

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН В ГАЗОВЗВЕСЯХ

А. А. ГУБАЙДУЛЛИН, А. И. ИВАНДАЕВ, Р. И. НИГМАТУЛИН

(Москва)

Исследуются особенности распространения нестационарных волн в смесях газов с твердыми взвешенными частицами химически инертных веществ. Обсуждается влияние параметров газовзвеси на условия протекания переходных процессов. Изучено взаимодействие ударных волн с запыленным полупространством. Представлены результаты расчетов распада произвольного разрыва и процесса отражения ударной волны от стенки.

К настоящему времени опубликован ряд работ, посвященных исследованию волновых течений газа с частицами [1-10]. В большинстве из них рассматривались стационарные ударные волны: изучались равновесные параметры за фронтами волн и сама структура фронтов. Некоторые нестационарные аспекты течений газовзвесей анализировались в [6-8]. В данной работе представлены результаты численных исследований нестационарных волновых процессов в смесях типа газ — частицы, выполненных путем интегрирования уравнений двухфазного движения при помощи разработанного для этой цели разностного метода сквозного счета.

1. Основные уравнения. Течения газовзвесей будем изучать методами механики сплошной среды [9-11] при следующих основных допущениях: 1) характерные линейные масштабы течений много больше размеров частиц и расстояний между ними; 2) частицы сферические и монодисперсные; 3) дробление, столкновения и коагуляция частиц отсутствуют; 4) вязкости и теплопроводности фаз существенны лишь в процессах их взаимодействия. Соответствующая система дифференциальных уравнений для описания одномерных неустановившихся движений может быть записана в следующем виде:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{d_1 \rho_1}{dt} + \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{d_2 \rho_2}{dt} + \rho_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} = 0 \quad \left(\frac{d_i}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u_i \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ \rho_1 \frac{d_1 u_1}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = -nf, \quad \rho_2 \frac{d_2 u_2}{dt} = nf \\ \rho_1 \frac{d_1 E_1}{dt} + \rho_2 \frac{d_2 E}{dt} + \frac{\partial p(\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2)}{\partial x} = 0, \quad \rho_2 \frac{d_2 e_2}{dt} = nq \\ \rho_1 = \alpha_1 \rho_1^{\circ}, \quad \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^{\circ}, \quad \alpha_2 = 1/6 \pi d^3 n \quad (\alpha_1 + \alpha_2 = 1) \end{aligned}$$

Здесь ρ_i , ρ_i° , α_i , u_i , e_i , E_i — соответственно средняя и истинная плотности, объемное содержание, скорость, а также удельные внутренняя и полная энергии i -й фазы. Индексы 1 и 2 внизу относятся к параметрам газа и частиц, p — давление смеси; d , n — диаметр и число частиц в единице объема. Через f обозначена сила, действующая на индивидуальную частицу взвешенной фазы со стороны газа, q — интенсивность притока тепла к ее поверхности.

Представим силу f в виде суммы сил трения f_u , Архимеда f_A и силы «присоединенных масс» f_m , возникающей из-за ускоренного движения

частиц относительно газа $f=f_\mu+f_A+f_m$. Указанные силы и интенсивность теплообмена q наиболее корректным образом можно конкретизировать следующими соотношениями:

$$(1.2) \quad f_m = \frac{1}{8}\pi d^2 c_d \rho_1^\circ (u_1 - u_2) |u_1 - u_2|, \quad q = \pi d \text{Nu} \lambda_1 (T_1 - T_2)$$

$$f_A = \frac{1}{12}\pi d^3 \rho_1^\circ \left(\frac{d_1 u_1}{dt} - \frac{d_2 u_2}{dt} \right), \quad f_A = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_1^\circ \frac{d_1 u_1}{dt}$$

где T_i — температура i -й фазы, λ_1 — теплопроводность, c_d и Nu — коэффициенты сопротивления и теплообмена, для адекватного задания которых в различных условиях обтекания частиц можно использовать известные полуэмпирические зависимости для одиночных сфер. Для режимов дозвукового обтекания эти зависимости могут быть записаны в виде

$$(1.3) \quad c_d = 24 / \text{Re} + 4 / \text{Re}^{0.33}, \quad 0 \leq \text{Re} \leq 700;$$

$$c_d = 4.3 (\lg \text{Re})^{-2}, \quad 700 < \text{Re} \leq 2000$$

$$\text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/4}, \quad \text{Re} = \rho_1^\circ |u_1 - u_2| d / \mu_1, \quad \text{Pr} = c_{p1} \mu_1 / \lambda_1$$

