

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ
СТРУИ С ПЛОСКОЙ ПРЕГРАДОЙ, РАСПОЛОЖЕННОЙ
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО К ЕЕ ОСИ**

Н. В. ДУБИНСКАЯ, М. Я. ИВАНОВ

(Москва)

Изложены результаты расчетного исследования взаимодействия с плоской преградой сверхзвуковой осесимметричной струи вязкого и нетеплопроводного газа, истекающей из конического сопла в пространство с пониженным давлением. Для рассмотренных в работе режимов характерно наличие тройной точки пересечения отошедшей от преграды ударной волны с висячим и отраженным косым скачком уплотнения. Решение задачи получено численным интегрированием уравнений газодинамики с помощью монотонных разностных схем сквозного счета первого порядка точности.

Взаимодействие сверхзвуковых газовых струй с поверхностями представляет собой обширную проблему и является одним из интенсивно разрабатываемых направлений в теории струйных течений. Из всего многообразия практически интересных задач наиболее подробно изучен двумерный случай «нормального» соударения сверхзвуковой осесимметричной струи с плоской преградой. В результате проведенных исследований выявлены многие характерные закономерности таких течений. Наряду с многочисленными экспериментальными работами опубликован ряд статей (например, [1-4]), в которых для решения указанной задачи привлечены различные численные методы. Помимо метода интегральных соотношений, использованного в [1], для расчета дозвуковой зоны повышенного давления перед преградой применялись неявная разностная схема (в [2]) и явные схемы сквозного счета (в [3, 4]). Однако широкого исследования особенностей воздействия сверхзвуковой недорасширенной струи на плоскую преграду при незначительном удалении ее от среза сопла к настоящему времени еще не проведено.

В данной работе решение задачи проведено численным методом, изложенным в [4], по разностным схемам [5, 8].

1. Возможные картины течения при малых значениях расстояния между срезом сопла и преградой x_p существенно зависят от степени нерасчетности струи n .

Для случая перерасширенной струи, т. е. при $n < 1$, характерно наличие в зоне взаимодействия тройной точки пересечения косого скачка уплотнения, идущего от кромки сопла, диска Маха и отраженного скачка, приходящего на границу струи. От границы струи скачок отражается в виде волны разрежения, а граница струи имеет излом в точке пересечения со скачком. Особенности течения в окрестности тройной точки для данного режима подробно изучены в работе [9], где, в частности, показано, когда за отраженным скачком реализуется сверхзвуковое или смешанное течение.

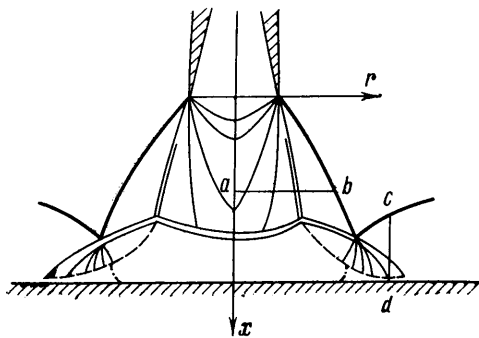
В случае натекания на преграду равномерной ограниченной струи (расчетной струи, истекающей при $n=1$ из сопла параллельно оси x) отраженный от преграды скачок является выпуклым относительно среза сопла, а звуковая линия приходит либо в точку пересечения скачка с границей струи, либо пересекается с отошедшим скачком уплотнения [10]

При увеличении n отраженный скачок меняет свою форму. Так, при n , незначительно превышающем единицу, скачок может быть близок к прямому. При больших n он становится вогнутым. Форма звуковой линии также изменяется, однако она по-прежнему продолжает приходить на скачок в окрестности его пересечения с границей струи.

Для сильно недорасширенных струй ($n \gg 1$) область сжатого слоя, расположенная около границы струи, не влияет на формирование дозвуковой зоны повышенного давления.

На преграду в окрестности оси x воздействует свободно расширяющаяся струя [1, 2].

Картина течения для умеренно недорасширенной струи при незначительном расстоянии преграды от среза сопла схематически изображена на фиг. 1, где двойными линиями показаны ударные волны, жирными сплошными кривыми — границы струи, тонкими линиями — характеристики, штрихами — тангенциальные разрывы и штрих-пунктиром — звуковые линии.



