

РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ИЗОБАРИЧЕСКОЙ СТРУИ

А. П. ВАСИЛЬКОВ

(Москва)

Численно конечно-разностным методом на основе предложенных уравнений проведен расчет турбулентной осесимметричной затопленной струи, содержащей примесь в виде твердых частиц. В расчете учитывалось наличие относительной продольной скорости частиц, а также влияние частиц на интенсивность турбулентности. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

В работе [1] турбулентная двухфазная струя рассматривается в предположении равенства осредненных скоростей газа и частиц на основе теории струи переменной плотности, при этом влияние частиц на интенсивность турбулентности не учитывается. Аналогично в работах [2, 3] частицы считаются неинерционной газовой примесью, а для числа Шмидта частиц принято значение 1.1 [4]. В работе [5] предложена модель, которая позволяет в рамках теории пути смешения учесть влияние частиц на интенсивность турбулентности газовой фазы. На основе этой модели и в предположении равенства средних скоростей газа и частиц интегральным методом были решены задачи о начальном и основном участках затопленной струи [6]. Турбулентное смешение однородных двухфазных потоков с учетом динамического неравновесия фаз рассмотрено в [7], однако пренебрежение турбулентным переносом массы и импульса частиц привело к физически нереальному решению для концентрации частиц в дальней области смешения.

В данной работе двухфазная струя рассмотрена на основе представлений теории двускоростной сплошной среды [8, 9] с учетом турбулентного переноса массы и импульса частиц. Влияние частиц на интенсивность турбулентности газовой фазы учитывается с использованием модели [5].

1. Постановка задачи. Рассмотрим плоское или осесимметричное турбулентное течение газа, содержащего примесь в виде твердых сферических частиц одного и того же диаметра d . Для описания такого двухфазного течения будем использовать двухжидкостную теорию [8, 9], для применения которой требуется, чтобы среднее расстояние между частицами было малым в сравнении с характерным размером течения. Более точные условия применимости этой теории к двухфазным турбулентным течениям выясняются в [10]. Будем полагать, что объемом, занимаемым частицами, можно пренебречь. Кроме этого ограничимся случаем изобарического течения несжимаемой несущей среды.

Направим ось x вдоль оси симметрии струи, ось y — перпендикулярно к ней, и пусть u, v — соответствующие проекции скорости. Представляя все параметры в виде суммы осредненных и пульсационных составляющих, проведем формальную процедуру осреднения уравнений двухжидкостной теории [8, 9]. Принимая обычные предположения, что поперечные скорости много меньше продольных, а производные по y много больше производных по x , уравнения для осредненных величин в пренебрежении тройными корреляциями получим в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} y^j u + \frac{\partial}{\partial y} y^j v = 0$$

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial y} y^j \langle u'v' \rangle &= f_x \\
 \rho_s u_s \frac{\partial u_s}{\partial x} + (\rho_s v_s + \langle \rho_s' v_s' \rangle) \frac{\partial u_s}{\partial y} + \frac{1}{y^j} \frac{\partial}{\partial y} y^j \rho_s \langle u_s' v_s' \rangle &= -f_x \\
 \frac{\partial}{\partial x} y^j \rho_s u_s + \frac{\partial}{\partial y} y^j (\rho_s v_s + \langle \rho_s' v_s' \rangle) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

Здесь индекс s относится к параметрам частиц, $j=0$ и 1 соответствуют плоскому и осесимметричному случаям, штрихи обозначают пульсационные составляющие, ρ_s — плотность частиц (масса частиц в единице объема), f_x — продольная проекция осредненной силы взаимодействия между фазами. Уравнения (1.1) обезразмерены, при этом скорости отнесены к максимальной скорости частиц газа V на выходе сопла, линейные размеры — к радиусу сопла R , плотность частиц — к плотности газа ρ , так что ρ_s представляет собой концентрацию частиц.

Таким образом, согласно (1.1) движение частиц определяется двумя факторами: силой взаимодействия частиц с газом f_x и кажущимся касательным напряжением $\rho_s \langle u_s' v_s' \rangle$, физической причиной возникновения которого является перенос импульса частиц пульсациями скорости газа.