Здесь μ_1 — динамическая вязкость газа, c_{p1} — его удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Приведем систему (1.1) к дивергентному виду, предварительно разрешив уравнения сохранения импульсов относительно производных $d_1 u_1 / dt$, $d_2 u_2 / dt$. Для рассматриваемых смесей $\alpha_2, \rho_1^\circ / \rho_2^\circ \ll 1$, поэтому для простоты в уравнениях импульсов опустим члены порядка $\alpha_2^2, (\rho_1^\circ / \rho_2^\circ)^2, \alpha_2 \rho_1^\circ / \rho_2^\circ$. Тогда система (1.1) примет следующий «квазидивергентный» вид

$$(1.4) \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial x} + \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 \right) \frac{\partial p}{\partial x} = - \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 - \frac{\rho_1^\circ}{2 \rho_2^\circ} \right) n f_\mu$$

$$\frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2^2}{\partial x} + \frac{3}{2} \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} = \left(1 - \frac{3}{2} \alpha_2 - \frac{\rho_1^\circ}{2 \rho_2^\circ} \right) n f_\mu$$

$$\frac{\partial (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_1 u_1 E_1 + \rho_2 u_2 E_2 + p (\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2))}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 u_2}{\partial x} = n q$$

$$\rho_1 = \alpha_1 \rho_1^\circ, \quad \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^\circ, \quad \alpha_2 = \frac{1}{6} \pi d^3 n (\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$$

Уравнения сохранения масс фаз, а также уравнения сохранения полной энергии смеси и притока тепла к частицам в (1.4) имеют полностью дивергентный вид, уравнения сохранения импульсов — почти дивергентный вид. Неполная дивергентность уравнений сохранения импульсов (члены $\frac{3}{2} \alpha_2 \partial p / \partial x$) обусловлена учетом силы Архимеда и эффекта «присоединенных масс» в силовом взаимодействии фаз. Следует отметить, что соответствующие эффекты недивергентности малы, так как рассматриваются смеси малых объемных содержаний взвешенной фазы ($\alpha_2 \ll 1$).

Уравнения состояния фаз примем в виде

$$(1.5) \quad p = \rho_1^\circ R T_1, \quad e_1 = c_{v1} T_1, \quad \rho_2^\circ = \text{const}, \quad e_2 = c_2 T_2$$

где R — газовая постоянная, c_{v1} — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, c_2 — удельная теплоемкость частиц. При заданных термо-

динамических параметрах $\lambda_1, \mu_1, R, c_{v1}, c_2$ система соотношений (1.2) — (1.5) замкнута в областях непрерывного движения и может быть проинтегрирована численным образом.

Метод сквозного счета, при помощи которого интегрировались дифференциальные уравнения (1.4), разработан на базе разностных схем метода «крупных частиц» [12, 13]. Детальное описание алгоритма будет дано в отдельной работе авторов. Здесь ограничимся изложением некоторых основных положений.

Интегрирование проводится в два этапа. На первом из них составляющие газозвеси как бы «замораживаются»: предполагается, что движение фаз через границы разностных ячеек и обмен импульсом и теплом между ними отсутствуют. Из соответствующих редуцированных уравнений системы (1.4) определяются промежуточные значения скоростей и полных энергий газа и частиц. Окончательные значения всех параметров смеси вычисляются на втором этапе из записанных для отдельных ячеек разностной сетки законов сохранения. Операции первого и второго этапов конкретизированы с учетом специфики многофазного движения и содержат в качестве составной части особый алгоритм локализации границ раздела. Аппроксимационная вязкость метода по газовой фазе достаточна для сквозного счета ударных волн и минимальна в волнах разрежения. Аппроксимационная вязкость по фазе частиц мала. Присущая методу [12, 13] периодическая неустойчивость счета в зонах малой скорости ликвидирована путем введения дополнительного псевдовязкого давления в точках фактической нерегулярности разностного решения [14].

