, 2$, считаются известными и постоянными (нижние индексы 1 и 2 выделяют параметры соответственных струй). Для отрицательных зарядов $b_i^\circ < 0$, для положительных $b_i^\circ > 0$, причем в общем случае $b = |b_1^\circ| \neq |b_2^\circ|$.

Задача сводится к определению в пространстве $0 < x^\circ < L$, $|y^\circ| < \infty$ при известной скорости жидкости $V^\circ(u^\circ, v^\circ)$ электрических характеристик — суммарной плотности электрического заряда $q^\circ = q_1^\circ + q_2^\circ$, электрического потенциала φ° , векторов плотности электрических токов $\mathbf{j}_1^\circ, \mathbf{j}_2^\circ$ и напряженности электрического поля \mathbf{E}° . Среда характеризуется диэлектрической постоянной ϵ . Введем безразмерные переменные по формулам

$$(1.1) \quad \begin{aligned} x^\circ, y^\circ &= Lx, Ly, & V^\circ &= UV, & \mathbf{E}^\circ &= Ub^{-1}\mathbf{E}, & \varphi^\circ &= ULb^{-1}\varphi \\ q_i^\circ &= \epsilon U(4\pi bL)^{-1}q_i, & \mathbf{j}_i^\circ &= \epsilon U^2(4\pi bL)^{-1}\mathbf{j}_i, & k_i &= b_i^\circ/b, & i &= 1, 2 \end{aligned}$$

Указанные параметры удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$(1.2) \quad \Delta\varphi = -(q_1 + q_2), \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi$$

$$(1.3) \quad \mathbf{j}_i = q_i(\mathbf{V} + k_i\mathbf{E}), \quad \operatorname{div} \mathbf{j}_i = 0, \quad i = 1, 2$$

Для положительных зарядов $k_i > 0$, а для отрицательных $k_i < 0$. Ввиду разрыва параметра k рассматриваются две пары уравнений (1.3), отдельно для каждой струи. Уравнения (1.2) являются общими.

Граничные и асимптотические условия для системы уравнений (1.2), (1.3) имеют следующий вид:

$$(1.4) \quad x=0: \varphi=0; \quad x=1: \varphi=0; \quad y \rightarrow \pm\infty: \varphi \rightarrow 0$$

$$x=0: q = \beta_1 = Q_1^\circ 4\pi bL(\epsilon U)^{-1} \left(\lambda - \frac{h}{2} \leq y \leq \lambda + \frac{h}{2} \right)$$

$$q = \beta_2 = Q_2^\circ 4\pi bL(\epsilon U)^{-1} \left(-\lambda - \frac{h}{2} \leq y \leq -\lambda + \frac{h}{2} \right)$$

Считая, что $|\operatorname{div} \mathbf{V}| \ll |k \operatorname{div} \mathbf{E}|$, из уравнений (1.2), (1.3) получим одно уравнение в частных производных для плотности заряда q_i

$$(1.5) \quad (\mathbf{V} + k_i \mathbf{E}) \operatorname{grad} q_i = -q_i k_i (q_1 + q_2)$$

Уравнения (1.5) гиперболического типа и имеют по одному семейству характеристик, являющихся линиями токов соответствующих зарядов. Все характеристики i -го сорта частиц выходят со своего эмиттирующего участка плоскости $x=0$. Характеристики, выходящие с концов этого участка, являются границами Γ_{ei} электрической струи, и на них q_i претерпевает разрыв. Вне электрической струи зарядов i -го сорта нет.

Важной особенностью рассматриваемых течений является то обстоятельство, что характеристики разных семейств могут пересекаться, т. е. разные струи могут проникать друг в друга, образуя зону смешения. Это связано с тем, что в общем случае $k_1 \neq k_2$. Интересно, что смешиваться могут и одновременно заряженные струи. Но наибольшие зоны смешения образуются в струях разного знака. Струи с одинаковыми заряженными частицами ($k_1 = k_2$) никогда не пересекаются, так как у них одно семейство характеристик.