Пренебрегая пульсационными составляющими в f_x , определим в первом приближении силу взаимодействия непосредственно по осредненным параметрам в виде

$$\begin{aligned}
 f_x &= \beta G \rho_s (u_s - u) \\
 \beta &= \frac{R}{V\tau}, \quad \tau = \frac{\rho_s^0 d^2}{18\mu}, \quad G = C_x \frac{Re}{24}, \quad Re = \frac{\rho |V - V_s| d}{\mu}
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Здесь ρ_s^0 — плотность материала частиц, μ — вязкость газа, C_x — коэффициент сопротивления частицы, функция $G = G(Re)$ задает отличие закона сопротивления частиц от стоксовского, для которого $G \equiv 1$. В (1.2) принято, что сила сопротивления определяется суммой сопротивлений одиночных частиц с условиями обтекания в соответствии с осредненными скоростями в данной точке. Фактически (1.2) представляет собой обычное выражение для силы сопротивления в случае нетурбулентного течения [11] и должно рассматриваться как некоторое приближение. Отметим, что в расчете использовалась аппроксимация стандартного закона сопротивления сферы в несжимаемой жидкости [12].

Следует указать, что уравнения сохранения суммарного импульса частиц и газа, а также массы частиц в турбулентных потоках получены в ряде работ [10, 13, 14]. При этом в [13] использовалось выражение для силы сопротивления частиц, аналогичное (1.2).

В качестве уравнения импульса частиц в поперечном направлении аналогично [7] примем условие равенства осредненных поперечных скоростей частиц и газа: $v_s = v$. Можно ожидать, что в случае свободного турбулентного течения эта гипотеза не слишком далека от реальности.

Для связи корреляций пульсационных составляющих в (1.1) с осредненными параметрами воспользуемся соотношениями Буссинеска

$$-\langle u'v' \rangle = \varepsilon \frac{\partial u}{\partial y}, \quad -\langle u_s' v_s' \rangle = \varepsilon_s \frac{\partial u_s}{\partial y}, \quad -\langle \rho_s' v_s' \rangle = \frac{\varepsilon_s}{Sc} \frac{\partial \rho_s}{\partial y}
 \tag{1.3}$$

Здесь ε и ε_s — коэффициенты турбулентной вязкости газа и частиц, рассматриваемых в качестве второй сплошной среды; при этом различие

в турбулентном переносе импульса и массы частиц учитывается числом Шмидта частиц Sc . В соответствии с представлениями о «пути смешения» примем для коэффициентов турбулентной вязкости выражения

$$(1.4) \quad \varepsilon = \text{const} |v'|l, \quad \varepsilon_s = \text{const} |v_s'|l$$

где l — путь смешения.

Экспериментальное исследование свободных турбулентных двухфазных струй [15] показало, что наличие частиц в потоке приводит к снижению интенсивности турбулентности газовой фазы. В работе [5] предложена модель, позволяющая получить не только пульсационную скорость газа при наличии частиц, но и пульсационную составляющую скорости частиц. Согласно [5] для v' и v_s' имеем соответственно

$$(1.5) \quad |v'| = |v_0'| \frac{1 + \rho_s v_r' / v_0'}{1 + \rho_s}, \quad |v_s'| = |v_0'| \frac{1 - v_r' / v_0'}{1 + \rho_s}$$

где $v_r' = v' - v_s'$. При получении (1.5) предполагалось, что турбулентный молекул, имеющий в момент возникновения поперечную скорость $v_0' = l \partial u / \partial y$, тормозится в своем поперечном движении частицами, начальная скорость которых была равна нулю. В результате скорость молекулы после прохождения пути смешения l уменьшается в соответствии с (1.5). При этом, задаваясь законом сопротивления частиц и предполагая, что частицы обтекаются данным молекул, можно получить конечную относительную скорость частиц, v_r' в зависимости от β и ρ_s .