2. Результаты численных экспериментов. Разработанный разностный метод применялся для расчета нестационарных течений воздуха, содержащего мельчайшие взвешенные частицы (пылинки). Изучались волновые процессы, возникающие при взаимодействии ударных волн с запыленными областями пространства, распаде произвольного разрыва и отражении волны от неподвижной стенки в газозвеси. Исходные уравнения (1.2) — (1.5) приводились к безразмерному виду, при этом параметры газозвеси относились к параметрам невозмущенной среды низкого давления: плотности — к ρ_{10}° , скорости — к a_{10} ($a_{10}^2 = \gamma p_0 / \rho_{10}^\circ$), температуры — к T_0 , энергии — к a_{10}^2 . В качестве характерного времени фигурировало минимальное из релаксационных времен

$$t_* = \min\{t_u, t_T\}, t_u = \rho_2^\circ d^2 / 18\mu_1, t_T = \rho_2^\circ c_2 d^2 / 12\lambda_1$$

в качестве характерной длины — длина $l_* = a_{10} t_*$. Более точная оценка характерных времен процессов обмена импульсом и теплом между газом и частицами может быть получена с учетом реальных значений соответствующих чисел Нуссельта и Рейнольдса в условиях конкретных задач. Использовались следующие значения термодинамических параметров фаз

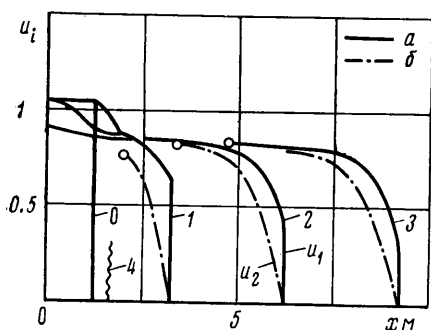
$$\begin{aligned} \gamma &= 1.4, \mu_1 = 1.85 \cdot 10^{-5} \text{ кг/мсек}, \lambda_1 = 0.0247 \text{ кг}\cdot\text{м/сек}^3 \cdot \text{град}, \\ c_{v1} &= 716 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \cdot \text{град} \\ \rho_{10}^\circ &= 1.21 \text{ кг/м}^3, p_0 = 1 \text{ бар}, \rho_2^\circ = 2500 \text{ кг/м}^3, c_2 = 710 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \cdot \text{град} \end{aligned}$$

Взаимодействие ударной волны с запыленным полупространством. В математическом плане задача сводится к решению задачи Коши для системы (1.2) — (1.5) при следующих начальных данных:

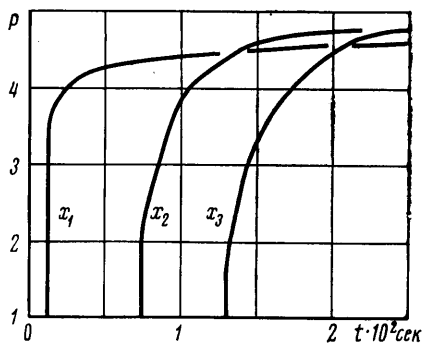
$$(2.1) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= 1, p = p_*, u_1 = u_*, T_1 = T_* (\rho_1^\circ = \rho_{1*}^\circ); x < x_* \\ \alpha_1 &= 1, p = p_0, u_1 = 0, T_1 = T_0 (\rho_1^\circ = \rho_{10}^\circ), x_* \leq x \leq x_{**} \\ \alpha_1 &= \alpha_{10}, p = p_0, u_1 = u_2 = 0, T_1 = T_2 = T_0 (\rho_1^\circ = \rho_{10}^\circ), x > x_{**} \end{aligned}$$

где значения параметров в областях $(-\infty, x_*)$ и (x_*, x_{**}) связаны соотношениями Гюгонио.

В качестве примера на фиг. 1–3 представлены результаты расчетов процесса взаимодействия движущейся по газу ударной волны интенсивности $p_e/p_0=3.7$ с полупространством, занятым газозвесью ($\alpha_{20}=0.001$, $r=r_2/r_1=2.08$). Формирующиеся при этом характерные профили скоростей газа (сплошные линии а) и частиц (линии б) показаны на фиг. 1.



Фиг. 1



Фиг. 2

Кривые 0, 1, 2 и 3 соответствуют моментам времени $t_{0, 1, 2, 3}=0, 0.00366, 0.01098, 0.0183$ сек. Диаметр частиц 60 мкм. Линией 4 отмечено начальное положение границы запыленной области, точками на кривых б — «обрывы», за которыми скорость частиц не определена в силу их фактического отсутствия.