Фиг. 1

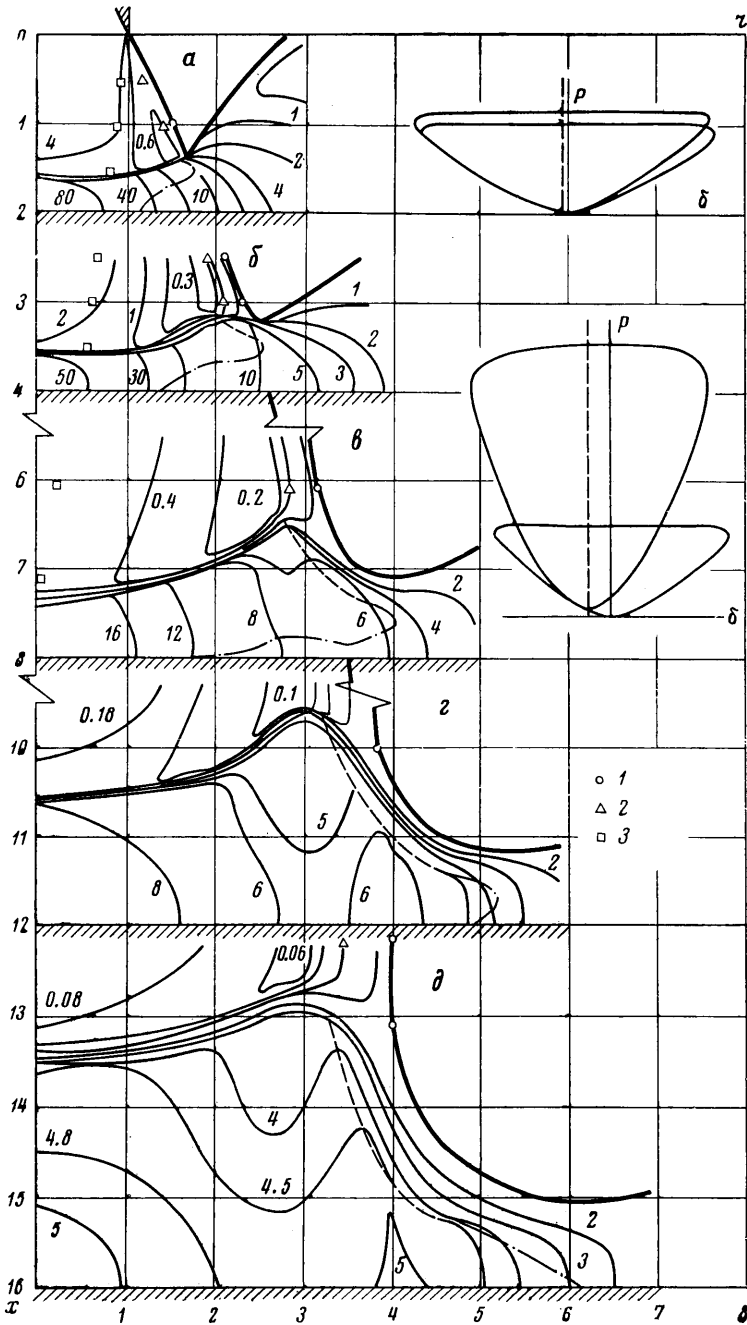
В невозмущенной части струи существует висячий скачок уплотнения. В результате его взаимодействия с отошедшим от преграды скачком образуются «отраженный» скачок и тангенциальный разрыв.

При малых x_p висячий скачок в невозмущенной части струи весьма слабый и его пересечение с отошедшим от преграды скачком приводит лишь к незначительному искажению формы отошедшего скачка. Поток за тройной точкой остается всюду дозвуковым, а звуковая линия приходит в точку пересечения отошедшего скачка с границей струи. Газ после разворота в зоне повышенного давления продолжает интенсивно растекаться по преграде в виде веерной «недорасширенной» струи, которая имеет «бочкообразную» структуру подобно обычной недорасширенной затопленной струе. При этом поперечный размер веерной струи (в направлении оси x) на начальном участке по мере роста r увеличивается.