Используя (1.5) для коэффициентов турбулентной вязкости, получаем

$$(1.6) \quad \varepsilon = \text{const} l^2 \frac{1 + \rho_s v_r' / v_0'}{1 + \rho_s} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad \varepsilon_s = \text{const} l^2 \frac{1 - v_r' / v_0'}{1 + \rho_s} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

В выражениях (1.6) постоянные были положены равными; при наличии экспериментальных данных по непосредственному измерению средней скорости частиц это предположение может быть уточнено. Кроме того, полагая, что эта постоянная не зависит от концентрации частиц, предельным переходом $\rho_s \rightarrow 0$ убеждаемся, что она имеет значение то же самое, что и в случае чистого газа. Формулы (1.6) качественно также отражают то обстоятельство, что для достаточно крупных частиц турбулентная вязкость ε_s должна обращаться в нуль.

Предполагая независимость пути смешения от поперечной координаты, представим l в виде [16]

$$(1.7) \quad l = \Delta u \left| \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_m \right|^{-1}$$

где Δu — максимальная разность скоростей газа поперек турбулентной зоны, $(\partial u / \partial y)_m$ — максимальный градиент скорости газа в данном сечении. В этой же работе [16] из условия наилучшего совпадения расчета с экспериментальными данными по струям чистого газа получено значение постоянной в (1.6), равное 0.013.

Граничные условия для (1.1) следующее

$$(1.8) \quad y=0: \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u_s}{\partial y} = \frac{\partial \rho_s}{\partial y} = v=0;$$

$$y=\delta: u=u_s=u_\delta, \quad \rho_s=\rho_{s\delta}$$

Здесь δ — внешняя граница турбулентной зоны, u_δ — скорость спутного потока, $\rho_{s\delta}$ — плотность частиц в спутном потоке ($u_\delta, \rho_{s\delta} = \text{const}$). Поми-

мо граничных условий задаются начальные профили u , u_s , ρ_s на выходе из сопла.

Из (1.1) с учетом (1.8) можно получить интегральные законы сохранения суммарного избыточного импульса струи, а также расхода частиц

$$(1.9) \quad \int_0^{\delta} [u(u-u_0) + \rho_s u_s (u_s - u_0)] y^j dy = I, \quad \int_0^{\delta} (\rho_s u_s - \rho_{s0} u) y^j dy = Q$$

Отметим, что (1.9.2) при $u_s = u$ переходит в известное условие сохранения избыточной концентрации неинерционной газовой примеси [1].

Таким образом в двухфазных струях появляются дополнительные параметры подобия: β и характерное число Рейнольдса частиц в случае закона сопротивления, отличного от стоксовского, $Re_s = \rho V d / \mu$. Параметр β , представляющий собой отношение характерного времени течения R/V к времени релаксации частицы по Стоксу τ , характеризует интенсивность динамического взаимодействия несущей и дискретной фаз.

2. Результаты расчета и сравнение их с экспериментом. Система уравнений (1.1) решалась конечно-разностным методом с использованием известной шеститочечной неявной схемы [17]. Разностные уравнения на последующем слое решались прогонкой, причем нелинейности преодолевались итерациями (обычно три итерации). Точность расчета контролировалась с помощью интегралов сохранения (1.9), при этом точность выполнения их задавалась в пределах $2 \div 3\%$.

Для моделирования наличия пограничного слоя на стенках сопла профиль скорости газа на выходе сопла принимался в виде

$$(2.1) \quad u=1, \quad y \leq 1 - \delta_a; \quad u = \left(\frac{1-y}{\delta_a} \right)^{1/2}, \quad 1 - \delta_a < y \leq 1$$

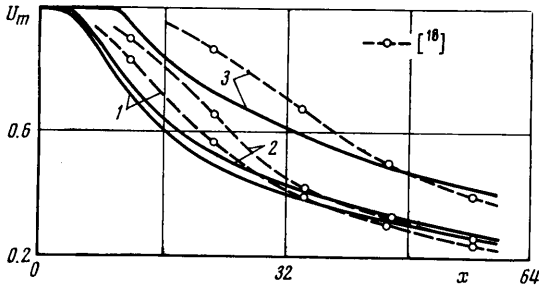
Скорость частиц в начальном сечении полагалась пропорциональной скорости газа: $u_s = \alpha u$ ($\alpha \leq 1$). Величина δ_a в (2.1) выбиралась в соответствии с экспериментально измеренным отношением максимальной скорости газа к среднерасходной на выходе сопла [18]. К сожалению, из-за отсутствия опубликованных экспериментальных данных величина α выбиралась отчасти произвольно. Профиль плотности частиц в начальном сечении принимался в виде, аналогичном (2.1), параметры n , δ_a , а также максимальное значение плотности частиц на оси w подбирались с учетом двух условий: заданного относительного массового расхода частиц κ и известной из опыта неравномерности распределения удельного расхода частиц $g = \rho_s u_s$ на выходе сопла. Расчет затопленной двухфазной струи проводился при $u_0 = 0.01$.