Видно, что при пересечении ударной волной границы газозвеси между движущимся горячим газом и холодными неподвижными пылинками начинается интенсивный обмен импульсом и теплом. В результате бегущий по газу передний скачок затухает, за ним формируется зона релаксации. Возникает и усиливается отраженная от границы волна уплотнения. С течением времени конфигурация волны, прошедшей в газозвесь, стремится к своей предельной стационарной конфигурации, которая может представлять собой как волну со скачком, так и полностью размытую ударную волну [5].

Кривые изменения давления во времени (расчетные «осциллограммы») в фиксированных точках пространства («датчиках»), расположенных на расстояниях $x_{1, 2, 3}=0.2, 3.2$ и 5.7 м от начального положения границы газозвеси показаны на фиг. 2. Отметим, что расчетные «осциллограммы» представляют особый интерес с точки зрения сопоставления с экспериментом.

Влияние размера частиц на интенсивность затухания амплитуды переднего скачка показано на фиг. 3, где представлены кривые падения давления за скачком в процессе его перемещения. Кривые 1, 2, 3 соответствуют диаметрам частиц 20, 40 и 60 мкм, линия 4, как и на фиг. 1, отмечает начальное положение границы газозвеси. Видно, что давление падает до некоторого предельного значения P_* , представляющего собой давление за передним скачком стационарной конфигурации волны. С уменьшением диаметра частиц время и расстояние «стационарирования» сокращаются.

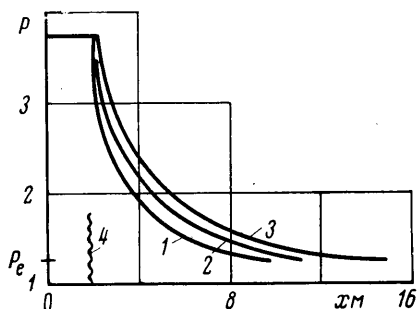
Распад произвольного разрыва в газозвеси. Для расчета распада разрыва в газозвеси необходимо, как и в предыдущем случае, решать зада-

чу Коши для системы уравнений (1.2) — (1.5) при соответствующих начальных данных. Зададим при $t=0$ следующий разрыв параметров в газовой фазе:

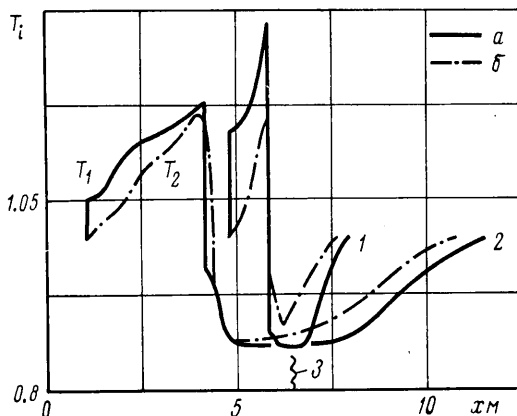
$$(2.2) \quad \alpha_1 = \alpha_{10}, p = p_0, T_1 = T_2 = T_0, u_1 = u_2 = u_0 \quad (\rho_1^{\circ} = \rho_{10}^{\circ}), x < x_0$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10}, p = p^*, T_1 = T_2 = T_0, u_1 = u_2 = u_0 \quad (\rho_1^{\circ} = \rho_{10}^{\circ}), x > x_0$$

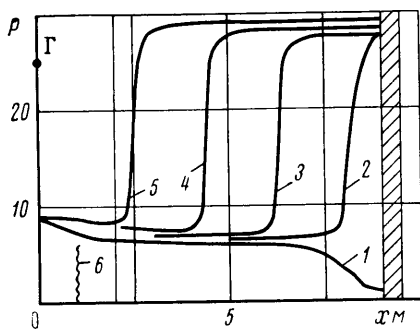
Возникающее при $t > 0$ течение исследовалось численно. Установлено, что в близкие к начальному моменты времени присутствие частиц не



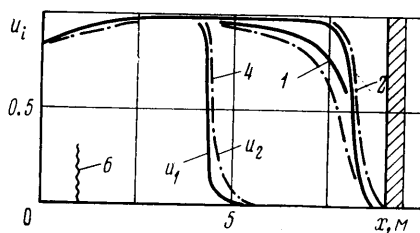
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ощущается, решение формируется как бы в «чистом» (без частиц) газе. В область низкого давления идет ударная волна, в область высокого давления — волна разрежения. За ударной волной движется контактный разрыв. Постепенно частицы начинают оказывать заметное влияние на развитие процесса. Трансформируется профиль ударной волны. Скачки плотностей и температур на контактном разрыве уменьшаются, так как частицы, просачиваясь через контактную границу, интенсивно нагревают расположенный за ней холодный газ. За контактном разрывом возникает соответствующая ему зона релаксации — зона установления термодинамического равновесия между фазами.