С увеличением x_p интенсивность висячего скачка в невозмущенной струе растет. Тангенциальный разрыв, распространяясь от тройной точки, разделяет области с дозвуковым и сверхзвуковым (за отраженным скачком) течением. При этом звуковая линия оканчивается на тангенциальном разрыве.

В случае когда преграда расположена в окрестности «диска Маха», возникающего в невозмущенной струе, обычно наблюдаются нестационарные режимы взаимодействия нерасчетной струи с преградой.

Все указанные выше режимы течения исследовались экспериментальными методами. Однако численное решение рассматриваемой задачи позволяет получить дополнительную интересную информацию об особенностях течения. В опубликованных работах, использующих численные методы, подробно изучались режимы, соответствующие $n=1$ (в [10]) и $n \gg 1$ (в [1, 2]). Исползованный в настоящей работе метод [4] позволяет рассчитывать стационарные режимы взаимодействия с преградой умеренно недорасширенных, расчетных и перерасширенных струй. Некоторые результаты расчетов при $n < 1$, $n=1$ и $n > 1$ и сопоставление с экспериментальными данными были приведены в работе [4]. Ниже на основа-



Фиг. 2

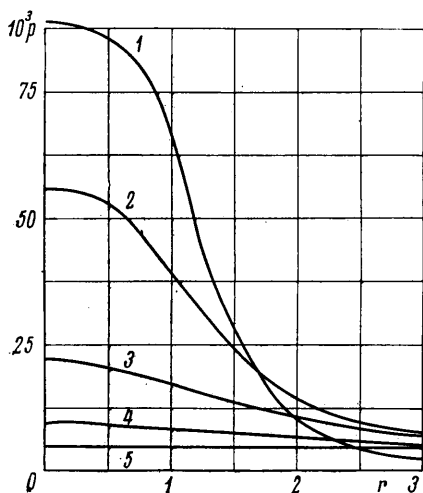
нии проведенных расчетов анализируются режимы взаимодействия недорасширенных струй.

2. Принимая во внимание, что метод расчета рассматриваемого течения подробно изложен в [4], ограничимся здесь лишь кратким описанием постановки задачи и метода ее решения.

Рассматривается сверхзвуковое нерасчетное истечение невязкого и

нетеплопроводного газа в пространство с постоянным давлением p_i из конического сопла, образующая которого наклонена к оси x под углом θ_a . Струя воздействует на преграду, расположенную перпендикулярно к оси. Рассчитываемая область течения (фиг. 1) ограничена осью симметрии Ox , границей струи, поверхностью преграды ($x=x_p$) и срезом сопла ($x=0$). Используется подвижная разностная сетка, одна из границ которой совмещается с неизвестной заранее границей струи.

Расчет сверхзвукового невозмущенного течения в струе до окрестности отраженного от преграды скачка проводился с помощью численного интегрирования стационарных уравнений газодинамики по разностной схеме сквозного счета, предложенной в [7, 8]. Из этого расчета определялись параметры газа на линии ab , показанной на фиг. 1. Расчет области перед преградой, включающей всю дозвуковую зону, проводился методом установления по разностной схеме [5, 6]. При этом находились параметры на линии cd , расположенной в начале сверхзвукового участка веерной струи.



Фиг. 3

Ниже представлены результаты исследования взаимодействия с плоской преградой недорасширенной струи при $\kappa=1.3$, $\theta_n=10$, $M_a=2, 3, 4$, $n=2.5 \div 160$ и $x_p=2 \div 16$ радиусов среза сопла.

Все результаты данной работы, если не оговорено особо, получены с использованием разностной сетки, содержащей ~ 3000 ячеек в области, рассчитываемой методом установления. При определении параметров на линии ab (см. фиг. 1) по методу [7] расчетная сетка содержала ~ 150 ячеек в каждом поперечном сечении струи.

На фиг. 2, $a-d$ в меридиональной плоскости приведены линии постоянного давления (тонкие сплошные кривые), границы струи (жирные кривые), тангенциальные разрывы (штриховые кривые) и звуковые линии (штрих-пунктир) при $M_a=4$ и $n=10$ для пяти значений x_p , равных соответственно 2, 4, 8, 12 и 16. Цифры рядом с кривыми — значения давления, отнесенного к произведению критической плотности на квадрат критической скорости на срезе сопла, умноженные на 10^3 . Узкие области сгущения линий постоянства давления указывают положение скачков уплотнения. Точки 1-3 отвечают соответственно границе, всящему скачку и начальной характеристике центрированной волны разрежения, идущей от кромки сопла в невозмущенной струе, и представляют собой результаты работы [12], полученные методом характеристик.