В расчетах в соответствии с условиями экспериментов [18] было принято $R = 1.75 \cdot 10^{-2}$ м, $\rho_s^0 = 3.95 \cdot 10^3$ кг/м³, $\mu = 1.8 \cdot 10^{-5}$ кг/мсек, $V = 50$ м/сек. Отметим, что в опытах скорость истечения газа варьировалась от 29 до 60 м/сек, что приводит к некоторой неопределенности в параметре β .

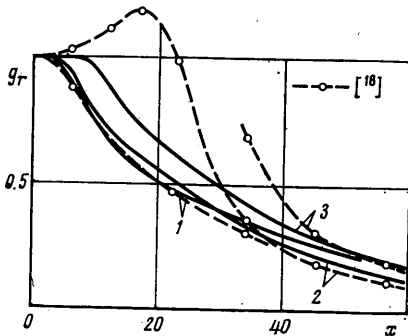
В работе [19] для турбулентного числа Шмидта частиц получено выражение в зависимости от β и ρ_s . Однако, учитывая приближения, принятые в п. 1, достаточно в качестве простейшего подхода ограничиться случаем постоянного числа Шмидта. Из условия наилучшего совпадения расчетных и экспериментальных данных для осевого удельного расхода частиц g_m для числа Шмидта в диапазоне $\kappa \leq 1$ было подобрано значение 1.6. Это значение следует считать предварительным, так как оно соответствует предположению о равенстве постоянных в выражениях для коэффициентов турбулентной вязкости ϵ и ϵ_s .

На фиг. 1 приведено сравнение экспериментальных данных с расчетными зависимостями изменения осевой скорости газа. Сплошные линии на фигуре относятся к расчету, опытные данные заимствованы из работы [18]. Обозначения кривых соответствуют следующим условиям:

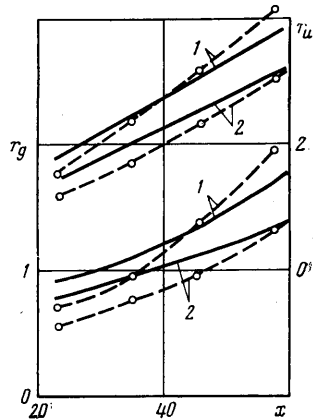
1 — (49, 0.3), 2 — (32, 0.3), 3 — (32, 0.77); здесь и далее первое число в скобках относится к диаметру частиц в микронах, второе — к относительному массовому расходу частиц κ . Обратим внимание на несколько большее



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

расхождение между расчетом и опытом для частиц с $d=32$ мк по сравнению с $d=49$ мк в области $x \approx 20$. В целом расчет качественно правильно отражает влияние размера и расхода частиц.

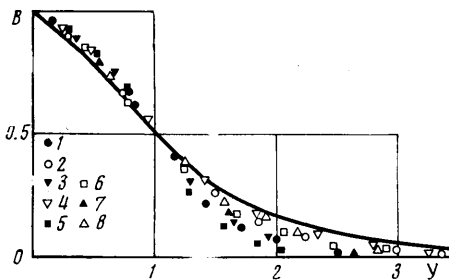
На фиг. 2 для тех же условий сравниваются опытные и расчетные данные по изменению удельного расхода частиц $g_m = \rho_s v_s$ вдоль оси струи, при этом g_m отнесено к соответствующему значению удельного расхода в центре среза сопла g_{m0} ($g_r = g_m/g_{m0}$). В случае частиц с $d=32$ мк, для которых на опыте был получен аномальный подъем кривых в области $x \approx 20$, расчетные зависимости достаточно близки к опытным для $x > 40$. Расчет с $d=49$ мк оказывается весьма близок к опыту для всей струи.