Уравнения характеристик и соотношения вдоль них имеют вид

$$(1.6) \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{k_i \partial \varphi / \partial y}{u - k_i \partial \varphi / \partial x}, \quad \frac{dq_i}{dx} = -\frac{k_i q_i (q_1 + q_2)}{u - k_i \partial \varphi / \partial x}, \quad i=1, 2$$

Эти соотношения указывают на существование в поле характеристик каждой струи особых точек, которые определяются условиями

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = u - k_i \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad i=1, 2$$

Это особенности типа «седло» [7], причем они могут находиться не только на электродах, но и в межэлектродной зоне.

Первое уравнение (1.2) эллиптического типа. Помимо граничных условий (1.4) для него необходимы условия сшивания на Γ_{ei} , т. е. на линиях разрыва q_i . Считается, что на Γ_{ei} поверхностного заряда не возникает [6], поэтому привлекается требование непрерывности электрического поля \mathbf{E} .

Таким образом, уравнения (1.2), (1.5) с граничными условиями (1.4) и условиями сшивания полностью определяют задачу. Она характеризуется семью параметрами: $H = H^0/L$, $\lambda = \lambda^0/L$, $h = h^0/L$, β_1 , β_2 , k_1 , k_2 . В дальнейшем будут представлены некоторые решения задачи со значениями параметров, обеспечивающими хорошее взаимодействие струй: $H=1$, $\lambda=0.7$, $h=0.4$, $|\beta_1|$, $|\beta_2| < \infty$, $k_1 = k_2 = 1$ и $-k_1 = k_2 = 1$.

Выбранное значение H соответствует короткой струе, когда ее длина и ширина мало отличаются.

Интегрирование системы трех уравнений в частных производных проводится численно методом последовательных приближений.

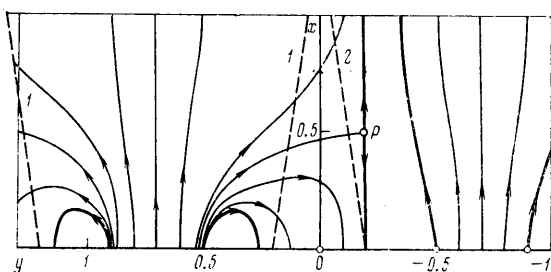
Суть метода в следующем. По распределениям $q_1^{(n-1)}(x, y)$, $q_2^{(n-1)}(x, y)$ в $(n-1)$ -м приближении с помощью первого уравнения (1.2) определяется потенциал $\varphi(x, y)^{(n)}$ в n -м приближении. Затем, используя $\varphi^{(n)}$ и $q_j^{(n-1)}$, находится $q_i^{(n)}$ из уравнения (1.5) ($i=1, 2$ и $j \neq i$). И так далее, пока во всех точках расчетной сетки не будет выполняться неравенство

$$|(q_1 + q_2)^{(n)} - (q_1 + q_2)^{(n-1)}| < \epsilon_q \ll 1$$

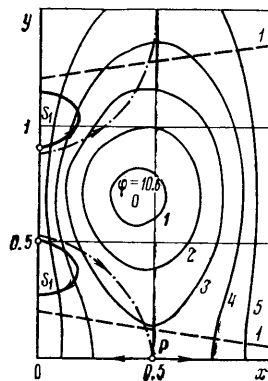
Погрешность вычисления заряда ε_q задается, а последовательность определения q_i несущественна. Интегрирование отдельных уравнений проводится аналогично [6, 7]. Дополнительные сложности связаны с расчетом зоны смещения и выделением особых точек.

2. Одноименно заряженные струи. Пусть $k_1=k_2$ и струи, для определенности, заряжены положительно. Исследуем деформацию и взаимодействие струй в зависимости от параметров $\beta_1, \beta_2 < \infty$ (β_i характеризует интенсивность работы соответствующего источника зарядов и, следовательно, степень заряженности струи).

Важной для практики характеристикой источника заряженных частиц (компенсатора) является ток «выноса» из него [4, 5]. Он определяется как



Фиг. 1



Фиг. 2

интегральный ток по сечению струи, выходящей из устройства

$$J_i = \int_{\Gamma_{ei}}^{\Gamma_{ei}'} j_{xi} dy$$

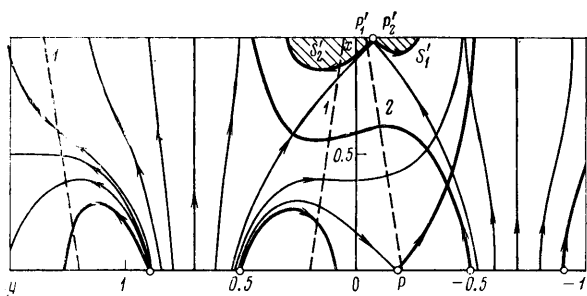
где $\Gamma_{ei}, \Gamma_{ei}'$ — точки двух границ одной струи. F_i пропорционален расходу i -й компоненты и сохраняется вдоль струи.