Течение в веерной струе правее линии cd определялось по методу [11]. Отметим, что все использованные разностные схемы являются монотонными, имеют первый порядок точности и позволяют проводить сквозной счет разрывных течений без выделения ударных волн и других особенностей (тангенциальных разрывов, центрированных волн разрежения).

3. Основными характерными параметрами, определяющими невязкое взаимодействие сверхзвуковой струи с преградой, являются число Маха на срезе сопла M_a , полуугол коничности сопла θ_a , показатель адиабаты κ , степень нерасчетности струи n и расстояние от среза сопла до преграды x_p .

Отметим, что при значении $x_p=2$ набегающий на преграду поток в окрестности оси симметрии вплоть до первой характеристики веера волн разрежения является коническим течением. Отошедшая от преграды ударная волна в указанной области представляет собой почти прямой скачок, и течение за тройной точкой дозвуковое. В случае когда $x_p=4$, поток за тройной точкой над тангенциальным разрывом остается сверхзвуковым (фиг. 2, б). Величина отхода скачка от преграды в окрестности оси симметрии при $x_p=2$ и 4 приблизительно одинакова и равна ~ 0.4 .

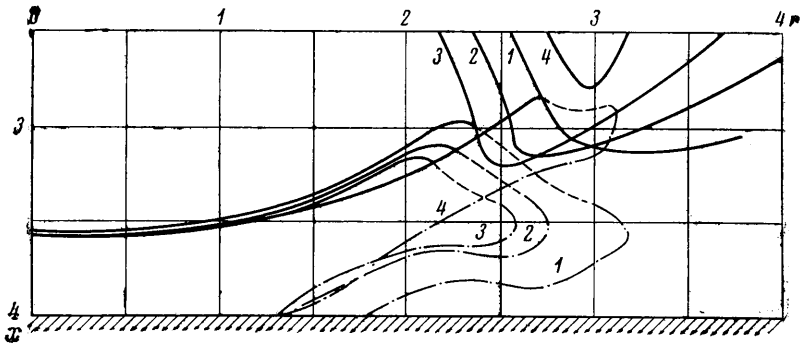
Для значений $x_p=8, 12$ и 16 величина отхода скачка от преграды вдоль оси симметрии, которую обозначим через Δ , составляет соответственно 0.65, 1.4 и 2.6 радиусов выходного сечения сопла. Приведенные значения хорошо согласуются с экспериментальными данными, представленными в [13] в виде обобщенных зависимостей.

Укажем, что расчет варианта, представленного на фиг. 2, д, проведен на разностной сетке в 800 ячеек и является менее точным, чем остальные результаты работы.

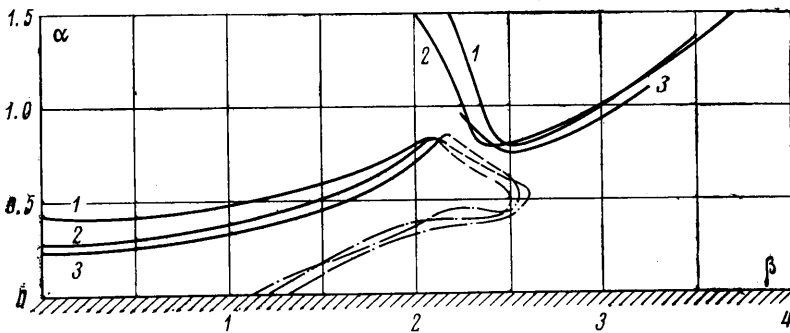
На фиг. 3 показано распределение давления по преграде в зависимости от координаты x_p для пяти значений $x_p=2, 4, 8, 12, 16$ (кривые 1–5 соответственно). Отметим изменение характера поведения кривых на этой фигуре с увеличением x_p . Если при $x_p=2, 4$ и 8 максимум давления на преграде ярко выраженный и лежит на оси симметрии, то на более далеких расстояниях преграды от среза сопла происходит выравнивание эпюры давления. При $x_p=16$ появляется слабый периферийный максимум давления в точке с координатой $r \approx 4$. Последний случай близок к режимам, когда в экспериментах начинает наблюдаться сильная неустойчивость. В проведенных расчетах в данном режиме нестационарного течения не наблюдалось (в процессе установления параметры во всей области стремились к стационарным значениям). Отмеченное обстоятельство может указывать на то, что использованный метод решения не учитывает эффектов, которые приводят к неустойчивому режиму взаимодействия струи с преградой. Однако для окончательного ответа на этот вопрос требуются дальнейшие тщательные теоретические и экспериментальные исследования неустойчивых режимов.