В настоящее время отсутствует исчерпывающее объяснение экспериментального факта повышения удельного расхода частиц вдоль струи. Из (1.1) следует, что для увеличения g_m вдоль оси симметрии струи требуется, чтобы поток массы частиц $\rho_s v_s$, направленный к оси струи, превышал турбулентное рассеивание частиц $\langle \rho_s v_s' \rangle$. Оценочный расчет показал, что сила Магнуса [20] в предположении равновесного вращательного движения частиц не обеспечивает нужную величину поперечной скорости частиц. Подъем кривых g_m для $d=32$ мк объясняет также повышенное расхождение между расчетом и опытом для зависимости осевой скорости газа (фиг. 1). Действительно, большая концентрация частиц согласно (1.6) приводит к снижению величины ϵ и, следовательно, к более медленному падению осевой скорости газа.

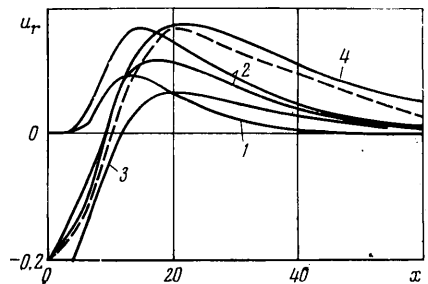
Показанные на фиг. 1, 2 расчетные кривые получены при $\alpha=0.8$. Приведем некоторые данные по влиянию на результаты расчета пара-

метра α , характеризующего отставание частиц в начальном сечении струи. Ясно, что при фиксированном относительном расходе частиц κ с уменьшением α снижается суммарный импульс струи на выходе сопла тем значительнее, чем больше κ . В связи с этим падает дальность струи, т. е. быстрее происходит затухание осевой скорости газа u_m . Действительно, например, для частиц с $d=32$ мк при $\kappa=0.56$ значения u_m при $\alpha=0.8$ меньше значений u_m при $\alpha=1$ в соответствующих сечениях в области $x>20$ на 6%, а для $\kappa=0.3$ на 4%. С целью уменьшения влияния неопределенности в величине α расчеты были ограничены сравнительно небольшими значениями относительного массового расхода частиц — $\kappa<0.8$.

Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей для линий половинной скорости газа и половинного удельного расхода показано на фиг. 3 ($u=0.5 u_m$ при $y=r_u$ и соответственно $g=0.5 g_m$ при $y=r_g$); здесь кривая 1—(32,0.3), 2—(32,0.77).



Фиг. 4



Фиг. 5

Экспериментальное исследование [18] показало четко выраженное подобие профилей удельного расхода $B=g/g_m$ в координатах $Y=y/r_g$, причем форма профиля оказывается независимой от d , κ для $x>20$. На фиг. 4 сплошной линией показана аппроксимация опытных данных по профилям удельного расхода [18]. Профили, полученные в расчете, обозначены точками, при этом точки, помеченные нечетными цифрами, относятся к профилям в сечении $x=22.2$, а четными — к $x=55.5$. Условия расчета следующие: 1,2—(32,0.3); 3,4—(32,0.77); 5,6—(49,0.3); 7,8—(17,0.3).

Из рассмотрения приведенных данных можно сделать следующие выводы. Прежде всего отмечается очень хорошее совпадение расчета и эксперимента для $y/r_g<1$ (при этом нужно еще учесть, что в этой области аппроксимационная кривая проходит несколько ниже опытных данных). Для $y/r_g>1$ с увеличением x наблюдается деформация расчетных профилей и приближение их к аппроксимирующей кривой, причем чем меньше диаметр частиц, тем ближе расчетные профили g/g_m к опытным. В исследованном диапазоне изменения κ зависимость профилей удельного расхода от κ не обнаружена. Зависимость профилей от размера частиц проявляется относительно слабо. Обнаруженная деформация профилей удельного расхода частиц вдоль струи связана с тем, что течение в двухфазной струе является существенно неавтономным.

Таким образом, сравнение с экспериментальными данными показывает достаточную точность расчета, тем более, что в расчете не учитывалась полидисперсность примеси, несферичность частиц, кроме этого не вполне адекватно моделировались начальные условия на срезе сопла из-за отсутствия соответствующих опытных данных.