С ростом β_i при $\beta_j = \text{const}$ J_i растет, а J_j уменьшается ($j \neq i$). Имеется режим насыщения [4, 5], практически достижимый при $\beta_i \approx 10$. Изменение же F_j незначительно. Таким образом, при данной геометрии течения (короткие струи) взаимное влияние струй, в смысле изменения токов, невелико. Это связано с быстрым убыванием индуцированных электрических полей $|E_i'|$ при удалении от оси струи (характерное поперечное расстояние уменьшения $|E_i'|$ порядка ширины межэлектродной зоны).

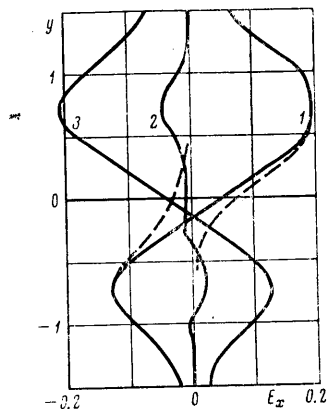
По этой причине сильное взаимное влияние струй сказывается лишь в частях струй, наиболее близко расположенных друг к другу. Под действием электрического поля соседней струи искривляются траектории заряженных частиц, поэтому существенно изменяется форма и структура электрической струи. Деформация «внешних» периферийных зон незначительна и их структура определяется лишь собственными параметрами струй [7]. На фиг. 1 показана картина течения при $\beta_1=20$ (струя 1 насыщена) и $\beta_2=2$ (струя 2 слабонасыщена). Штриховые линии 1, 2 — границы гидродинамических потоков 1, 2, толстые сплошные — границы электрических струй, тонкие сплошные — траектории движения зарядов (стрелки указывают направление движения). В отличие от струи 2 у струи 1 имеются обратные токи, причем между струями зона обратного тока ограни-

чена. Под действием электрического поля соседней струи заряды прижимаются к оси своей струи. В области 1 имеется особая точка P , которая вместе с проходящей в нее характеристикой разделяет потоки частиц, направляющиеся к плоскостям $x=0$ и $x=1$.

При $\beta_2 \rightarrow \beta_1 = 20$ струя 2 также переходит к режиму насыщения с обратными токами. Все течение становится симметричным относительно оси $y=0$. На фиг. 2 изображена часть пространства $y \geq 0$ со струей 1. Сплошные линии со стрелками — границы Γ_{z1} . Штрихпунктирная линия — характеристика, проходящая в особую точку P . Эта точка и линия $y=0$ являются общими для обеих струй. Других общих точек нет — струи не проникают друг в друга. На этой же фигуре нанесены эквипотенциальные линии



Фиг. 3



Фиг. 4

(кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют $\varphi=0.1, 0.08, 0.06, 0.04, 0.02$). Потенциал всюду положителен и достигает максимума в двух точках, на оси каждой из струй. Заряженные частицы одного знака заполняют все пространство, кроме зон S_1 . Объемная плотность зарядов убывает вдоль оси каждой струи и от оси к периферии.

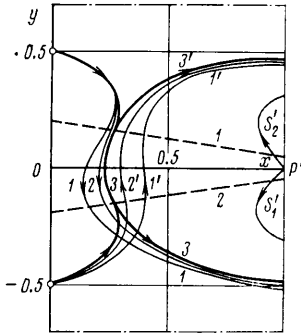
Заметим, что особенности образования обратных токов в зависимости от собственных параметров струи и внешнего электрического поля рассмотрены в [7].