Зная параметры газа в невозмущенной струе, можно проанализировать течение в окрестности тройной конфигурации скачков (например, по аналогии с работой [9], с использованием «сердцевидных», кривых в предположении, что в этой точке система скачков плоская). На рис. 2, а схематически изображен вид сердцевидных кривых для режимов, соответствующих близкому расстоянию преграды от среза сопла (P — перепад давления в скачках уплотнения, δ — угол поворота потока в скачках относительно невозмущенной линии тока перед тройной точкой). Пересечение сердцевидных кривых определяет параметры потока в тройной точке пересечения скачков. Число Маха за центральным скачком в этом случае меньше единицы, за отраженным — незначительно превышает единицу и, как показано в [9], становится дозвуковым вниз по потоку. Местная сверхзвуковая зона, по-видимому, невелика и в численных расчетах не наблюдалась.

С увеличением расстояния преграды от среза сопла вид сердцевидных кривых меняется (фиг. 2, в). Число Маха за отраженным скачком существенно больше единицы и возрастает с ростом x_p . В то же время углы наклона к оси x контактной поверхности и отраженного висячего скачка в тройной точке убывают. В этой точке в исследованном диапазоне определяющих параметров ($2 \leq x_p \leq 20$, $10 \leq n \leq 250$) угол наклона центрального скачка уплотнения к направлению линии тока невозмущенного потока близок к $\pi/2$, а перепад давления — к соответствующему значе-



Фиг. 4



Фиг. 5

нию для прямого скачка уплотнения; числа Маха за центральным скачком уплотнения слабо зависят от степени нерасчетности струи и расстояния преграды от среза сопла.

Результаты проведенного локального анализа окрестности тройной точки хорошо согласуются с результатами численных расчетов.

4. Приведем данные, характеризующие влияние числа Маха на картину взаимодействия. На фиг. 4 приведено сравнение формы отошедших ударных волн, звуковых линий, границ струй и тангенциальных разрывов при $n=10$, $x_p=4$ для трех значений $M_a=2, 3$ и 4 (соответственно кривые 1, 2 и 3) и при $n=40$ для $M_a=4$ (кривая 4). Интересной особенностью этих результатов является одинаковый отход ударной волны от преграды $\Delta \approx 0.4$ и ее форма (почти вплоть до соответствующих тройных точек), а также то, что звуковые точки на преграде при $M_a \geq 3$ имеют примерно одинаковые координаты. Аналогичная картина слабой зависимости Δ и формы отошедшего скачка от M_a наблюдается при меньших значениях x_p , например при $x_p=2$, причем величина Δ остается приблизительно равной 0.4.

Указанная особенность наблюдается в режимах взаимодействия, когда область сжатого слоя вблизи границы струи не оказывает существенного влияния на течение в окрестности оси симметрии, где на преграду действует свободно расширяющаяся струя, имеющая достаточно большую сверхзвуковую скорость. При этом, используя гиперзвуковое приближение, можно провести (по аналогии с [14]) расчет течения в окрестности оси симметрии с учетом расходимости и неравномерности набегающего на

преграду потока в ядре струи. В частности, величина отхода ударной волны от преграды выражается в виде

$$\frac{\Delta}{kR_*} \cong \frac{1}{1+R_*\sqrt{2k(1/R_*^2+c)}}$$

Здесь k — отношение плотностей до и после отошедшей ударной волны, R_* — эффективный радиус кривизны (см. [14]), c — параметр неравномерности набегающего потока, который подбирался по формуле $\rho q^2(r) = \rho q^2(0)(1-cr^2)$ из условия наилучшей аппроксимации рассчитанного распределения скоростных напоров $\rho q^2/2$ в струе перед ударной волной в окрестности оси. Полученные при этих предположениях значения величины Δ для рассмотренных в данном пункте режимов изменяются от 0.4 до 0.45. Такая величина Δ удовлетворительно согласуется с приведенным выше значением $\Delta \approx 0.4$.