Зависимости относительной скорости частиц $u_r=u_s/u$ вдоль оси приведены на фиг. 5, здесь обозначения кривых соответствуют следующим

значениям диаметра и относительного расхода частиц: 1—(17, 0.3); 2—(32, 0.3); 3—(32, 0.56); 4—(49, 0.3); штриховой линией обозначен расчет для $d=32$ мк, $\kappa=0.3$ с использованием стоксовского закона сопротивления, кроме этого в случае кривой 3 начальная скорость частиц на выходе сопла равнялась половине скорости газа. Кривые на фигуре иллюстрируют вполне очевидное соображение, что с увеличением диаметра частиц, т. е. их инерционности, относительные скорости возрастают. Интересно отметить, что влияние различия в начальной скорости частиц сказывается в основном только в области $x < 20$ — кривые 2. Использование в расчете стоксовского закона сопротивления приводит к несколько большим значениям относительной скорости частиц. Следует указать, что относительная скорость частиц с $d=49$ мк составляет довольно заметную величину ($\sim 30\div 40\%$ осевой скорости газа ($x > 20$)). Поэтому расчеты в предположении равенства скоростей газа и частиц могут привести, особенно при значительных концентрациях частиц, к существенной погрешности. Отметим также, что относительная скорость частиц довольно слабо зависит от расхода частиц.

В заключение автор выражает благодарность Г. Н. Абрамовичу и участникам его семинара за полезные замечания и обсуждение работы. Автор искренне признателен также И. Н. Мурзинову за научное руководство работой.

Поступила 3 XII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
2. Schetz J. A. Analysis of the mixing and combustion of gaseous and particle-laden jets in an air stream. AIAA paper, 1969, No. 33.
3. Genovese J., Edelman R. B., Fortune O. F. Some aspects of two phase flows with mixing and combustion in bounded and unbounded flows. AIAA paper, 1970, No. 145.
4. Goldschmidt V., Eskinazi S. Two-phase turbulent flow in a plane jet. Trans. ASME, Ser. E. J. Appl. Mech., 1966, vol. 33, No. 4. (Рус. перев.: Прикл. механ., 1966, № 4.)
5. Абрамович Г. Н. О влиянии примеси твердых частиц или капель на структуру турбулентной газовой струи. Докл. АН СССР, 1970, т. 190, № 5.
6. Абрамович Г. Н., Бажанов В. И., Гиршович Т. А. Турбулентная струя с тяжелыми примесями. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 6.
7. Tirumalesa D., Channapragada R. S. Turbulent mixing of gas-particle and pure gas streams. Astronaut. Acta, 1969, vol. 14, No. 4.
8. Рахматулин Х. А. Основы газодинамики взаимнопроникающих движений сжимаемых сред. ПММ, 1956, т. 20, вып. 2.
9. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двускоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
10. Hinze J. O. Turbulent fluid and particle interaction. Progr. Heat and Mass Transfer, vol. 6. Proc. Internat. Sympos. Two-Phase Syst., Haifa, 1971. Oxford e.a., 1972.
11. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М., «Машиностроение», 1974.
12. Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П. Теория ракетных двигателей. М., «Машиностроение», 1969.
13. Tirumalesa D. Two-phase flow equations for turbulent boundary-layer-type flows. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 11.
14. Лаатс М., Фришман Ф. О дифференциальных уравнениях свободного двухфазного пограничного слоя. Изв. АН ЭССР, Сер. физ. матем., 1974, т. 23, № 4.
15. Лаатс М. К., Фришман Ф. А. Разработка методики и исследование интенсивности турбулентности на оси двухфазной турбулентной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 2.
16. Крашенинников С. Ю. К расчету осесимметричных закрученных и незакрученных турбулентных струй. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.
17. Браиловская И. Ю., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 1. М., Изд. МГУ, 1962.
18. Лаатс М. К., Фришман Ф. А. О допущениях, применяемых при расчете двухфазной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.
19. Абрамович Г. Н., Гиршович Т. А. О диффузии тяжелых частиц в турбулентных газовых потоках. Докл. АН СССР, 1973, т. 212, № 3.
20. Saffman P. G. The lift on a small sphere in a slow shear flow. J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, No. 2. (Рус. перев.: Подъемная сила малой сферы при медленном течении сдвига. Механика, 1966, № 2.)