3. Разноименно заряженные струи. Пусть $k_1 = -k_2$. Для определенности будем считать, что струя 1 заряжена отрицательно: $k_1, \beta_1 < 0$, а струя 2 — положительно: $k_2, \beta_2 > 0$. В этом случае $J_1 < 0$, а $J_2 > 0$, и создаются условия для замыкания токов, выходящих из разных источников. Вследствие притяжения разноименных зарядов происходит взаимное проникновение струй с образованием зон смешения.

Рассмотрим деформацию струй. На фиг. 3 показана картина течения при ненасыщенной струе 2 ($\beta_2=2$) и близкой к насыщению струе 1 ($\beta_1=-8$). Обозначения те же, что и на фиг. 1. Линии со стрелками — траектории движения заряженных частиц.

Струя 1 имеет обратные токи. Особые точки поля характеристик расположены на электродах. Особая точка P вместе с проходящей в нее характеристикой разделяет потоки частиц к разным электродам. От нее к коллектору $x=1$ отходит характеристика, ограничивающая снизу зону струи 1. На электроде $x=1$ для каждой струи имеется по одной особой точке P_1', P_2' , которые могут совпадать. От них отходят характеристики в сторону эмиттера, но возвращаются на коллектор, образуя зоны S_i' (заштрихованные области на фиг. 3), свободные от зарядов i -го сорта.

Вся область течения теперь заполнена как положительными, так и отрицательными зарядами. Соответственно и потенциал имеет разный знак. Электрические поля во всем пространстве отличны от нуля. Продольная составляющая поля по модулю максимальна у электродов и в центральной части струй. На фиг. 4 показаны поперечные распределения $E_x(y)$ в разных сечениях $x = \text{const}$ (сплошные кривые 1, 2, 3 соответствуют $x = 0.2, 0.5, 0.8$). Иллюстрируется быстрое убывание $|E_x|$ при удалении от осей струй. Для сечения $x = 0.2$ (кривая 1) пунктирными линиями нанесены собственные поля E_{xi} каждой струи, т. е. вклад в общее поле E_x . Видно, что на оси соседней струи E_{xi} уже мало.



Фиг. 5

При $\beta_2 \rightarrow |\beta_1|$ растет объемный электрический заряд в межэлектродном промежутке, растут электрические поля — взаимодействие струй усиливается (растет эффект втягивания струй). Как показано в [7], с увеличением β_2 собственные поля способствуют появлению обратного тока. Здесь этому мешает эффект втягивания, что проявляется в отсутствии обратных токов в зоне между струями при сравнимых β_1, β_2 . На фиг. 5 показана деформация в этой зоне границ Γ_{e1}, Γ_{e2} при $\beta_1 = -8$ и разных β_2 . Пунктирные линии — границы Γ_i , сплошные линии — Γ_{ei} , соответствующие $\beta_2 = 4, 6, 8$ (для струи 1 — 1, 2, 3, а для струи 2 — 1', 2', 3'). Зоны S_i' показаны для $\beta_2 = -\beta_1 = 8$. В этом случае течение симметрично оси $y = 0$ и зона смешения максимальна (обе струи в режиме, близком к насыщению). Отметим, что хотя здесь интегральная компенсация имеет место $J_2 = -J_1$, смешение зарядов на таких расстояниях мало.

Автор благодарит А. Б. Ватажина за внимание к работе.

Поступила 13 IV 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Бортников Ю. С., Рубашов И. Б. Электрогазодинамические эффекты и их применение. Магнитная гидродинамика, 1975 № 1.
2. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., «Энергия», 1974.
3. Ватажин А. Б., Грабовский В. И. О двумерных электрогазодинамических течениях с учетом инерции заряженных частиц. ПММ, 1976, т. 40, вып. 1.
4. Ватажин А. Б., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Исследование электрогазодинамической струи за источником заряженных частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
5. Лихтер В. А. Свободные электрогазодинамические течения в режимах ненасыщения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1974, № 5.
6. Ватажин А. Б., Грабовский В. И. Распространение униполярно заряженных струй в гидродинамических потоках. ПММ, 1973, т. 37, вып. 1.
7. Грабовский В. И. Плоское электрогидродинамическое течение с обратным током. ПММ, 1973, т. 37, вып. 5.
8. Ушаков В. В. Распространение плоской двухфазной электрогидродинамической струи с малой подвижностью заряженных частиц в однородном турбулентном потоке. ПММ, 1975, т. 39, вып. 3.
9. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.