При уменьшении нерасчетности n , когда остальные определяющие параметры остаются фиксированными, величина Δ увеличивается. Так, например, при $M_a=4$, $x_p=4$ и $n=2.5$ значение $\Delta=0.55$.

5. В заключение приведем еще некоторые результаты по подобию картины взаимодействия для больших значений степени нерасчетности ($n \geq 10$). С учетом известного факта геометрического подобия недорасширенных струй по корню из нерасчетности были сопоставлены между собой следующие три варианта расчета, имеющие одинаковые значения $M_a=4$, $\theta_a=10$ и $\kappa=1.3$. В первом варианте $n=10$ и $x_p=4$, во втором — $n=40$ и $x_p=8$, в третьем — $n=160$ и $x_p=16$. При этом значение x_p , отнесенное к \sqrt{n} , для всех трех вариантов одинаково. На фиг. 5 в переменных $\alpha=r/\sqrt{n}/10$ и $\beta=(x_p-x)/\sqrt{n}/10$ сопоставлены границы струй, отошедших от преграды скачков, тангенциальных разрывов и звуковых линий, причем кривые 1, 2 и 3 отвечают соответствующим вариантам. Отметим удовлетворительное подобие сравниваемых вариантов в таких переменных.

Как указывалось ранее, воздействие сильно недорасширенных струй на плоскую преграду численно исследовалось в [2]. Сопоставление результатов данной работы, полученных при больших степенях нерасчетности, с данными [2] показало их хорошее соответствие (в частности, по величине отхода ударной волны от преграды) при $n=40$ и $x_p=10$.

Авторы выражают искреннюю признательность А. Н. Крайко, Э. А. Ашратову и У. Г. Пирумову за постоянное внимание и поддержку при выполнении настоящей работы.

Поступила 20 XI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Храмов Н. Е. Расчет взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
2. Лебедев М. Г., Савинов К. Г. Удар неравномерного сверхзвукового потока газа в плоскую преграду. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 3.
3. *Sinha R., Zakkay V., Erdos J.* Flowfield analysis of plumes of two-dimensional non-expanded jets by a time-dependent method. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 12. (Рус. перев.: Исследование методом установления поля течения в плоской недорасширенной струе. Ракетная техника и космонавтика, 1971, т. 9, № 12.)
4. Дубинская Н. В., Иванов М. Я. К расчету взаимодействия сверхзвуковой струи идеального газа с плоской преградой, перпендикулярной ее оси. Уч. зап. ЦАГИ, 1975, т. 6, № 5.
5. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47, вып. 3.
6. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.

7. Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. 1. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2.
 8. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. 2. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 3.
 9. Kalghatgi G. T., Hunt B. L. The three-shock confluence problem for normally impinging, overexpanded jets. Aeron. Quart., 1975, vol. 26, pt. 2.
 10. Gummer I. H., Hunt B. L. The impingement of a uniform axisymmetric, supersonic jet on a perpendicular flat plate. Aeron. Quart., 1971, vol. 22, pt 4.
 11. Благодослонов В. И., Иванов М. Я. Истечение в затопленное пространство сверхзвуковой веерной струи идеального газа с равномерным заданием параметров в начальном сечении. Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 1.
 12. Аверенкова Г. П., Ашратов Э. А., Волконская Т. Г., Дьяконов Ю. Н., Егорова Н. И., Мельников Д. А., Росляков Г. С., Усков В. И. Сверхзвуковые струи идеального газа, ч. 2. М., Изд-во МГУ, 1971.
 13. Гинзбург И. П., Семилетенко Б. Г., Усков В. Н. Экспериментальное исследование взаимодействия недорасширенной струи с плоской преградой, перпендикулярной оси струи. В сб. «Газодинамика и теплообмен», Сб. 3. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1973.
 14. Лунев В. В., Храмов Н. Е. Течение в окрестности критической точки тупого тела в расходящемся гиперзвуковом потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
-