В качестве иллюстрации к задаче о распаде разрыва на фиг. 4 показаны расчетные профили температур газа (сплошные линии a) и частиц

(линии б) для случая $p_0/p_0=5$, $\alpha_{20}=0.001$ ($r=2.08$), $d=60$ мкм. Кривые 1, 2 соответствуют моментам времени $t_{1,2}=0.00366, 0.01464$ сек; волнистая линия 3 — начальное положение разрыва.

Отражение ударной волны от неподвижной стенки. Изучались закономерности отражения ударной волны от преграды в газозвеси. Рассматривалась следующая задача: пусть в начальный момент времени $t=0$ на некотором расстоянии от стенки имеется произвольный разрыв типа (2.2). Требуется рассчитать процесс взаимодействия образующейся при его распаде ударной волны со стенкой.

Расчеты выполнялись без учета эффектов, связанных с отражением частиц от стенки. Соответствующие профили давления для случая $p_0/p_0=10$, $\alpha_{20}=0.001$ ($r=2.08$), $d=60$ мкм показаны на фиг. 5. Расстояние между стенкой и произвольным разрывом, отмеченным на фигуре линией б, равно 8 м. Кривые 1–5 соответствуют моментам времени t_{1-5} ($t_1=0.01952$ сек; $t_{i+1}=t_i+h$, $i=1\div 4$, $h=0.00976$ сек). Буквой Г на оси P отмечена интенсивность отраженной волны в случае $\alpha_{10}=1$. Профили скоростей фаз в моменты $t_{1,2,4}$ представлены на фиг. 6. Видно, что частицы проникают через фронт отраженной волны в область «неподвижного» газа, где постепенно тормозятся — за волной возникает соответствующая зона релаксации.

Численные эксперименты проводились на ЭВМ БЭСМ-6. Точность расчетов контролировалась путем сравнения численных решений, полученных при различных значениях шага разностной сетки. Оптимальный шаг счета по времени устанавливался критериями устойчивости и необходимой точности расчета процессов межфазного взаимодействия. Число ячеек разностной сетки определялось в процессе счета в соответствии с протяженностью возмущенной области среды. При этом время счета типичных вариантов не превышало 10–15 мин.

Поступила 15 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Carrier G. F. Shock waves in a dusty gas. J. Fluid Mech., 1958, vol. 4, pt 4.
2. Nikolaevskii V. N. On some relaxation processes connected with heterogeneity of continuous media. Proc. 11-th Internat. Congress Appl. Mech. (Munich, 1964). Berlin — New York, Springer, 1966.
3. Rudinger G. Some properties of shock relaxation in gas flows carrying small particles. Phys. Fluids, 1964, vol. 7, No. 5.
4. Нигматуллин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
5. Нигматуллин Р. И. К вопросу о волнах уплотнения в двухфазных средах. Вестн. МГУ. Матем. и механ., 1969, № 4.
6. Антонов Э. А., Гладиллин А. М. Усиление детонационной волны зоной вторичных реакций в двухфазной среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 5.
7. Абугалиев Ф. Б., Ильясов Н. М. Решение задачи о неустановившемся взаимопроницающем движении двухфазных сред в ударной трубе переменного сечения. Изв. АН УзССР, Сер. техн. н., 1973, № 6.
8. Otterman B., Levine A. S. Analysis of gas — solid particle flows in shock tubes. AIAA Journal, 1974, vol. 12, No. 5. (Рус. перев.: Анализ течения смеси газа с твердыми частицами в ударной трубе. Ракетная техника и космонавтика, 1974, т. 12, № 5.)
9. Рахматуллин Х. А. Основы газодинамики взаимно проникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
10. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
11. Нигматуллин Р. И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей. ПММ, 1970, т. 34, вып. 6.
12. Харлоу Ф. Х. Численный метод частиц в ячейках для задач гидродинамики. В сб. «Вычислительные методы в гидродинамике». М., «Мир», 1967.
13. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Нестационарный метод крупных частиц для газодинамических расчетов. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1974, т. 11, № 1.
14. Ивандеев А. И. Об одном способе введения псевдовязкости и его применения к уточнению разностных решений уравнений гидродинамики. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1975, т. 15, № 2.